

Klaus Menny

Strömungsmaschinen

**Hydraulische und thermische
Kraft- und Arbeitsmaschinen**

Klaus Menny

Strömungsmaschinen

Hydraulische und thermische Kraft- und Arbeitsmaschinen

5., überarbeitete Auflage

Mit 227 Abbildungen, 36 Tabellen und 47 Beispielen



Teubner

Bibliografische Information der Deutschen Bibliothek

Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <<http://dnb.ddb.de>> abrufbar.

Prof. Dipl.-Ing Klaus Menny lehrte an der Fachhochschule Hannover.

1. Auflage 1985
2. Auflage 1995
3. Auflage 2000
4. Auflage 2003
- 5., überarbeitete Auflage Mai 2006

Alle Rechte vorbehalten

© B.G. Teubner Verlag / GWV Fachverlage GmbH, Wiesbaden 2006

Der B.G. Teubner Verlag ist ein Unternehmen von Springer Science+Business Media.

www.teubner.de



Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der engen Grenzen des Urheberrechtsgesetzes ist ohne Zustimmung des Verlags unzulässig und strafbar. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Umschlaggestaltung: Ulrike Weigel, www.CorporateDesignGroup.de

Druck und buchbinderische Verarbeitung: Strauss Offsetdruck, Mörlenbach

Gedruckt auf säurefreiem und chlorfrei gebleichtem Papier.

Printed in Germany

ISBN-10 3-519-46317-2

ISBN-13 978-3-519-46317-7

Aus dem Vorwort der ersten bis vierten Auflage

Dieses Buch wendet sich vor allem an Studenten des Maschinenbaus. Die wichtigsten Grundlagen aus der Hydrodynamik und Thermodynamik werden in einem einleitenden Kapitel hergeleitet, das die Strömungsmaschinen in ihrer Gesamtheit behandelt. Die weiteren Kapitel behandeln die einzelnen Maschinenarten. Aufbau, Wirkungsweise und Betriebsverhalten werden beschrieben und durch Abbildungen und Kennlinien verdeutlicht. Es war dabei mein Bestreben, dem Verständnis des Lesers dadurch entgegenzukommen, dass die Ergebnisse, wo immer das möglich war, aus bekannten Grundtatsachen hergeleitet werden. Denn die Beschäftigung mit den Strömungsmaschinen ist in der Ingenieurausbildung nicht nur um ihrer selbst willen wertvoll, sondern auch dadurch, dass hier Anwendungen des Grundlagenwissens deutlich werden. Durch die gemeinsame Behandlung aller Strömungsmaschinen soll dem Leser verständlich werden, dass sie alle trotz ihrer äußeren Unterschiede nur verschiedene Anwendungen und Ausführungsformen eines gemeinsamen Grundprinzips sind. Die einzelnen Kapitel sind aber so abgefasst, dass sie je für sich lesbar sind. Wer meint, mit den Grundlagen vertraut zu sein, und sich sogleich einem der spezielleren Themen zuwendet, wird vielleicht doch gelegentlich im einleitenden Kapitel nachschlagen wollen. Eine Fülle von Querverweisen und ein umfangreiches Sachverzeichnis kommen einer solchen Arbeitsweise entgegen. Gleichwohl ist es nicht verkehrt, das Buch von vorn an systematisch durcharbeiten.

Der Zielsetzung des Buches als Lehr- und Übungsbuch konnte es nicht entsprechen, die modernsten Berechnungsverfahren zu vermitteln, wie sie heute in der Industrie mit Hilfe leistungsfähiger Computer angewendet werden, um die zum Teil sehr komplexen Strömungsverhältnisse zu erfassen. Stattdessen werden dem Leser konventionelle Rechenverfahren und solche Konstruktionsunterlagen an die Hand gegeben, die es ihm erlauben, Entwurfs- und Berechnungsaufgaben im Rahmen des Studiums zu bewältigen.

Gleichungen sind ausnahmslos als Größengleichungen geschrieben worden, sodass die Wahl der Einheiten frei ist. In den Beispielen wurde das Internationale System verwendet, nämlich die Grundeinheiten m, kg, s, K und sonst nur solche, die sich aus ihnen ohne andere Faktoren als ganze Zehnerpotenzen herleiten lassen. Insbesondere wurden die nicht kohärenten Zeiteinheiten min und h vermieden.

Vorwort zur 5. Auflage

Auch in der vorliegenden Auflage wurde das bewährte Grundkonzept des Buches beibehalten. Einige Verbesserungen und Anpassungen an neuere Entwicklungen wurden aber auch jetzt wieder eingefügt, wobei ich oft Anregungen von Lesern und von Fachkollegen aufgreifen konnte, denen an dieser Stelle zu danken ist. Außerdem habe ich die bisher benutzte Druckeinheit bar durch MPa ersetzt, wodurch nicht nur die ungebräuchliche Zehnerpotenz 10^5 vermieden sondern auch die bisher bestehende Diskrepanz zwischen dem Buchtext und dem beigefügten h,s -(Mollier)-Diagramm beseitigt wurde. Die Umrechnung ist denkbar einfach $1 \text{ MPa} = 10 \text{ bar}$. Außerdem wurden alle Beispiele im Kapitel über Dampfturbinen neu berechnet, um sie an den gültigen Industrie-Standard IAPWS-IF97 (Zustandsgrößen von Wasser und Wasserdampf) anzupassen.

Ronnenberg bei Hannover im November 2005

Klaus Menny

Inhalt

1 Gemeinsame Grundlagen der Strömungsmaschinen	1
1.1 Einleitung	1
1.1.1 Definition	1
1.1.2 Einteilung	2
1.1.3 Vergleich mit Kolbenmaschinen	3
1.2 Hydromechanische und thermodynamische Grundlagen	4
1.2.1 Kontinuitätssatz	4
1.2.2 Bernoullische Gleichung	5
1.2.3 Erster Hauptsatz der Thermodynamik	6
1.2.4 Ideales Gas	7
1.2.5 Idealer Dampf	10
1.2.6 Theorie der Düsenströmung	12
1.2.7 Carnotscher Kreisprozess	16
1.3 Energieumsetzung im Laufrad	19
1.3.1 Absolut- und Relativgeschwindigkeit, Geschwindigkeitspläne	19
1.3.2 Spezifische Stutzenarbeit und Wirkungsgrade	21
1.3.3 Impulssätze der stationären Strömung	25
1.3.4 Die Eulersche Hauptgleichung	26
1.3.5 Anwendung des Energieerhaltungssatzes auf Strömungen in rotierenden Kanälen	27
1.3.6 Gleichdruck- und Überdruckprinzip	28
1.3.7 Reaktionsgrad, Beaufschlagungsgrad	30
1.4 Ähnlichkeitsbeziehungen und Kennzahlen	33
1.4.1 Ähnlichkeitsbeziehungen	33
1.4.2 Kennzahlen	35
1.5 Mehrstufigkeit und Mehrflutigkeit	39
1.6 Kavitation	39
2 Wasserturbinen	43
2.1 Einleitung	43
2.2 Typenübersicht und Einsatzgebiete	45
2.3 Pelton-Turbinen	46
2.3.1 Wirkungsweise und Bauformen	46
2.3.2 Betriebsverhalten	50
2.3.3 Festlegung der Hauptabmessungen	54

2.4 Francis-Turbinen	56
2.4.1 Allgemeine Übersicht	56
2.4.2 Zusammenhang zwischen Radform und Schnellläufigkeit	59
2.4.3 Laufradberechnung	61
2.4.4 Betriebsverhalten	64
2.5 Kaplan-Turbinen	66
2.5.1 Bauformen	66
2.5.2 Laufradberechnung	71
3 Dampfturbinen und Dampfkraftanlagen	77
3.1 Einleitung	77
3.2 Der Dampfkraftprozess	81
3.2.1 Der einfache Clausius-Rankine-Prozess	81
3.2.2 Speisewasservorwärmung	83
3.2.3 Zwischenüberhitzung	86
3.2.4 Der wirkliche Prozess	88
3.2.5 Der Sattedampfprozess	91
3.3 Übersicht über Turbinenbauarten	93
3.3.1 Kammerturbinen und Trommelturbinen	93
3.3.2 Kraftwerksturbinen	95
3.3.3 Industrieturbinen	98
3.3.4 Schiffsturbinen	102
3.3.5 Kleinturbinen	104
3.4 Theorie der Einzelstufe	106
3.4.1 Einleitung	106
3.4.2 Eindimensionale Stufentheorie	107
3.4.3 Kenngrößen von Turbinenstufen	110
3.4.4 Curtis-Stufen	115
3.4.5 Das radiale Gleichgewicht der Strömung	120
3.4.6 Nassdampfstufen	124
3.4.7 Gitterwirkungsgrade	126
3.4.8 Weitere Stufenverluste	130
3.5 Auslegung mehrstufiger Turbinen	138
3.5.1 Rückgewinn	138
3.5.2 Stufeneinteilung	141
3.5.3 Verluste und Wirkungsgrade	145
3.5.4 Labyrinthdichtungen	147
3.5.5 Axialschub und Schubausgleich	151
3.5.6 Betrieb	154
4 Gasturbinen	161
4.1 Einleitung	161
4.2 Kreisprozesse	162
4.2.1 Idealprozesse	162
4.2.2 Offener und geschlossener Prozess	167

4.2.3	Verbrennung und Verbrennungsgas	168
4.2.4	Reale Prozesse	171
4.2.5	Kombinierte Gas-Dampf-Prozesse	176
4.3	Baugruppen	181
4.3.1	Turbinen	181
4.3.2	Verdichter	184
4.3.3	Brennkammern	185
4.4	Anwendungen	186
4.4.1	Elektrische Energieerzeugung	186
4.4.2	Pumpen- und Verdichterantrieb	187
4.4.3	Abgasturbolader	187
4.4.4	Fahrzeigturbinen	189
4.4.5	Schiffsantriebe	189
4.4.6	Flugzeugtriebwerke	190
5	Kreiselpumpen	193
5.1	Einleitung	193
5.2	Bauformen	194
5.2.1	Schnellläufigkeit und Laufradform	194
5.2.2	Mehrstufige und mehrflutige Pumpen	195
5.2.3	Weitere Konstruktionsformen	198
5.3	Berechnung radialer und halbaxialer Laufräder	201
5.3.1	Meridianform	201
5.3.2	Geschwindigkeitsdreiecke	204
5.3.3	Relativer Kanalwirbel	206
5.3.4	Minderleistung	207
5.3.5	Festlegen des Schaufelverlaufs	210
5.3.6	Doppelt gekrümmte Laufschaufeln	213
5.4	Berechnung weiterer Einzelteile	217
5.4.1	Radiale Leitapparate	217
5.4.2	Spiralgehäuse	219
5.4.3	Axiale Schaufelgitter	222
5.4.4	Axialschub und Schubausgleich	226
5.5	Betriebsverhalten	230
5.5.1	Theoretisch berechnete Kennlinie	230
5.5.2	Das tatsächliche Verhalten der Pumpe	234
5.5.3	Haltdruckhöhe und Kavitation	236
5.5.4	Zusammenarbeit von Pumpe und Rohrleitung	240
5.5.5	Änderung des Betriebspunktes	242
5.5.6	Verhalten der Pumpe außerhalb des normalen Betriebspunktes	246
5.5.7	Pumpspeicherkraftwerke, Pumpenturbinen	249

6 Ventilatoren und Verdichter	253
6.1 Einleitung	253
6.2 Ventilatoren	254
6.2.1 Radialventilatoren	254
6.2.2 Axialventilatoren	259
6.2.3 Querstromventilatoren	263
6.3 Verdichter	264
6.3.1 Zwischenkühlung	264
6.3.2 Bauformen von Verdichtern	267
6.3.3 Wellendichtungen	271
6.3.4 Elementare Theorie der Verdichterstufe	272
6.3.5 Kennlinien	277
7 Hydrodynamische Kupplungen und Wandler	281
7.1 Einleitung	281
7.2 Föttinger-Kupplungen	282
7.2.1 Funktionsweise und Kennlinien	282
7.2.2 Zusammenarbeit mit der Antriebsmaschine	284
7.2.3 Maßnahmen zur Beeinflussung der Kennlinie	285
7.2.4 Kupplungen mit veränderlicher Füllung	286
7.3 Föttinger-Drehmomentwandler	288
7.3.1 Aufbau und Wirkungsweise	288
7.3.2 Kennlinien	290
7.3.3 Stellwandler	292
7.3.4 Hydrodynamische Getriebe	296
8 Windräder und Propeller	301
8.1 Einleitung	301
8.2 Windräder	301
8.2.1 Vorbemerkung	301
8.2.2 Windradtheorie	303
8.2.3 Bauformen	306
8.3 Propeller	311
8.3.1 Strahltheorie des Propellers	311
8.3.2 Schraubenpropeller	312
8.3.3 Voith-Schneider-Propeller	314
9 Anhang	315
Literaturverzeichnis	322
Sachverzeichnis	324

Formelzeichen (Auswahl)

A	Fläche	v	spezifisches Volumen
a	Lichtweite	W	Arbeit
b	Breite	w	spezifische Arbeit
C	Konstante	w	Relativgeschwindigkeit
c	Absolutgeschwindigkeit	Y	spezifische Stutzenarbeit
c_p	spezifische Wärmekapazität	z	Anzahl
D, d	Durchmesser	z	Ortshöhe
$\dot{E}$	Energiestrom	α	Winkel zwischen $\vec{c}$ und $\vec{u}$
e	Exzentrizität	β	Winkel zwischen $\vec{w}$ und $\vec{u}$
F	Kraft	δ	Durchmesserzahl
f	Rückgewinnziffer	δ	Spaltweite
H	Fallhöhe, Förderhöhe	ϵ	Beaufschlagungsgrad
h	Höhe	ϵ	Gleitwinkel
h	Enthalpie	ζ	Verlustbeiwert
K	Drallkonstante	ζ_A	Auftriebsbeiwert
L, l	Länge	ζ_W	Widerstandsbeiwert
M	Moment	η	Wirkungsgrad
$\dot{m}$	Massenstrom	ϑ	Winkel zwischen Radius und Meridianstromlinie
n	Drehzahl	κ	Isentropenexponent
P	Leistung	λ	Leistungszahl
p	Druck	λ^*	Minderleistungskoeffizient
Q	Wärme	μ	Massenanteil
$\dot{Q}$	Wärmestrom	μ	Momentenwandlung
q	spezifische Wärme	μ	Schluckzahl
R	Gaskonstante	ν	Drehzahlverhältnis
R, r	Radius	ν	Laufzahl
$\mathbf{r}$	Reaktionsgrad, in Bildern auch handschriftlich verwendet.	Π	Druckverhältnis
s	Weg	ϱ	Dichte
s	Entropie	ϱ	Radius
s	Profilsehnenlänge	σ	Schnellläufigkeit
s	Schlupf	τ	Verengungsfaktor
T	absolute Temperatur	φ	Durchflusszahl
t	Temperatur	φ	Zentriwinkel
t	Zeit	Ψ	Durchflussfunktion
t	Teilung	ψ	Druckzahl
u	Umfangsgeschwindigkeit	ω	Winkelgeschwindigkeit
V	Volumen		
$\dot{V}$	Volumenstrom		

1 Gemeinsame Grundlagen der Strömungsmaschinen

1.1 Einleitung

1.1.1 Definition

Aufgabenstellung. Unter der Sammelbezeichnung Strömungsmaschinen werden Wasserturbinen, Dampf- und Gasturbinen, Windräder, Kreispumpen und Kreiselverdichter sowie Propeller zusammengefasst. Allen diesen Maschinen ist gemeinsam, dass sie dem Zweck dienen, einem Fluid¹ Energie zu entziehen, um damit eine andere Maschine anzutreiben oder umgekehrt einem Fluid Energie zuzuführen, um dessen Druck zu erhöhen. Die hydrodynamischen Kupplungen und Drehmomentwandler, die gleichfalls zur Gruppe der Strömungsmaschinen gehören, sind Kombinationen von Kreispumpen und Flüssigkeitsturbinen.

Arbeitsprinzip. Kolbenmaschinen und Strömungsmaschinen, die die soeben beschriebene Aufgabe gemeinsam haben, unterscheiden sich durch die Art der Energieumsetzung.

Die Wirkungsweise einer Kolbenmaschine ist unmittelbar anschaulich zu verstehen. Bezeichnet $F_K = pA$ die auf den Kolben wirkende Kraft, A die Kolbenfläche und p den im Zylinder vorhandenen Druck, so ist die bei einer Kolbenbewegung um das Wegelement ds geleistete Arbeit

$$dW = F_K ds = pA ds = p dV.$$

Bei der Kolbenmaschine ist also die Arbeit ursächlich mit einer Volumenänderung verbunden.

Dieses Merkmal trifft gleichfalls für Flügelzellen- und ähnliche Apparate mit rotierenden Bauteilen zu, die man deshalb mit den Kolbenmaschinen zur Gruppe der Verdrängungsmaschinen zusammenfasst.

In der Strömungsmaschine ist die Energieumsetzung indirekt und nimmt stets den Weg über die kinetische Energie des Fluids. Am Beispiel einer einfachen Turbine (Bild 1.1 a) lässt sich das verfolgen. Das Fluid tritt am Druckstutzen in die Maschine ein und fließt zunächst durch einen Kranz feststehender Leitschaufeln. Dabei erhöht sich die Geschwindigkeit und damit die kinetische Energie des Fluids auf Kosten seines Druckes oder exakter seiner potentiellen Energie. Zugleich entsteht durch die Form der Leitschaufeln eine Geschwindigkeitskomponente in der Umfangsrichtung des Laufrades. Im Laufrad gibt das Fluid seine kinetische Energie an den Läufer ab, indem die Richtung und oft auch der Betrag der Geschwindigkeit beim Durchströmen der von den Laufschaufeln gebildeten Kanäle verändert wird. Die dabei entstehenden Kräfte treiben das Laufrad an. Mit vermindertem Energiegehalt tritt das Fluid aus dem Saugstutzen der Maschine aus.

In einer Strömungsarbeitsmaschine (Bild 1.1 c) sind die Vorgänge umgekehrt. Hier wird dem Fluid im Laufrad Energie zugeführt. Die Leitschaufeln sind hinter dem Laufrad

1 Dieses aus dem Englischen übernommene Wort lateinischer Herkunft bezeichnet Flüssigkeiten und Gase, also die Gesamtheit der Körper, die strömende Bewegungen ausführen können.

angeordnet und haben den Zweck, einen Teil der kinetischen Energie durch Verzögerung der Strömung in eine Druckerhöhung umzusetzen. Der gleichen Aufgabe dient hier auch das Gehäuse, dessen Querschnitte deshalb in der Strömungsrichtung zunehmen.

Die beschriebene Art der Energieumsetzung ist für alle Strömungsmaschinen typisch, sie arbeiten nach dem Prinzip der Geschwindigkeitsänderung.

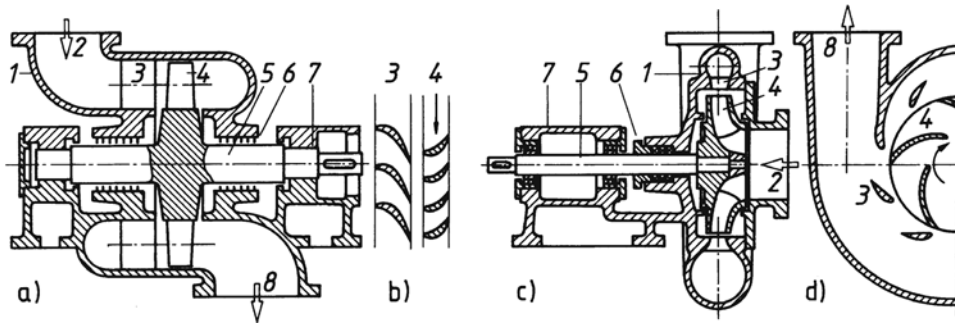


Bild 1.1 Prinzipbilder von Strömungsmaschinen

axiale Turbine

a) Längsschnitt

b) zylindrischer Schnitt durch die Beschaukelung

radiale Pumpe

c) Längsschnitt

d) Querschnitt

Konstruktiver Aufbau. Alle Strömungsmaschinen sind prinzipiell so aufgebaut, wie in Bild 1.1. Je nach dem Verwendungszweck sind aber zahlreiche Varianten möglich. Insbesondere ist oft die Hintereinanderanordnung von einem Leitrad und einem Laufrad, die als eine Stufe bezeichnet wird, mehrfach vorhanden (Abschn. 1.5). In anderen Fällen, etwa bei Propellern, kann auf ein Leitrad auch verzichtet werden, aber stets ist das mit Schaufeln besetzte Laufrad (Bild 1.1 Pos. 4) das wesentliche Bauelement aller Strömungsmaschinen. Dazu kommen in den meisten Fällen ein Gehäuse (1) mit den Ein- und Austrittsstutzen (2 und 8), in das die Leitschaufeln (3) eingesetzt sind. An den Stellen, wo die Welle (5) durch das Gehäuse durchgeführt ist, liegen Dichtungen (6). Die Lagerung (7) liegt außerhalb des vom Arbeitsfluid erfüllten Raumes, falls nicht besondere konstruktive Gründe dagegen sprechen.

1.1.2 Einteilung

Strömungsmaschinen können nach unterschiedlichen Gesichtspunkten eingeteilt werden (Bild 1.2).

Hydraulische und thermische Maschinen. Ein mögliches Unterscheidungskriterium ist die Kompressibilität des Fluids. Die hydraulischen Maschinen wie Wasserturbinen und Kreiselpumpen arbeiten mit inkompressiblen Flüssigkeiten. Dampfturbinen, Gasturbinen und Verdichter sind Beispiele thermischer Strömungsmaschinen, deren Arbeitsfluide kompressibel sind.

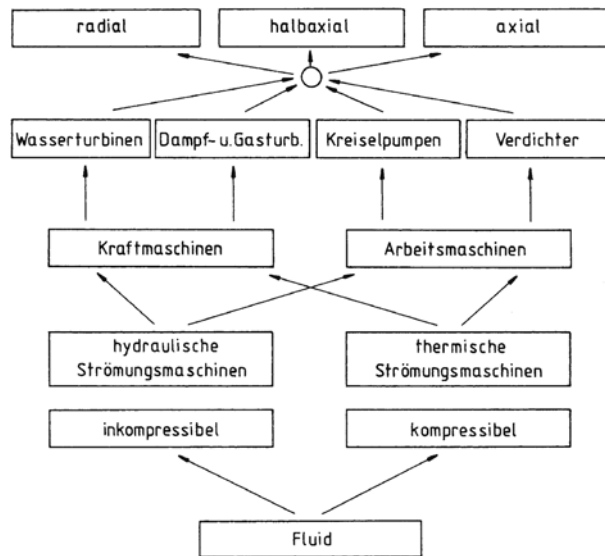


Bild 1.2
Einteilung der
Strömungsmaschinen

Kraft- und Arbeitsmaschinen. Strömungskraftmaschinen² oder Turbinen entziehen, wie bereits im vorigen Abschnitt gesagt, einem Fluid Energie und geben sie an eine andere Maschine z. B. einen Generator ab. Die Arbeitsmaschinen wie Pumpen und Verdichter erhöhen die Fluidenergie.

Aktions- und Reaktionsmaschinen. Nach der Art der Energieumsetzung unterscheidet man das Gleichdruck- oder Aktionsprinzip, bei dem sich die Geschwindigkeit im Laufrad nur der Richtung nach ändert, sowie das Überdruck- oder Reaktionsprinzip, bei dem auch der Betrag der Geschwindigkeit verändert wird (Abschn. 1.3.6).

Radial- und Axialmaschinen. Die Hauptströmungsrichtung im Laufrad bildet ein weiteres Unterscheidungsmerkmal. Neben radialen und axialen gibt es als Zwischenform halbaxiale oder diagonale Maschinen (Bild 1.3).

1.1.3 Vergleich mit Kolbenmaschinen

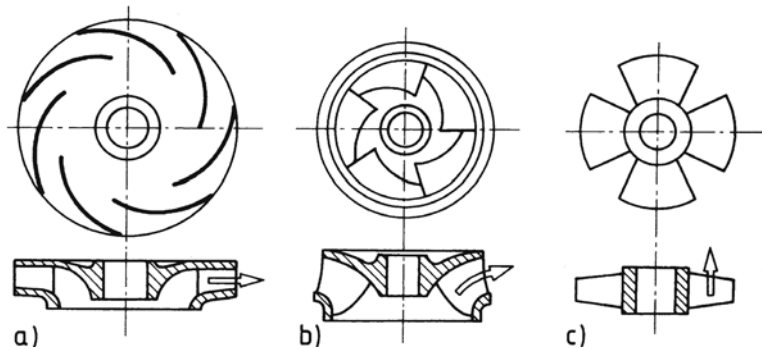
Aufbau. Die konstruktive Einfachheit einer Strömungsmaschine ist ein wesentlicher Vorteil. Als einziges Bauteil bewegt sich der Läufer in der einfachen, in der Technik bevorzugten rotierenden Bewegung, während eine Kolbenmaschine eine mehr oder weniger große Zahl von Teilen hat, die in komplizierter Weise hin- und herlaufen und immer wieder beschleunigt und verzögert werden, was sich auf die Laufruhe und den Verschleiß nachteilig auswirken kann.

² Die Worte Kraftmaschine, Kraftwerk, Kraft-Wärme-Kopplung sind sprachlich nicht korrekt. Sie sind Überbleibsel einer Zeit, die die Begriffe Energie und Kraft noch nicht klar unterschieden hat.

Bild 1.3

Lauftradformen

- a) radial
- b) halbaxial
- c) axial



Drehmoment und Drehzahl. Aus den unterschiedlichen Arbeitsprinzipien ergibt sich, dass das Drehmoment der Kolbenmaschine periodisch veränderlich, dasjenige der Strömungsmaschine dagegen zeitlich gleichförmig ist. Bei manchen Anwendungen bedeutet das einen zusätzlichen Vorteil.

Ein weiteres Unterscheidungsmerkmal ist die höhere Drehzahl der Strömungsmaschine. Dadurch bedingt, kommt diese bei gleicher Leistung mit geringeren Abmessungen und kleinerem Gewicht aus.

Verluste. Wegen der stets notwendigen Umsetzung von Druckenergie in kinetische Energie und umgekehrt treten in der Strömungsmaschine zusätzliche Verluste auf, sodass die inneren Wirkungsgrade meist kleiner sind als bei der Kolbenmaschine. Mindestens zum Teil wird dieser Nachteil durch die wegen des einfachen Aufbaus besseren mechanischen Wirkungsgrade ausgeglichen.

Anwendungsgebiete. Mitunter stehen Kolben- und Strömungsmaschinen einander gleichwertig gegenüber. Im Allgemeinen sind jedoch die Strömungsmaschinen dann überlegen, wenn es um die Verarbeitung großer Volumenströme geht. Das liegt daran, dass durch die Querschnitte der Strömungsmaschine das Fluid durch keine Ein- und Auslassventile behindert mit verhältnismäßig großer Geschwindigkeit strömen kann. Die Kolbenmaschinen dagegen haben ihr Anwendungsgebiet dort, wo große Druckunterschiede zu überwinden sind. So stehen Kolben- und Strömungsmaschinen gewöhnlich nicht in Konkurrenz zu einander, sondern beide haben ihre bevorzugten Anwendungsfelder.

1.2 Hydromechanische und thermodynamische Grundlagen

1.2.1 Kontinuitätssatz

Eine Stromröhre (Bild 1.4 a) sei von einem beliebigen Fluid stationär durchflossen. Damit ist gemeint, dass die Flüssigkeitsbewegung zeitlich unveränderlich ist, also die Geschwindigkeit an der gleichen Stelle der Stromröhre zu jeder Zeit den gleichen Wert hat, aber auch, dass sich die Mantelfläche der Stromröhre wie eine starre, unbewegliche und undurchdringliche Wand verhält, auch in solchen Fällen, wo sie nur eine gedachte Begrenzungsfläche innerhalb des Fluids ist.

In dem schraffierten Querschnitt habe die Geschwindigkeit den mittleren Wert c . A sei die senkrecht zur Strömungsrichtung gemessene Fläche des Querschnitts, durch den im Zeitelement dt das Volumen $dV = A ds = A c dt$ fließt. Der Volumenstrom ist $\dot{V} = dV/dt = A c$ und der Massenstrom $\dot{m} = \rho A c$, wobei ρ die Fluidichte ist.

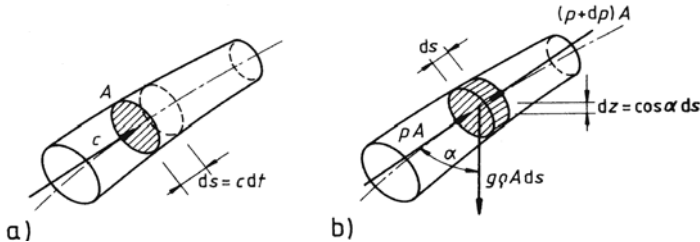


Bild 1.4
Stationäre Strömung
a) Kontinuitätssatz
b) Bernoulli-Gleichung

Der Kontinuitätssatz sagt nun aus, dass der Massenstrom für jeden Querschnitt derselben Stromröhre den gleichen Wert hat

$$\dot{m} = \rho c A = \text{konst.} \quad (1.1)$$

Während also die Werte von ρ , c und A sich ändern können, bleibt deren Produkt konstant. Im Falle einer inkompressiblen Flüssigkeit vereinfacht sich wegen $\rho = \text{konst}$ Gl. (1.1) zu

$$\dot{V} = c A = \text{konst.} \quad (1.2)$$

1.2.2 Bernoullische Gleichung

In einer Stromröhre (Bild 1.4 b) sei die Strömung reibungsfrei. Auf das hervorgehobene zylindrische Fluidelement wirken dann nur die Gewichtskraft und die Druckkräfte. Die auf die Mantelfläche wirkenden Druckkräfte können unberücksichtigt bleiben, da sie keine Komponente in der Bewegungsrichtung haben, auf die es allein ankommen soll. Die Bewegung sei stationär und das Fluid inkompressibel.

Das Newtonsche Grundgesetz der Mechanik, Kraft = Masse · Beschleunigung, lautet für die Bewegungsrichtung mit dem Druck p , der Zeit t , dem Weg s und dem Winkel α der Stromlinie gegenüber der Senkrechten

$$-dpA - g\rho A ds \cos \alpha = \rho A ds \frac{dc}{dt}$$

oder anders geordnet mit dem Höhenelement $dz = ds \cos \alpha$

$$\frac{dp}{\rho} + g dz + c dc = 0$$

und nach Integration

$$\frac{p}{\rho} + gz + \frac{c^2}{2} = \text{konst.} \quad (1.3)$$

Diese nach Daniel Bernoulli (1700–1782) benannte Gleichung stellt für die stationäre Bewegung einer reibungsfreien, inkompressiblen Flüssigkeit den Erhaltungssatz der Energie

dar. Sie ist von daher unmittelbar einleuchtend und stellt fest, dass die Summe aus Druckenergie, Lageenergie und kinetischer Energie konstant sein muss.

1.2.3 Erster Hauptsatz der Thermodynamik

Geschlossenes System. Es werde ein thermodynamisches System betrachtet, über dessen Grenzen nur Energien aber keine Stoffe übertreten können. Als Beispiel kann ein gasförmiger Körper, der sich bei geschlossenen Ventilen und dichtem Kolben im Arbeitsraum einer Kolbenmaschine befindet, gelten (Bild 1.5 a).

Dem System werde durch die Bewegung des Kolbens die spezifische Arbeit dw zugeführt. Zugleich werde die spezifische Wärme dq in das System eingebracht. Die spezifische innere Energie u des Systems wird sich dann um den Betrag $du = dw + dq$ erhöhen. Mit dem Druck p und dem spezifischen Volumen v wird $dw = -p dv$, wobei sich das Minuszeichen dadurch erklärt, dass die Zufuhr einer Arbeit eine Verringerung des Volumens bedeutet,

$$dq = du + p dv. \quad (1.4)$$

Mit der spezifischen Enthalpie $h = u + pv$ erhält man durch Auflösen nach u und Differenzieren $du = dh - p dv - v dp$ und damit

$$dq = dh - v dp. \quad (1.5)$$

Die beiden gleichwertigen Gln. (1.4) und (1.5) stellen den ersten Hauptsatz, nämlich den Erhaltungssatz der Energie für ein geschlossenes System dar.

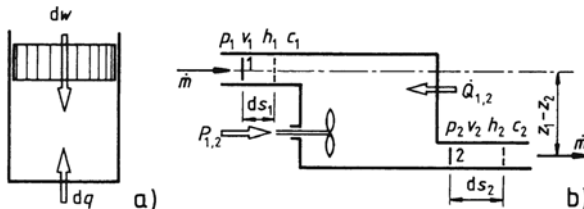


Bild 1.5
Thermodynamische Systeme
a) geschlossen
b) offen

Offenes System. Ein System, das an einem Eintritts- und an einem Austrittsquerschnitt für Stoffströme offen ist, werde von einem Fluid stationär durchströmt (Bild 1.5 b). Ebenfalls stationär sollen die Energieströme $\dot{Q}_{1,2} = dQ_{1,2}/dt$ und $P_{1,2} = \dot{W}_{1,2} = dW_{1,2}/dt$ über die Systemgrenzen hinweg in das System eingebracht werden. Während einer kurzen Zeitspanne dt werden dann die Energien $dQ_{1,2}$ und $dW_{1,2}$ zugeführt.

Um Gl. (1.4) anwenden zu können, wird das System durch die Grenzen bei 1 und 2 abgeschlossen. Diese sind mit der Strömung mitfahrend zu denken. Im Zeitelement dt bewegen sie sich um die Wegstücke ds_1 und ds_2 . Dem System wird dabei ähnlich wie bei einer Kolbenbewegung die Arbeit $p_1 A_1 ds_1 - p_2 A_2 ds_2 = p_1 dV_1 - p_2 dV_2 = dm(p_1 v_1 - p_2 v_2)$ zugeführt. Da die Strömung als stationär vorausgesetzt wurde, sind alle Zustandsgrößen an einem bestimmten Ort konstant. Der Energieinhalt des Systems kann sich nur dadurch ändern, dass in der Zeit dt bei 1 ein Massenelement dm mit einer bestimmten Energie eintritt, während gleichzeitig ein gleich großes Massenelement, aber mit anderem Energieinhalt, bei 2 austritt. Außer der inneren sind hier auch die potentielle und die kinetische

Energie des Massenelements zu berücksichtigen, also $\dot{m}(u_1 + c_1^2/2 + gz_1)$ bzw. $\dot{m}(u_2 + c_2^2/2 + gz_2)$.

Die gesamte Energiebilanz lautet damit

$$\dot{Q}_{1,2} + \dot{W}_{11,2} + \dot{m} \left[\left(p_1 v_1 + u_1 + \frac{c_1^2}{2} + gz_1 \right) - \left(p_2 v_2 + u_2 + \frac{c_2^2}{2} + gz_2 \right) \right] = 0$$

oder nach Division durch $\dot{m}$ und mit $h = u + pv$

$$\dot{Q}_{1,2} + P_{1,2} = \dot{m} \left[\left(h_2 + \frac{c_2^2}{2} + gz_2 \right) - \left(h_1 + \frac{c_1^2}{2} + gz_1 \right) \right]. \quad (1.6)$$

Das ist die Gleichung des 1. Hauptsatzes für ein offenes System, eine Verallgemeinerung der Bernoulli-Gleichung, in die Gl. (1.6) übergeht, wenn $\dot{Q}_{1,2} = P_{1,2} = 0$ und $u_1 = u_2$ gesetzt werden. Die Bernoulli-Gleichung gilt deshalb nur für reibungsfreie Strömungen, denn sobald Reibungseffekte auftreten, wird sich die innere Energie des Fluids zu Lasten der übrigen Energieformen erhöhen. Für den ersten Hauptsatz gibt es keine solche Einschränkung. Gleichung (1.6) gilt sogar auch dann, wenn die Voraussetzung der stationären Strömung im Inneren des Systems nicht streng erfüllt ist. Entscheidend ist nämlich nur, dass am Ein- und Austritt stationäre Zustände vorliegen.

1.2.4 Ideales Gas

Gaskonstante, spezifische Wärmekapazität und Isentropenexponent. Als ideales Gas wird ein Stoff bezeichnet, für den die thermische Zustandsgleichung

$$pv = RT \quad (1.7)$$

gilt, worin R die individuelle Gaskonstante und T die absolute Temperatur sind. Auch für wirkliche Gase bildet Gl. (1.7) eine gute Näherung, obgleich sie genau genommen nur das Grenzgesetz ist für den Fall, dass der Druck gegen null geht. Für viele Gase sind die Abweichungen in den für die Technik wichtigen Zustandsbereichen jedoch gering, sodass man Gl. (1.7) vielfältig anwenden kann.

Die Enthalpie eines Stoffes, der Gl. (1.7) genügt, ist nur von der Temperatur abhängig, also

$$h = \int_{T_0}^T c_p(t) dt.$$

Dabei ist T_0 die Temperatur, für die die Enthalpie willkürlich gleich null gesetzt wird, und $c_p(t)$ die wahre spezifische Wärmekapazität bei konstantem Druck, die auch bei idealen Gasen von der Temperatur abhängt, bei anderen Stoffen außerdem auch vom Druck.

In Anwendung des Mittelwertsatzes der Integralrechnung wird auch

$$h = \int_{T_0}^T c_p(t) dt = [c_p]_{T_0}^T (T - T_0) \quad (1.8)$$

gesetzt, was praktisch bedeutet, dass im Temperaturbereich T_0 bis T die in Wirklichkeit variable spezifische Wärmekapazität durch einen konstanten Wert, die mittlere spezifische Wärmekapazität $[c_p]_{t_0}^t$ ersetzt wird. In Tabelle 9.1 im Anhang sind Zahlenwerte von $[c_p]_0^t$ angegeben, dort ist wie üblich $t_0 = 0^\circ\text{C}$, $T_0 = 273,15\text{ K}$ gewählt worden.

Für irgend einen Temperaturbereich t_1 bis t_2 errechnet sich die Enthalpiedifferenz und die mittlere spezifische Wärmekapazität zu

$$h_2 - h_1 = [c_p]_0^{t_2} t_2 - [c_p]_0^{t_1} t_1$$

und

$$[c_p]_{t_1}^{t_2} = \frac{[c_p]_0^{t_2} t_2 - [c_p]_0^{t_1} t_1}{t_2 - t_1}. \quad (1.9)$$

Mit den beiden Zahlenwerten von R und $[c_p]_{t_1}^{t_2}$ ist das Verhalten eines idealen Gases vollständig beschrieben. Als dritte, aber nicht mehr unabhängige Größe wird durch

$$\frac{\kappa - 1}{\kappa} = \frac{R}{[c_p]_{t_1}^{t_2}} \quad (1.10)$$

der Isentropenexponent κ definiert, der ebenso wie die mittlere spezifische Wärmekapazität eine temperaturabhängige Größe ist, die nur innerhalb eines bestimmten Temperaturbereiches als konstant angesehen werden darf.

Isentrope. Für eine Zustandsänderung, bei der die Entropie weder durch Wärmezufuhr von außen noch durch innere Reibung verändert wird, gilt die Differentialgleichung

$$\frac{dp}{p} = -\kappa \frac{dv}{v}.$$

Wenn man κ als konstant annimmt, kann sie zu

$$pv^\kappa = \text{konst}; \quad \frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^\kappa \quad (1.11)$$

integriert werden. Mit Gl. (1.7) folgt weiter

$$\frac{T}{p^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}} = \text{konst}; \quad \frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}. \quad (1.12)$$

Zusammen mit Gl. (1.10) ergeben sich damit für die isentrope Enthalpiedifferenz die oft gebrauchten Beziehungen

$$\Delta h_s = h_2 - h_1 = \frac{\kappa}{\kappa - 1} p_1 v_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1 \right] \quad (1.13)$$

$$\Delta h_s = h_1 - h_2 = \frac{\kappa}{\kappa - 1} p_1 v_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right], \quad (1.14)$$

von denen die erste für die Kompression, die zweite für die Expansion ein positives Ergebnis liefert.

Beispiel 1.1. Ausgehend vom Zustand $p_1 = 0,4 \text{ MPa}$, $t_1 = 800 \text{ °C}$ expandiert Luft isentrop auf einen Gegendruck von $p_2 = 0,1 \text{ MPa}$. Man berechne die Temperatur t_2 und die Enthalpiedifferenz.

Lösung. Da die Temperatur t_2 nicht bekannt ist, kann auch die mittlere spezifische Wärmekapazität noch nicht nach Gl. (1.9) berechnet werden. Deshalb wird zunächst näherungsweise mit dem für $t_1 = 800 \text{ °C}$ gültigen Wert gearbeitet und das Resultat schrittweise verbessert, indem der Tabelle 1.1 eine weitere Spalte zugefügt wird.

Für die erste Spalte folgt aus den Gln. (1.10) und (1.12) mit $R = 0,287 \text{ kJ/(kg K)}$

$$\frac{\kappa - 1}{\kappa} = \frac{R}{[c_p]_{t_1}^{t_2}} = \frac{0,287 \text{ kJ/(kg K)}}{1,072 \text{ kJ/(kg K)}} = 0,2677; \quad \kappa = 1,366$$

$$T_2 = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = 1073 \text{ K} \left(\frac{0,1 \text{ MPa}}{0,4 \text{ MPa}} \right)^{0,2677} = 740 \text{ K}; \quad t_2 = 467 \text{ °C}.$$

Für die zweite Spalte kann jetzt aus der Tabelle 9.1 ein verbesserter Wert von $[c_p]_0^{t_2}$ entnommen und die Rechnung wiederholt werden.

Das Ergebnis der ersten Spalte weicht noch erheblich vom richtigen Resultat ab, eine Korrektur ist also notwendig. Bereits nach einmaliger Verbesserung wird jedoch eine hinreichende Genauigkeit erreicht.

Damit läßt sich nun noch die Enthalpiedifferenz berechnen. Mit $p_1 v_1 = RT_1$ Gl. (1.7) folgt aus Gl. (1.14)

$$\Delta h = \frac{RT_1}{(\kappa-1)/\kappa} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right] = \frac{0,287 \text{ kJ/(kg K)} \cdot 1073 \text{ K}}{0,2552} \left[1 - \left(\frac{0,1 \text{ MPa}}{0,4 \text{ MPa}} \right)^{0,2552} \right] = 359,6 \text{ kJ/kg}.$$

Tabelle 1.1 Berechnung der Expansionsendtemperatur (Beispiel 1.1)

$[c_p]_0^{t_1}$	kJ/(kg K)	Tabelle 9.1	1,072	1,072	1,072
$[c_p]_0^{t_2}$	kJ/(kg K)	Tabelle 9.1	1,072	1,036	1,037
$[c_p]_{t_1}^{t_2}$	kJ/(kg K)	Gl. (1.9)	1,072	1,123	1,125
$(\kappa-1)/\kappa$	1	Gl. (1.10)	0,2677	0,2556	0,2552
T_2	K	Gl. (1.12)	740	753	753
t_2	°C		467	480	480

1.2.5 Idealer Dampf

Thermische Zustandsgrößen. Für jeden beliebigen Stoff gilt

$$pv = zRT,$$

wobei der Realgasfaktor z im Sonderfall des idealen Gases gleich eins, im Allgemeinen aber eine Zustandsgröße, also eine Funktion zweier anderer, etwa von Temperatur und Druck oder auch von Entropie und Druck ist.

Stoffe, für die z allein von der Entropie abhängig ist, stellen einen besonders einfachen Sonderfall dar. Sie haben zwar einen allgemeineren Charakter als die idealen Gase, bedeuten aber immer noch eine Idealisierung und werden als ideale Dämpfe bezeichnet. Selbstverständlich ist ein ideales Gas „erst recht“ ein idealer Dampf, während die Umkehrung, wie sich aus der Definition ergibt, natürlich nicht gilt.

Für überhitzten Wasserdampf ist die Voraussetzung $z = f(s)$ mit recht guter Genauigkeit erfüllt, sodass dieser Stoff, der für die Anwendung in Strömungsmaschinen zu den wichtigsten gehört, nach den Gesetzen des idealen Dampfes behandelt werden kann.

Enthalpie. Wie in [8] bewiesen wird, folgt aus den Hauptsätzen der Thermodynamik und der obigen Definition des idealen Dampfes

$$h = \frac{\kappa}{\kappa - 1} pv + h^*, \quad (1.15)$$

wobei h^* eine Integrationskonstante ist, mit der der Nullpunkt der Enthalpieskala festgelegt wird. Besonders einfache Verhältnisse ergeben sich, wenn man diesen Nullpunkt so wählt, dass h^* gleich null wird. Für die so definierte Enthalpie

$$\bar{h} = \frac{\kappa}{\kappa - 1} pv \quad (1.16)$$

hat Traupel in [8] die Bezeichnung Normalenthalpie eingeführt. Anders als beim idealen Gas existiert für idealen Dampf kein einfacher Zusammenhang zwischen Temperatur und Enthalpie. Ist dort das Produkt pv der absoluten Temperatur proportional, so ist es beim idealen Dampf der Normalenthalpie proportional, sodass ähnlich einfache Zusammenhänge entstehen wie bei idealem Gas, wenn statt der Temperatur mit der Enthalpie gerechnet wird, die ohnehin für thermodynamische Berechnungen fast immer benötigt wird.

Isentrope. Die Beziehung $pv^\kappa = \text{konst}$, die weder die Temperatur noch die Enthalpie enthält, bleibt gültig. Zusammen mit Gl. (1.16) folgt daraus

$$\frac{\bar{h}}{p^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}} = \text{konst}; \quad \frac{\bar{h}_1}{\bar{h}_2} = \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}. \quad (1.17)$$

Ein Vergleich mit Gl. (1.12) zeigt, dass auch hier die absolute Temperatur durch die Normalenthalpie ersetzt ist. Durch Einsetzen in Gl. (1.15) weist man nach, dass die beiden Gln. (1.13) und (1.14) ihre Gültigkeit behalten.

Gebrauchsformeln für überhitzten Wasserdampf. Für Berechnungen mit nicht allzu großem Genauigkeitsanspruch kann man h^* in Gl. (1.15) gleich 1997 kJ/kg setzen. Für die Faktoren z und $\kappa/(\kappa-1)$ lassen sich die folgenden empirischen Gleichungen benutzen:

$$z = 1 - \exp\left(9,463 - \frac{s}{0,545 \text{ kJ/(kgK)}}\right) \quad (1.18)$$

$$\frac{\kappa}{\kappa-1} = 3,987 + 0,1836\left(\frac{t}{1000 \text{ °C}}\right) + 0,3915\left(\frac{t}{1000 \text{ °C}}\right)^2 + 0,555\left(\frac{p}{100 \text{ MPa}}\right).$$

Die Entropie ergibt sich aus

$$s = 6,936 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} + R \left[\frac{\kappa}{\kappa-1} \ln\left(\frac{T}{723 \text{ K}}\right) - z \ln\left(\frac{p}{4 \text{ MPa}}\right) \right] \quad (1.19)$$

mit der Gaskonstanten $R = \frac{R}{M} = \frac{8,314 \text{ kJ/(kmolK)}}{18 \text{ kg/kmol}} = 0,4618 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}$.

Beispiel 1.2. Für fünf ausgewählte Zustände überhitzten Wasserdampfes berechne man die Zustandsgrößen mit den angegebenen Gleichungen und prüfe die Genauigkeit anhand der Dampftafel im Anhang (Tabelle 9.3).

Lösung.

p	MPa	gegeben	2,5	1,5	0,5	0,075	15
t	°C	gegeben	400	350	200	400	650
$\kappa/(\kappa-1)$	1	Gl. (1.18)	4,137	4,106	4,042	4,123	4,355
s	kJ/(kgK)	Gl. (1.19) mit $z = 1$	7,018	7,109	7,106	8,639	6,817
z	1	Gl. (1.18)	0,967	0,972	0,972	0,998	0,952
s	kJ/(kgK)	Gl. (1.19)	7,011	7,096	7,079	8,635	6,846
v	m ³ /kg	$v = \frac{zRT}{p}$	0,1202	0,1865	0,4248	4,1387	0,027
h	kJ/kg	Gl. (1.16)	3240	3146	2855	3276	3765
s_T	kJ/(kgK)	Tabelle 9.3	7,017	7,104	7,061	8,678	6,824
v_T	m ³ /kg	Tabelle 9.3	0,1201	0,1866	0,425	4,1383	0,027
h_T	kJ/kg	Tabelle 9.3	3240	3148	2856	3279	3712
Entropie- Fehler	1	$100 \frac{s - s_T}{s_T}$	-0,09	-0,11	0,25	-0,5	0,33
Volu- menfeh- ler	1	$100 \frac{v - v_T}{v_T}$	0,08	-0,05	-0,05	0,01	1,12
Enthal- piefehler	1	$100 \frac{h - h_T}{h_T}$	0	-0,06	-0,03	-0,06	1,43

Die letzten drei Zeilen geben in Prozent die relativen Fehler der berechneten Zustandsgrößen gegenüber den als richtig angenommenen Werten aus der Dampftafel (Tabelle 9.3) an. Für grobe Überschlagsrechnungen sind die Formeln zu gebrauchen, aber für praxisgerechte Übungsaufgaben arbeitet man besser mit dem beiliegenden h,s -Diagramm nach R. Mollier (1863–1935), aus dem sich die benötigten Zustandsgrößen leicht ablesen lassen. Noch leichter hat man es mit einem EDV-Programm, z. B. mit dem Programm „Mollier“, das vom Verfasser unter der Adresse klaus.menny@t-online.de bestellt werden kann.

Beispiel 1.3. Wasserdampf expandiert isentrop vom Ausgangszustand $p_1 = 1,5 \text{ MPa}$, $t_1 = 350 \text{ °C}$ auf den Gegendruck $p_2 = 0,6 \text{ MPa}$. Man berechne die Enthalpiedifferenz und das spezifische Volumen v_2 .

Lösung. Wie im vorherigen Beispiel errechnet, ist

$$\frac{\kappa}{\kappa - 1} = 4,106; \quad h = 3146 \text{ kJ/kg}.$$

Damit wird $\bar{h}_1 = h_1 - 1997 = 1149 \text{ kJ/kg}$ und mit den Gln. (1.14) und (1.16)

$$\Delta h_s = \bar{h}_1 - \bar{h}_2 = \bar{h}_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right] = 1149 \text{ kJ/kg} \left[1 - \left(\frac{0,6 \text{ MPa}}{1,5 \text{ MPa}} \right)^{\frac{1}{4,106}} \right] = 230 \text{ kJ/kg}$$

$$\bar{h}_2 = \bar{h}_1 - \Delta h_s = (1149 - 230) \text{ kJ/kg} = 919 \text{ kJ/kg}$$

weiter folgt mit $1 \text{ kJ} = 10^3 \text{ Nm}$

$$v_2 = \frac{\bar{h}_2}{\frac{\kappa}{\kappa - 1} p_2} = \frac{919 \cdot 10^3 \text{ Nm/kg}}{4,106 \cdot 6 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2} = 0,373 \text{ m}^3/\text{kg}.$$

Mit dem Mollier-Programm erhält man schneller und vor allem genauer:

$$\Delta h_s = 231,39 \text{ kJ/kg}; \quad v_2 = 0,3779 \text{ m}^3/\text{kg}.$$

1.2.6 Theorie der Düsenströmung

Voraussetzungen. Die Fluidbewegung wird eindimensional beschrieben. Das bedeutet, dass die Geschwindigkeitskomponenten senkrecht zur Hauptströmungsrichtung vernachlässigt werden, und dass die über einen Kanalquerschnitt hin veränderliche Geschwindigkeit durch den Mittelwert der Geschwindigkeit in diesem Querschnitt ersetzt wird.

Das Fluid sei ein idealer Dampf, was nach Abschnitt 1.2.5 auch den Fall des idealen Gases mit einschließt. Ferner sei die Strömung stationär und der Strömungsraum adiabat, das heißt wärmedicht, abgeschlossen. Es ist dann $\dot{Q}_{1,2} = 0$ und, da keine Leistung zugeführt wird, auch $P_{1,2} = 0$. Die Kanalquerschnitte sollen sich auf gleicher oder angenähert gleicher Orthöhe befinden, sodass die Glieder gz_1 und gz_2 gegeneinander aufgehoben werden. Gl. (1.6) lautet dann

$$h_2 + \frac{c_2^2}{2} = h_1 + \frac{c_1^2}{2}. \quad (1.20)$$

Ausströmgeschwindigkeit. Gl. (1.20) kann nach c_2 aufgelöst werden, wenn die Zuströmgeschwindigkeit c_1 und die Enthalpiedifferenz $h_1 - h_2$ der Expansion, die der Beschleunigung des Fluids entspricht, bekannt sind.

Diese Enthalpiedifferenz ist besonders einfach für die nur in Gedanken mögliche, reibungsfreie Strömung zu bestimmen. Dann ist die Strömung isentrop, sodass Gl. (1.14) anwendbar wird. Mit den Bezeichnungen von Bild 1.6 b wird

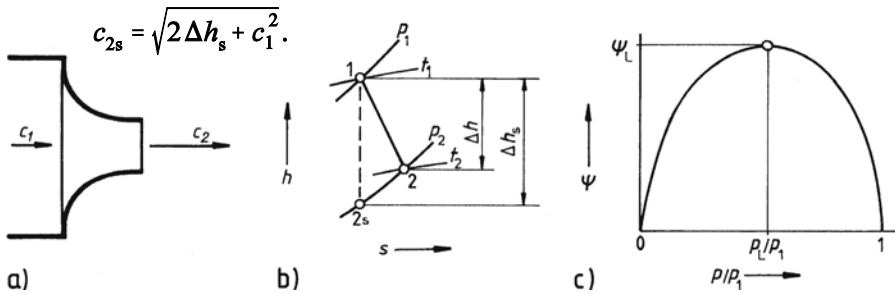


Bild 1.6 Düsenströmung

a) Düse

b) h,s -Diagramm

c) Durchflussfunktion

Beim wirklichen, nicht reibungsfreien Fall wird noch ein Düsenwirkungsgrad η eingeführt

$$c_2 = \sqrt{\eta(2\Delta h_s + c_1^2)}. \quad (1.21)$$

Durchflussfunktion. Die folgende Untersuchung soll auf die reibungsfreie Strömung beschränkt sein. Außerdem soll zur weiteren Vereinfachung das Quadrat der Zuströmgeschwindigkeit c_1^2 vernachlässigt werden. Größen ohne Index beziehen sich auf einen beliebigen Querschnitt im Inneren einer Düse. Wird für die isentrope Enthalpiedifferenz Gl. (1.14) eingesetzt, so wird zunächst

$$c = \sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa-1} p_1 v_1 \left[1 - \left(\frac{p}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right]}. \quad (1.22)$$

Mit dem Massenstrom nach Gl. (1.1) ergibt sich damit die Stromdichte

$$\frac{\dot{m}}{A} = \rho c = \frac{c}{v} = \sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa-1} \frac{p_1 v_1^2}{v_1 v^2} \left[1 - \left(\frac{p}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right]},$$

worin $(v_1/v)^2$ wegen $p v^\kappa = \text{konst}$ durch $(p/p_1)^{2/\kappa}$ ersetzt werden kann

$$\frac{\dot{m}}{A} = \sqrt{\frac{p_1}{v_1}} \sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa-1} \left[\left(\frac{p}{p_1} \right)^{\frac{2}{\kappa}} - \left(\frac{p}{p_1} \right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa}} \right]} = \sqrt{\frac{p_1}{v_1}} \cdot \Psi. \quad (1.23)$$

Bei gegebenem Zustand 1 hängt der Massenstrom nur vom Querschnitt und von der durch Gl. (1.23) definierten Durchflussfunktion Ψ ab. Diese wiederum ist über κ von der Art des Fluids und sonst nur vom Druckverhältnis abhängig.

Die für den Vorgang charakteristische Funktion Ψ hat Nullstellen bei $p/p_1 = 0$ und bei $p/p_1 = 1$ (Bild 1.6 c). Um das dazwischen liegende Maximum zu finden, wird die eckige Klammer in Gl. (1.23) differenziert und die Ableitung gleich null gesetzt. Man findet

$$\frac{p_L}{p} = \left(\frac{2}{\kappa+1} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}. \quad (1.24)$$

Dieses besondere Druckverhältnis wird nach dem schwedischen Ingenieur Gustav de Laval (1845–1913) benannt und mit dem Index L bezeichnet.

Der entsprechende, maximale Wert der Durchflussfunktion ist

$$\Psi_L = \sqrt{\kappa \left(\frac{2}{\kappa+1} \right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa-1}}} = \left(\frac{2}{\kappa+1} \right)^{\frac{1}{\kappa-1}} \sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa+1}}. \quad (1.25)$$

Im Querschnitt, in dem das Laval-Druckverhältnis erreicht wird, ist die Fluidgeschwindigkeit gleich der Schallgeschwindigkeit, nämlich

$$c_L = \sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa+1} p_1 v_1}, \quad (1.26)$$

wie durch Einsetzen von Gl. (1.24) in Gl. (1.22) nachzuweisen ist. Werden noch die Größen p_1 und v_1 mittels Gl. (1.11) durch p_L und v_L , also durch Druck und spezifisches Volumen im Laval-Querschnitt ersetzt, so folgt

$$c_L = \sqrt{\kappa p_L v_L} \quad \text{für ideales Gas} \quad c_L = \sqrt{\kappa R T_L}. \quad (1.27)$$

Maximaler Durchfluss. Variiert man bei einer Düse nach Bild 1.7 a, deren engster Querschnitt zugleich der Austrittsquerschnitt ist, den Gegendruck, indem man anfangs $p_2 = p_1$ setzt und dann p_2 laufend verkleinert, so wird der Massenstrom zunächst anwachsen. Er erreicht aber nach Gl. (1.23) einen maximalen Wert bei $p_2 = p_L$. Es wird dann

$$\dot{m}_{\max} = A_2 \sqrt{\frac{p_1}{v_1}} \Psi_L = A_2 \sqrt{\frac{p_1}{v_1}} \sqrt{\kappa \left(\frac{2}{\kappa+1} \right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa-1}}}. \quad (1.28)$$

Zugleich wird im Austrittsquerschnitt die Schallgeschwindigkeit erreicht. Bei weiterer Druckabsenkung hinter der Düse kann weder der Massenstrom noch die Geschwindigkeit größer werden, auch kann der Druck im Austrittsquerschnitt nicht kleiner werden als der Laval-Druck.

Diese theoretischen Folgerungen sind auch anschaulich zu verstehen. Eine Druckänderung breitet sich bekanntlich mit der Schallgeschwindigkeit aus, sie kann sich deshalb unmöglich

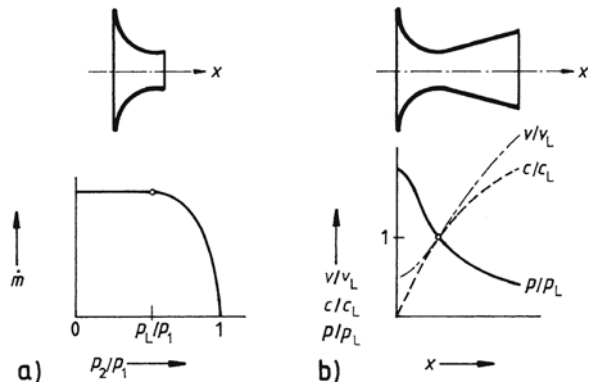
in das seinerseits mit Schallgeschwindigkeit ausströmende Fluid in das Innere der Düse hinein auswirken.

Laval-Düsen. Sollen in einer Düse Überschallgeschwindigkeiten erreicht werden, so muss das Fluid die Möglichkeit zu weiterer Expansion über das Maximum von Bild 1.6 c hinaus haben. Da der Massenstrom natürlich für die ganze Düse konstant bleibt, kann die Stromdichte nur dadurch wieder abnehmen, dass der Querschnitt nach seinem kleinsten Wert wieder anwächst (Bild 1.7 b).

Bild 1.7

Düsenformen

- a) nicht erweiterte Düse
b) Laval-Düse



Düsen dieser Form wurden erstmals im Jahr 1878 von dem deutschen Ingenieur Ernst Körting in Dampfstrahlapparate eingebaut. Man nennt sie aber nach ihrem erwähnten zweiten Erfinder Laval-Düsen. Die notwendige Querschnitterweiterung wird mittels der Kontinuitätsgleichung berechnet, die mit Gl. (1.23) die folgende Form annimmt

$$\frac{A_2}{A_{\min}} = \frac{\Psi_L}{\Psi_2} = \frac{\sqrt{\kappa \left(\frac{2}{\kappa+1} \right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa-1}}}}{\sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa-1} \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{2}{\kappa}} - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa}} \right]}}.$$

Beispiel 1.4. In einer Düse expandiert Wasserdampf isentrop, also reibungsfrei von $p_1 = 1,5 \text{ MPa}$; $t_1 = 350^\circ \text{C}$ auf den Gegendruck $p_2 = 0,6 \text{ MPa}$. Der Massenstrom beträgt $\dot{m} = 1 \text{ kg/s}$. Man berechne den engsten Düsenquerschnitt und den Austrittsquerschnitt.

Lösung. Nach dem früheren Beispiel 1.3 ist

$$\Delta h_s = 230 \text{ kJ/kg}; \quad \kappa = 1,309; \quad v_1 = 0,1865 \text{ m}^3/\text{kg}.$$

Da $\frac{p_2}{p_1} = \frac{0,6 \text{ MPa}}{1,5 \text{ MPa}} = 0,4$ kleiner ist als $\frac{p_L}{p_1} = \left(\frac{2}{2,309} \right)^{4,235} = 0,544$ (Gl. (1.24)), muss die Düse als

Laval-Düse ausgeführt werden.

Die Durchflussfunktion beträgt für den engsten bzw. den Austrittsquerschnitt nach den Gln. (1.25) und (1.23)

$$\Psi_L = \sqrt{1,309 \left(\frac{2}{1,309+1} \right)^{\frac{1,309+1}{1,309-1}}} = 0,669$$

$$\Psi_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,309}{1,309-1} \left[(0,4)^{\frac{2}{1,309}} - (0,4)^{\frac{1,309+1}{1,309}} \right]} = 0,6375.$$

Für die Querschnitte folgt aus $A = \dot{m} / (\Psi \sqrt{p_1 / \nu_1})$ nach Gl. (1.23) mit $1 \text{ MPa} = 10^6 \text{ kg/(ms}^2\text{)}$ und mit

$$\frac{\dot{m}}{\sqrt{p_1 / \nu_1}} = \frac{1 \text{ kg/s}}{\sqrt{\frac{1,5 \cdot 10^6 \text{ kg/(ms}^2\text{)}}{0,1866 \text{ m}^3/\text{kg}}}} = 0,3526 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$A_{\min} = \frac{0,3526 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2}{0,669} = 0,527 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$A_2 = \frac{0,3526 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2}{0,637} = 0,553 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2.$$

Im Austrittsquerschnitt ist die Geschwindigkeit nach Gl. (1.21) mit $c_1 = 0$ und $\eta = 1$

$$c_2 = \sqrt{2 \cdot 230 \text{ kJ/kg} \cdot 10^3 \text{ kg m}^2 / (\text{kJ s}^2)} = 678 \text{ m/s}.$$

Im engsten Querschnitt herrscht die Schallgeschwindigkeit, also nach Gl. (1.26)

$$c_L = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,309}{1,309+1} \cdot 15 \cdot 10^5 \text{ kg/(ms}^2\text{)} \cdot 0,1865 \text{ m}^3/\text{kg}} = 563 \text{ m/s}.$$

1.2.7 Carnotscher Kreisprozess

Um einem Fluid nicht nur einmalig sondern stetig Energie zu entziehen, lässt man es eine derartige Folge von Zustandsänderungen durchlaufen, dass am Ende wieder der Ausgangszustand erreicht ist.

Zur Beurteilung der Güte der Energieumsetzung in einem Kreisprozess wird der thermische Wirkungsgrad definiert:

$$\eta_{\text{th}} = \frac{w}{q_{\text{zu}}} = \frac{q_{\text{zu}} - |q_{\text{ab}}|}{q_{\text{zu}}} = 1 - \frac{|q_{\text{ab}}|}{q_{\text{zu}}}. \quad (1.29)$$

Dabei sind q_{zu} und $|q_{ab}|$ die zu- bzw. abgeführten Wärmen, beide positiv und als spezifische, auf die Masse bezogene Größen eingesetzt. Ihre Differenz w ist die durch den Prozess gewonnene Arbeit, und der thermische Wirkungsgrad gibt an, wie groß diese Arbeit im Verhältnis zur zugeführten Wärme ist.

Besondere Bedeutung für die Thermodynamik hat der von dem französischen Physiker Sadi Carnot (1796–1832) eingeführte Kreisprozess, der aus zwei Isothermen und zwei Isentropen besteht. Aus dem T,s -Diagramm (Bild 1.8) wird entnommen $q_{zu} = T_3(s_1 - s_3)$; $|q_{ab}| = T_1(s_1 - s_3)$, sodass sich der thermische Wirkungsgrad zu

$$\eta_{th} = \eta_C = 1 - \frac{T_1}{T_3} \quad (1.30)$$

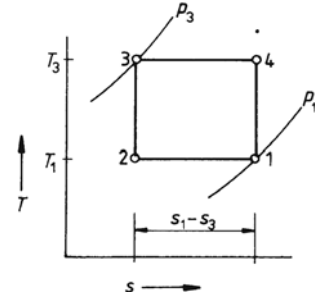


Bild 1.8
Carnot-Prozess

ergibt. Damit er hohe Werte annimmt, muss die obere Prozesstemperatur T_3 möglichst groß, die untere T_1 möglichst klein sein. In der Praxis ist die obere Temperatur durch die Werkstofffestigkeit begrenzt, die untere aber durch die Umgebung festgelegt, die ja der Energiespeicher ist, an den der nicht in Arbeit umgewandelte Teil der zugeführten Wärme abgegeben wird.

Aus Bild 1.8 ist ersichtlich, dass bei gegebener oberer und unterer Prozesstemperatur die zugeführte Wärme nicht größer und die abgeführte nicht kleiner werden kann als gerade bei der isothermen Wärmezufuhr und -abfuhr des Carnot-Prozesses. Damit bildet der Carnotsche Wirkungsgrad die obere Grenze der thermischen Wirkungsgrade, die überhaupt in einem Kreisprozess erreichbar sind.

Prozessarbeit. Für die Brauchbarkeit eines Kreisprozesses ist nicht allein die Höhe des thermischen Wirkungsgrades maßgebend. Auch die im Prozess umgesetzte spezifische Arbeit muss möglichst hoch sein, damit mit einer Maschine, die nach diesem Kreisprozess arbeitet, bei gegebenen Abmessungen eine möglichst große Leistung erreicht wird, oder damit umgekehrt für eine gegebene Leistung die Maschinenabmessungen klein werden. In

$$w = q_{zu} - |q_{ab}| = (T_3 - T_1)(s_1 - s_3)$$

lässt sich die Entropiedifferenz $(s_1 - s_3)$ für ein ideales Gas durch

$$s_1 - s_3 = R \ln\left(\frac{p_3}{p_1}\right) - [c_p]_{t_1}^{t_3} \ln\left(\frac{T_3}{T_1}\right)$$

ausdrücken. Damit und mit Gl. (1.10) erhält man die spezifische Arbeit

$$w = [c_p]_{t_1}^{t_3} (T_3 - T_1) \left[\frac{\kappa - 1}{\kappa} \ln\left(\frac{p_3}{p_1}\right) - \ln\left(\frac{T_3}{T_1}\right) \right]$$

bzw. durch Division durch die spezifische Wärmekapazität $[c_p]_{T_1}^{T_3}$ und durch die untere Prozesstemperatur T_1 den dimensionslosen Ausdruck

$$\frac{w}{[c_p]_{T_1}^{T_3} T_1} = \left(\frac{T_3}{T_1} - 1 \right) \left[\frac{\kappa - 1}{\kappa} \ln \left(\frac{p_3}{p_1} \right) - \ln \left(\frac{T_3}{T_1} \right) \right],$$

der zusammen mit dem thermischen Wirkungsgrad η_{th} für ein ideales Gas mit $\kappa = 1,4$ und für $T_1 = 288 \text{ K}$ in Bild 1.9 dargestellt ist.

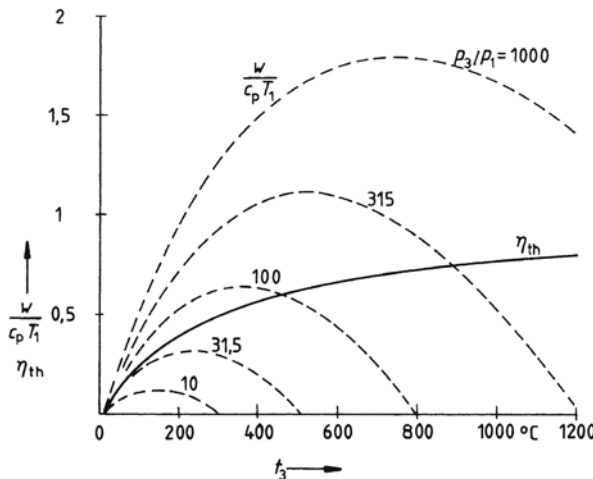


Bild 1.9

Thermischer Wirkungsgrad und spezifische Arbeit des Carnot-Prozesses in Abhängigkeit von der Temperatur T_3 und vom Druckverhältnis p_3/p_1

Es wird deutlich, dass der Carnot-Prozess nicht praktisch verwendbar ist, denn bei den kleineren, leicht realisierbaren Druckverhältnissen ist die spezifische Arbeit klein, und der Prozess kann nur mit niedrigen Temperaturen betrieben werden, sodass auch die thermischen Wirkungsgrade unbefriedigend sind. Bei Temperaturen, die mit heutigen Werkstoffen ohne weiteres zulässig sind, müsste andererseits das Druckverhältnis unrealistisch hohe Werte annehmen. Selbst wenn diese Schwierigkeit beherrscht werden könnte, so bleibt doch zu bedenken, dass die isotherme Verdichtung und Expansion nur näherungsweise und nur mit schlechtem Wirkungsgrad verwirklicht werden können.

Das Interesse, das dem Carnotschen Kreisprozess entgegengebracht wird, liegt deshalb nicht darin begründet, dass man ihn in einer Maschine verwirklichen will. Derartige Versuche sind längst aufgegeben. Vielmehr dient der Carnotsche Wirkungsgrad nach Gl. (1.30) als eine optimale Vergleichszahl für die thermischen Wirkungsgrade anderer Kreisprozesse. Schließlich gehört es zu den wichtigsten Erkenntnissen der Thermodynamik, dass eine Wärme niemals vollständig, sondern im günstigsten Fall zu dem Bruchteil, den der Carnot-Wirkungsgrad angibt, in Arbeit umgewandelt werden kann.

1.3 Energieumsetzung im Laufrad

1.3.1 Absolut- und Relativgeschwindigkeit, Geschwindigkeitspläne

Geschwindigkeitsdreiecke. Bei der Fluidbewegung im Laufrad muss zwischen der absoluten und der relativen Strömung unterschieden werden. Relativ zum rotierenden Laufrad bewegen sich die Fluidteilchen auf Bahnkurven, die im Wesentlichen durch die Form der Schaufeln vorgegeben sind. Die Absolutbewegung kommt durch die Überlagerung dieser Relativströmung mit der Laufraddrehung zustande (Bild 1.10).

Bezeichnet man die Relativgeschwindigkeit des Fluids mit $\vec{w}$, seine Absolutgeschwindigkeit mit $\vec{c}$ und die Führungs- bzw. Umfangsgeschwindigkeit mit $\vec{u}$, so gilt

$$\vec{c} = \vec{w} + \vec{u},$$

was sich als Vektorparallelogramm oder als Geschwindigkeitsdreieck darstellen lässt.

Diese Geschwindigkeitspläne werden insbesondere für den Laufradeintritt mit dem Index 1 und für den Laufradaustritt mit dem Index 2 berechnet und gezeichnet. Sie stellen ein wichtiges Hilfsmittel für die Schaufelkonstruktion dar.

Berechnung. Die Umfangsgeschwindigkeit folgt aus der Drehzahl und dem Laufraddurchmesser D

$$u_1 = \pi n D_1; \quad u_2 = \pi n D_2. \quad (1.31)$$

Relativ- und Absolutgeschwindigkeit werden für die Berechnung in Komponenten parallel und senkrecht zur Umfangsgeschwindigkeit zerlegt. Die Parallelkomponente wird mit dem Index u bezeichnet und heißt Umfangskomponente, die dazu senkrechte mit dem Index m ist die Meridiankomponente.

Die Umfangskomponente der Absolut- wie auch der Relativgeschwindigkeit kann mit der Umfangsgeschwindigkeit gleichsinnig oder entgegengesetzt zu ihr gerichtet sein. In diesem Buch wird im Interesse einer einheitlichen analytischen Darstellung die Umfangskomponente im zuletzt genannten Fall als negativ definiert.

Die Richtung der Absolutgeschwindigkeit wird durch den Winkel α , diejenige der Relativgeschwindigkeit durch den Winkel β beschrieben, wobei beide Winkel grundsätzlich gegenüber der positiven Umfangsgeschwindigkeit zu messen sind. Im Fall positiver Umfangskomponenten ergeben sich somit spitze, bei negativen Umfangskomponenten stumpfe Winkel. Diese Definition wird allerdings in der Fachliteratur nicht einheitlich gebraucht. Vielfach wird der relative Strömungswinkel β gegen die negative Umfangsrichtung gemessen. In diesem Fall werden die Winkel in den meisten Fällen spitz. Im Zeitalter elektronischer Rechenhilfsmittel ist die damit erreichte Erleichterung der Berechnung der Winkelfunktionen indessen unbedeutend. Ihr steht der Nachteil gegenüber, dass dann die Vorzeichen nicht automatisch richtig werden.

Mit den hier benutzten Definitionen ist in jedem Fall

$$\begin{aligned} c_u &= c \cos \alpha \\ w_u &= w \cos \beta = c_u - u \\ c_m &= c \sin \alpha = w_m = w \sin \beta, \end{aligned} \quad (1.32)$$

wobei alle diese Beziehungen insbesondere für den Laufradeintritt und den Austritt mit dem jeweiligen Index 1 bzw. 2 gelten.

Aus den Geschwindigkeitsdreiecken (Bild 1.10 b und c) und aus Gl. (1.32) folgt, dass die Meridiankomponenten von Relativ- und Absolutgeschwindigkeit gleich sind. Sie können aus dem Volumenstrom $\dot{V}$ mittels des Kontinuitätssatzes berechnet werden

$$c_{1m} = w_{1m} = \frac{\dot{V}_1}{A_1 \tau_1}; \quad c_{2m} = w_{2m} = \frac{\dot{V}_2}{A_2 \tau_2}. \quad (1.33)$$

Durch die Verengungsfaktoren τ_1 und τ_2 werden die Querschnittsverengung durch die Dicke der Schaufeln und der Grenzschichteneinfluss berücksichtigt.

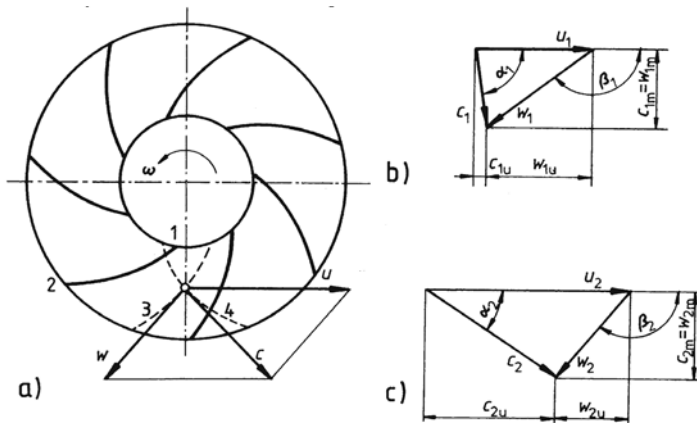


Bild 1.10

Geschwindigkeitspläne

a) im Laufrad

1 Eintritt

2 Austritt

3 relative und

4 absolute Strombahn

b) am Eintritt 1

c) am Austritt 2

Beispiel 1.5. Für ein Pumpenlaufrad berechne man die Geschwindigkeitsdreiecke für den Ein- und Austritt.

Gegeben sind der Volumenstrom $\dot{V} = 0,025 \text{ m}^3/\text{s}$, die Drehzahl $n = 24,4 \text{ 1/s}$ und die Hauptabmessungen

$D_1 = 100 \text{ mm}$; $b_1 = 28 \text{ mm}$; $D_2 = 230 \text{ mm}$; $b_2 = 14 \text{ mm}$,

sowie die Winkel $\alpha_1 = 90^\circ$ (drallfreie Zuströmung) und $\beta_2 = 146^\circ$. Die Verengungsfaktoren werden mit $\tau_1 = 1$ und $\tau_2 = 0,98$ angenommen.

Lösung. Eintritt

$$\text{Gl. (1.31)} \quad u_1 = \pi n D_1 = \pi \cdot 24,4 \text{ 1/s} \cdot 0,1 \text{ m} = 7,665 \text{ m/s}$$

$$\text{Gl. (1.33)} \quad c_{1m} = w_{1m} = \frac{\dot{V}}{\pi D_1 b_1 \tau_1} = \frac{0,025 \text{ m}^3/\text{s}}{\pi \cdot 0,1 \text{ m} \cdot 0,028 \text{ m} \cdot 1} = 2,842 \text{ m/s}$$

$$\text{Gl. (1.32)} \quad c_1 = \frac{c_{1m}}{\sin \alpha_1} = \frac{2,842 \text{ m/s}}{\sin 90^\circ} = 2,842 \text{ m/s}$$

$$c_{1u} = c_1 \cos \alpha_1 = 2,842 \text{ m/s} \cdot \cos 90^\circ = 0$$

$$w_{1u} = c_{1u} - u_1 = (0 - 7,665) \text{ m/s} = -7,665 \text{ m/s}$$

$$w_1 = \sqrt{w_{1u}^2 + w_{1m}^2} = \sqrt{(7,665^2 + 2,842^2) \text{ m}^2/\text{s}^2} = 8,175 \text{ m/s}$$

$$\beta_1 = \arccos \frac{w_{1u}}{w_1} = \arccos \left(\frac{-7,665 \text{ m/s}}{8,175 \text{ m/s}} \right) = 159,7^\circ$$

Austritt

$$\text{Gl. (1.31)} \quad u_2 = \pi n D_2 = \pi \cdot 24,4 \text{ 1/s} \cdot 0,23 \text{ m} = 17,631 \text{ m/s}$$

$$\text{Gl. (1.33)} \quad c_{2m} = w_{2m} = \frac{\dot{V}}{\pi D_2 b_2 r_2} = \frac{0,025 \text{ m}^3/\text{s}}{\pi \cdot 0,23 \text{ m} \cdot 0,014 \text{ m} \cdot 0,98} = 2,522 \text{ m/s}$$

$$\text{Gl. (1.32)} \quad w_2 = \frac{w_{2m}}{\sin \beta_2} = \frac{2,522 \text{ m/s}}{\sin 146^\circ} = 4,510 \text{ m/s}$$

$$w_{2u} = w_2 \cos \beta_2 = 4,510 \text{ m/s} \cdot \cos 146^\circ = -3,739 \text{ m/s}$$

$$c_{2u} = w_{2u} + u_2 = (-3,739 + 17,631) \text{ m/s} = 13,892 \text{ m/s}$$

$$c_2 = \sqrt{c_{2u}^2 + c_{2m}^2} = \sqrt{(13,892^2 + 2,522^2) \text{ m}^2/\text{s}^2} = 14,119 \text{ m/s}$$

$$\alpha_2 = \arcsin \frac{c_{2m}}{c_2} = \arcsin \left(\frac{2,522 \text{ m/s}}{14,119 \text{ m/s}} \right) = 10,3^\circ$$

1.3.2 Spezifische Stutzenarbeit und Wirkungsgrade

Als spezifische Stutzenarbeit einer Strömungsmaschine bezeichnet man das spezifische Energiegefälle zwischen den Stutzen d. h. bei den Kraftmaschinen zwischen Eintritts- und Austrittsstutzen und bei den Arbeitsmaschinen in entgegengesetzter Richtung.

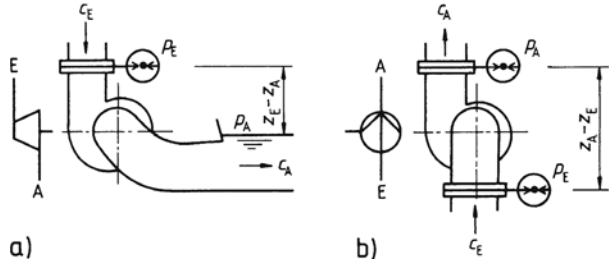
Hydraulische Strömungsmaschinen. Die Indizes E und A (Bild 1.11) kennzeichnen die Ein- und Austrittsstutzen. Bei einer Wasserturbine wird das Saugrohr stets zur Maschine gerechnet. Ihr saugseitiges Ende stellt also der Unterwasserspiegel dar, weil das Saugrohr ein für die Energieumsetzung in der Maschine wesentliches Bauteil ist.

Spezifische Stutzenarbeit. Für die Querschnitte E und A kann die Bernoulli-Gleichung in der Form der Gl. (1.3) nicht gelten, denn es ist ja gerade der Zweck der dazwischen liegenden Maschine, den Energiegehalt des Fluids zu verändern. Mit den Bezeichnungen von Bild 1.11 wird die ideale Energiedifferenz bei reibungsfreier Strömung

Bild 1.11

Hydraulische Strömungsmaschinen mit Symbolen nach DIN 2481

- a) Wasserturbine
b) Kreiselpumpe



$$Y_{id} = \pm \left[g(z_E - z_A) + \frac{c_E^2 - c_A^2}{2} + \frac{p_E - p_A}{\rho} \right], \quad (1.34)$$

wobei das +Zeichen für die Kraftmaschine und das -Zeichen für die Arbeitsmaschine gilt. Zur Berücksichtigung der inneren Verluste ist für die Kraftmaschine die spezifische Verlustarbeit w_{verli} zu subtrahieren und für die Arbeitsmaschine zu addieren. Damit wird die spezifische Stutzenarbeit

$$Y = Y_{id} \mp w_{verli}. \quad (1.35)$$

Fall-Förderhöhe. Neben der ideellen spezifischen Stutzenarbeit ist auch der Begriff der Fallhöhe für die Kraftmaschine und der Förderhöhe für die Arbeitsmaschine in Gebrauch. Gerade für die hydraulischen Strömungsmaschinen ist die Darstellung des Energiegefälles durch die Höhe einer Flüssigkeitssäule naheliegend und überaus anschaulich. Es gilt der einfache Zusammenhang

$$Y_{id} = gH.$$

Wirkungsgrade. Durch Vergleich der spezifischen Stutzenarbeit mit der ideellen Energiedifferenz wird ein innerer Wirkungsgrad η_i definiert

$$\eta_i = \frac{Y}{Y_{id}} = \frac{Y_{id} - w_{verli}}{Y_{id}} = 1 - \frac{w_{verli}}{Y_{id}} \quad (\text{Kraftmaschine})$$

$$\eta_i = \frac{Y_{id}}{Y} = \frac{Y_{id}}{Y_{id} + w_{verli}} = \frac{1}{1 + \frac{w_{verli}}{Y_{id}}} \quad (\text{Arbeitsmaschine}). \quad (1.36)$$

Die in η_i berücksichtigten inneren Verluste zeichnen sich dadurch aus, dass sie die Temperatur, genauer die innere Energie, des Arbeitsfluids erhöhen. Außer ihnen gibt es äußere Verluste, wie z. B. die Lagerreibung, die durch den mechanischen Wirkungsgrad η_m erfasst werden. Mit der Kupplungsleistung P_K wird

$$\eta_m = \frac{P_K}{\dot{m}Y} \quad (\text{Kraftmaschine}) \quad \text{und} \quad \eta_m = \frac{\dot{m}Y}{P_K} \quad (\text{Arbeitsmaschine}). \quad (1.37)$$

Der effektive Wirkungsgrad oder Kupplungswirkungsgrad, der alle Verluste umfasst, ist das Produkt aus innerem und mechanischem Wirkungsgrad

$$\eta_K = \eta_i \eta_m = \frac{P_K}{\dot{m} Y_{id}} \quad (\text{Kraftmaschine})$$

$$\eta_K = \eta_i \eta_m = \frac{\dot{m} Y_{id}}{P_K} \quad (\text{Arbeitsmaschine}). \quad (1.38)$$

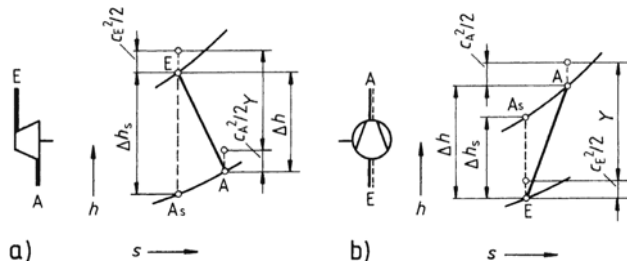
Thermische Strömungsmaschinen. Bild 1.12 zeigt neben der Symboldarstellung der Maschine die Expansion bzw. die Kompression des Fluids im h,s -Diagramm. Die Indizes E und A bezeichnen wieder den Ein- und Austritt. Mit A_s ist der Zustand benannt, der sich bei isentroper Zustandsänderung vom Eintritt auf den Austrittsdruck ergibt.

Spezifische Stutzenarbeit. Vernachlässigt man das bei gasförmigen Fluiden unbedeutende Glied $g(z_E - z_A)$, so folgt aus Gl. (1.6)

$$Y_{id} = \pm \left[h_E - h_{A_s} + \frac{c_E^2 - c_A^2}{2} \right] = \pm \left[\Delta h_s + \frac{c_E^2 - c_A^2}{2} \right], \quad (1.39)$$

wobei wieder das positive Vorzeichen für die Kraftmaschine und das negative für die Arbeitsmaschine gilt.

Bild 1.12
Thermische Strömungsmaschinen mit Symbolen nach DIN 2481
a) Dampfturbine
b) Luftverdichter



Da die inneren Verluste unmittelbar die Enthalpie des Fluids beeinflussen, erübrigt sich hier ein besonderes Korrekturglied für die Verlustarbeit. Zur Berechnung der inneren spezifischen Stutzenarbeit ist lediglich der Punkt A_s durch den tatsächlichen Austrittszustand A zu ersetzen

$$Y = \pm \left[h_E - h_A + \frac{c_E^2 - c_A^2}{2} \right] = \pm \left[\Delta h + \frac{c_E^2 - c_A^2}{2} \right]. \quad (1.40)$$

Für die Summe aus der Enthalpie und der kinetischen Energie ist die Bezeichnung Gesamtenthalpie in Gebrauch. $h + c^2/2 = h_{ges}$. Mit dieser Festsetzung ergibt sich die spezifische Stutzenarbeit einfach als Differenz der Gesamtenthalpien

$$Y = \pm (h_{gesE} - h_{gesA}).$$

Wirkungsgrade. Der innere Wirkungsgrad ist

$$\eta_i = \frac{Y}{Y_{id}} = \frac{Y}{\Delta h_s + \frac{c_E^2 - c_A^2}{2}} = \frac{\Delta h_s + \frac{c_E^2 - c_A^2}{2}}{\Delta h_s + \frac{c_E^2 - c_A^2}{2}} \quad (\text{Kraftmaschine})$$

$$\eta_i = \frac{Y_{id}}{Y} = \frac{\Delta h_s + \frac{c_E^2 - c_A^2}{2}}{\Delta h_s + \frac{c_E^2 - c_A^2}{2}} = \frac{\Delta h_s + \frac{c_E^2 - c_A^2}{2}}{\Delta h_s + \frac{c_E^2 - c_A^2}{2}} \quad (\text{Arbeitsmaschine}). \quad (1.41)$$

Die Differenz der kinetischen Energien ist stets viel kleiner als die Enthalpiedifferenz, sodass sie oft vernachlässigt wird. Dann ist

$$\eta_i = \frac{\Delta h}{\Delta h_s} \quad (\text{Kraftmaschine}) \quad \eta_i = \frac{\Delta h_s}{\Delta h} \quad (\text{Arbeitsmaschine}).$$

In gleicher Weise wie bei den hydraulischen Strömungsmaschinen werden der mechanische Wirkungsgrad und der Kupplungswirkungsgrad definiert. Wird wieder die Differenz der kinetischen Energien vernachlässigt, so ist

$$\eta_K = \frac{P_K}{\dot{m} \Delta h_s} \quad (\text{Kraftmaschine})$$

$$\eta_K = \frac{\dot{m} \Delta h_s}{P_K} \quad (\text{Arbeitsmaschine}). \quad (1.42)$$

Beispiel 1.6. Für eine Gasturbine ist gegeben: $\dot{m} = 1,276 \text{ kJ/kg}$; $P_K = 500 \text{ kW}$. Der Gaszustand am Turbineneintritt ist $p_E = 0,85 \text{ MPa}$; $t_E = 900 \text{ °C}$ und am Austritt $p_A = 0,12 \text{ MPa}$; $t_A = 540 \text{ °C}$. Das Verbrennungsgas kann als ideales Gas mit $R = 0,287 \text{ kJ/(kgK)}$ und $\kappa = 1,32$ angenommen werden.

Man berechne die isentrope Enthalpiedifferenz, die spezifische Stutzenarbeit und den inneren und den Kupplungswirkungsgrad.

Lösung. Aus Gl. (1.14) folgt mit $p_E v_E = R T_E$

$$\Delta h_s = \frac{\kappa}{\kappa - 1} R T_E \left[1 - \left(\frac{p_A}{p_E} \right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} \right] = \frac{1,32}{0,32} 0,287 \text{ kJ/(kgK)} \cdot 1173 \text{ K} \left[1 - \left(\frac{0,12 \text{ MPa}}{0,85 \text{ MPa}} \right)^{\frac{0,32}{1,32}} \right]$$

$$= 525 \text{ kJ/kg}$$

Gl. (1.10) $[c_p]_{t_A}^{t_E} = \frac{\kappa}{\kappa - 1} R = \frac{1,32}{0,32} 0,287 \text{ kJ/kg} = 1,184 \text{ kJ/kg}$ und damit

$$\Delta h = h_E - h_A = [c_p]_{t_A}^{t_E} (t_E - t_A) = 1,184 \text{ kJ/(kgK)} (980 - 540) \text{ K} = 426 \text{ kJ/kg}.$$

Angaben über die Gasgeschwindigkeiten fehlen in der Aufgabenstellung. Deshalb müssen die kinetischen Energien unberücksichtigt bleiben. D. h. es wird angenommen, dass die kinetischen Energien am Eintritt und am Austritt gleich groß sind und sich aufheben.

$$\text{Gl. (1.40):} \quad Y = \Delta h = 426 \text{ kJ/kg}$$

$$\text{Gl. (1.41):} \quad \eta_i = \frac{\Delta h}{\Delta h_s} = \frac{426 \text{ kJ/kg}}{525 \text{ kJ/kg}} = 0,811$$

$$\text{Gl. (1.42):} \quad \eta_K = \frac{P_K}{\dot{m} \Delta h_s} = \frac{500 \text{ kW}}{1,276 \text{ kg/s} \cdot 525 \text{ kJ/kg}} = 0,746.$$

1.3.3 Impulssätze der stationären Strömung

Impulssatz. In der Mechanik wird die Vektorgröße $\vec{I} = m \vec{c}$, das Produkt aus Masse m und Geschwindigkeit $\vec{c}$ als Impuls bezeichnet. Der Impulssatz der Hydrodynamik sagt aus, dass die zeitliche Änderung des mit einem Fluid in ein offenes System ein- und austretenden Impulses mit den äußeren Kräften im Gleichgewicht steht.

Auf ein Massenelement dm (Bild 1.13) wirkt die Kraft

$$d\vec{F} = dm \frac{d\vec{c}}{dt} = \frac{dm}{dt} d\vec{c} = \dot{m} d\vec{c}.$$

Das Integral in den Grenzen von 1 bis 2 ergibt

$$\vec{F} = \dot{m} (\vec{c}_2 - \vec{c}_1).$$

Die so berechnete Kraft $\vec{F}$ ist die Summe aller äußeren Kräfte, die auf den Flüssigkeitskörper einwirken. Als solche kommen insbesondere Druck- und Gewichtskräfte aber auch Reibungskräfte in Frage.

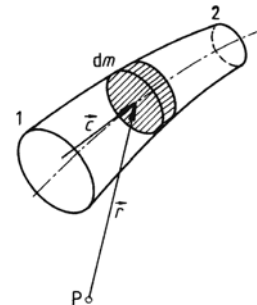


Bild 1.13

Zur Herleitung des Impuls- und des Impulsmomentensatzes

Das Fluid wirkt umgekehrt auf seine Umgebung mit einer gleich großen aber entgegengesetzt gerichteten Reaktionskraft

$$\vec{F}_R = \dot{m} (\vec{c}_1 - \vec{c}_2). \quad (1.43)$$

Der Impulssatz ermöglicht die Berechnung der Kräfte, die durch Änderung der Geschwindigkeit auf durchströmte oder umströmte Körper ausgeübt werden. Dabei genügt es, die Strömungszustände am Eintritt und am Austritt des betrachteten Strömungsraumes zu kennen, ohne dass Informationen über die mitunter verwickelten Vorgänge im Inneren erforderlich sind. Auch für die Berechnung der Kräfte im Inneren eines Strömungsmaschinenlaufrades reicht es aus, wenn die Verhältnisse am Ein- und Austritt bekannt sind.

Impulsmomentensatz. Ähnlich wie bisher die Kraft soll jetzt das Moment bezogen auf den Punkt P in Bild 1.13 berechnet werden. Unter Beachtung der Definition des Moments als vektorielles Produkt aus dem Radiusvektor und der Kraft ist

$$d\vec{M} = \vec{r} \times d\vec{F} = \vec{r} \times \dot{m} d\vec{c} = \dot{m} (\vec{r} \times d\vec{c}). \quad (1.44)$$

Andererseits ist nach der Produktregel der Differentialrechnung

$$d(\vec{r} \times \vec{c}) = d\vec{r} \times \vec{c} + \vec{r} \times d\vec{c} = \vec{r} \times d\vec{c},$$

denn es ist $d\vec{r} \times \vec{c} = 0$, weil die Vektoren $d\vec{r}$ und $\vec{c} = d\vec{r}/dt$ parallel zueinander sind. Damit folgt aus Gl. (1.44)

$$d\vec{M} = \dot{m} d(\vec{r} \times \vec{c})$$

und nach Integration in den Grenzen von 1 bis 2

$$\vec{M} = \dot{m} (\vec{r}_2 \times \vec{c}_2 - \vec{r}_1 \times \vec{c}_1).$$

Das vom Fluid auf die Umgebung ausgeübte Reaktionsmoment ist entgegengesetzt gerichtet, also

$$\vec{M}_R = \dot{m} (\vec{r}_1 \times \vec{c}_1 - \vec{r}_2 \times \vec{c}_2). \quad (1.45)$$

Mit den zu $\vec{r}_1$ bzw. $\vec{r}_2$ senkrechten Komponenten der Vektoren $\vec{c}_1$ und $\vec{c}_2$, die nach Abschn. 1.3.1 als c_{1u} und c_{2u} bezeichnet werden, kann auch skalar geschrieben werden

$$M_R = \dot{m} (r_1 c_{1u} - r_2 c_{2u}). \quad (1.46)$$

Potentialwirbel. Für die Strömung eines Fluids, auf das kein Moment übertragen wird, insbesondere auch kein Reibungsmoment folgt aus Gl. (1.46)

$$r c_u = \text{konst.}$$

In einer solchen Wirbelströmung nimmt also die Umfangskomponente der Geschwindigkeit umgekehrt proportional mit dem Radius ab (Abschn. 6.2.2).

1.3.4 Die Eulersche Hauptgleichung

Moment und Schaufelleistung. Schreibt man die Momentengleichung für die Strömung im Laufrad in der Form

$$M = \pm \dot{m} (r_1 c_{1u} - r_2 c_{2u}), \quad \begin{array}{l} + \text{ Kraftmaschine} \\ - \text{ Arbeitsmaschine} \end{array} \quad (1.47)$$

so wird das Moment für beide Maschinenarten positiv. Für die Kraftmaschine wird das vom Fluid auf die Schaufeln wirkende Moment angegeben und für die Arbeitsmaschine umgekehrt das von den Schaufeln auf das Fluid übertragene.

Die von der Beschaukelung der Kraftmaschine abgegebene bzw. von der Arbeitsmaschine aufgenommene Leistung ergibt sich durch Multiplikation mit der Winkelgeschwindigkeit ω

$$P_{sch} = \omega M = \pm \dot{m} (u_1 c_{1u} - u_2 c_{2u}). \quad (1.48)$$

Spezifische Schaufelarbeit. Durch Division der Leistung durch den Massenstrom lässt sich eine spezifische Schaufelarbeit definieren, für die dann gilt

$$Y_{sch} = \pm (u_1 c_{1u} - u_2 c_{2u}). \quad (1.49)$$

Diese Beziehung wird nach Leonard Euler (1707–1783), der sie im Jahre 1753 zuerst hergeleitet hat, die Eulersche Turbinenhauptgleichung oder kurz die Hauptgleichung genannt.

Durchflussgleichung. Mittels des Cosinussatzes der Trigonometrie kann die Hauptgleichung noch in eine etwas andere Form gebracht werden. Aus dem Eintrittsdreieck (Bild 1.10 b) liest man ab

$$w_1^2 = u_1^2 + c_1^2 - 2u_1 c_1 \cos \alpha_1 = u_1^2 + c_1^2 - 2u_1 c_{1u}$$

$$\text{also} \quad u_1 c_{1u} = \frac{1}{2} (c_1^2 - w_1^2 + u_1^2).$$

Indem man dies und die entsprechende Gleichung für das Austrittsdreieck in Gl. (1.49) einsetzt, bekommt man die Hauptgleichung in der als Durchflussgleichung bezeichneten Form

$$Y_{\text{sch}} = \pm \frac{c_1^2 - c_2^2 - w_1^2 + w_2^2 + u_1^2 - u_2^2}{2}. \quad (1.50)$$

Die beiden gleichwertigen Gln. (1.49) und (1.50) gelten ohne Ausnahme für alle Strömungsmaschinen. In ihnen sind die Verluste der Maschine berücksichtigt, aber natürlich nur, soweit sie in der Beschauelung entstehen. Hieran soll der Index sch erinnern. Nicht zu den Beschauelungsverlusten gehören die äußeren Verluste, aber auch ein Teil der inneren.

1.3.5 Anwendung des Energieerhaltungssatzes auf Strömungen in rotierenden Kanälen

Für die Anwendung auf die Laufradströmung ist es nützlich, zu untersuchen, in welcher Form der Energieerhaltungssatz für die Relativströmung in einer Stromröhre gilt, die mit der Winkelgeschwindigkeit ω um einen Bezugspunkt rotiert (Bild 1.14). Aus Gl. (1.6), dem ersten Hauptsatz, folgt für die adiabate Strömung mit $\dot{Q}_{1,2} = 0$ und mit $w_{t1,2} = P_{1,2}/\dot{m}$

$$w_{t1,2} = h_2 - h_1 + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} + g(z_2 - z_1). \quad (1.51)$$

Bei einer ruhenden Stromröhre wäre die spezifische Arbeit $w_{t1,2}$ gleich null, aber durch die Rotation wirken auf ein Fluidteilchen die Zentrifugalkraft und die Coriolis-Kraft, die an ihm Arbeit leisten können.

Bei der Coriolis-Kraft ist das mit Sicherheit nicht der Fall, denn der Kraftvektor $d\vec{F}_C = 2d\vec{m}[\vec{\omega} \times \vec{w}]$ steht überall auf der Umfangsgeschwindigkeit senkrecht und leistet deshalb keinen Beitrag zu $w_{t1,2}$.

Die Zentrifugalkraft ist $d\vec{F}_z = d\vec{m} \vec{r} \omega^2$ und damit

$$w_{t1,2} = \frac{1}{dm} \int_{s_1}^{s_2} d\vec{F}_z \cdot d\vec{s} = \omega^2 \int_{s_1}^{s_2} \vec{r} \cdot d\vec{s}.$$

Die zum Radiusvektor $\vec{r}$ parallele Komponente des Wegelements $d\vec{s}$ ist $d\vec{r}$, und damit

$$w_{11,2} = \omega^2 \int_{r_1}^{r_2} r dr = \frac{\omega^2}{2} (r_2^2 - r_1^2) = \frac{u_2^2 - u_1^2}{2}.$$

Der Energieerhaltungssatz entsteht durch Einsetzen in Gl. (1.51)

$$h_2 - h_1 + g(z_2 - z_1) + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} - \frac{u_2^2 - u_1^2}{2} = 0 \quad (1.52)$$

bzw. für den Sonderfall der reibungsfreien Strömung eines inkompressiblen Fluids

$$\frac{p_2 - p_1}{\rho} + g(z_2 - z_1) + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} - \frac{u_2^2 - u_1^2}{2} = 0. \quad (1.53)$$

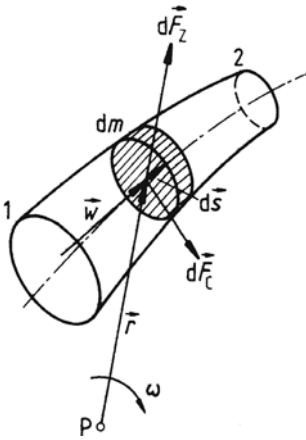


Bild 1.14 Strömung im rotierenden Kanal

Wendet man Gl. (1.52) auf die Strömung im Laufrad einer Strömungsmaschine an, so erhält man nach Umordnung und beiderseitiger Addition von $(c_1^2 - c_2^2)/2$ die spezifische Schaufelarbeit

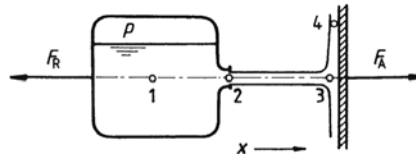
$$\pm Y_{\text{sch}} = h_1 - h_2 + \frac{c_1^2 - c_2^2}{2} + g(z_1 - z_2) = \frac{c_1^2 - c_2^2 - w_1^2 + w_2^2 + u_1^2 - u_2^2}{2}.$$

Die rechte Seite stimmt mit Gl. (1.50) überein, und der mittlere Ausdruck ist entsprechend aufgebaut wie Gl. (1.40), ist aber nicht für die ganze Maschine sondern nur für die Beschaukelung angeschrieben.

1.3.6 Gleichdruck und Überdruckprinzip

Im Zusammenhang mit der Einteilung der Strömungsmaschinen war schon in Abschn. 1.1.2 zwischen Gleichdruck- oder Aktionsmaschinen und Überdruck- oder Reaktionsmaschinen unterschieden worden.

Gedankenexperiment. Aus einem unter Überdruck stehenden Behälter fließt Wasser aus einer seitlichen Öffnung (Bild 1.15). Der Strahl trifft auf eine vertikale ebene Platte, an der die Flüssigkeit um 90° umgelenkt wird. Der Schwerkrafteinfluss bleibe ebenso wie die Reibung unberücksichtigt. Sowohl auf den Behälter als auch auf die Platte wirken Kräfte, die nach dem Impulssatz Gl. (1.43) berechnet werden.

**Bild 1.15**

Aktions- und Reaktionskraft

Bei 1 ist die Geschwindigkeit, wie an jeder anderen Stelle im Inneren des Behälters vernachlässigbar klein. Bei 2 wird die Ausflussgeschwindigkeit $\sqrt{2\Delta p/\rho}$ erreicht, die bei 3 und 4 noch unverändert vorhanden ist.

Damit errechnet sich die auf den Behälter wirkende Reaktionskraft

$$F_R = \dot{m}(c_1 - c_2) = -\dot{m}c_2.$$

Sie entsteht dadurch, dass sich von 1 bis 2 die Geschwindigkeit dem Betrag nach ändert, nämlich erhöht, wobei der Druck entsprechend abfällt.

An der Platte bleiben Druck und Geschwindigkeitsbetrag unverändert. Die Geschwindigkeit ändert sich aber der Richtung nach. Ihre Horizontalkomponente bei 3 und 4 ist $c_{3x} = c_2$ bzw. $c_{4x} = 0$ und damit wird die Kraft

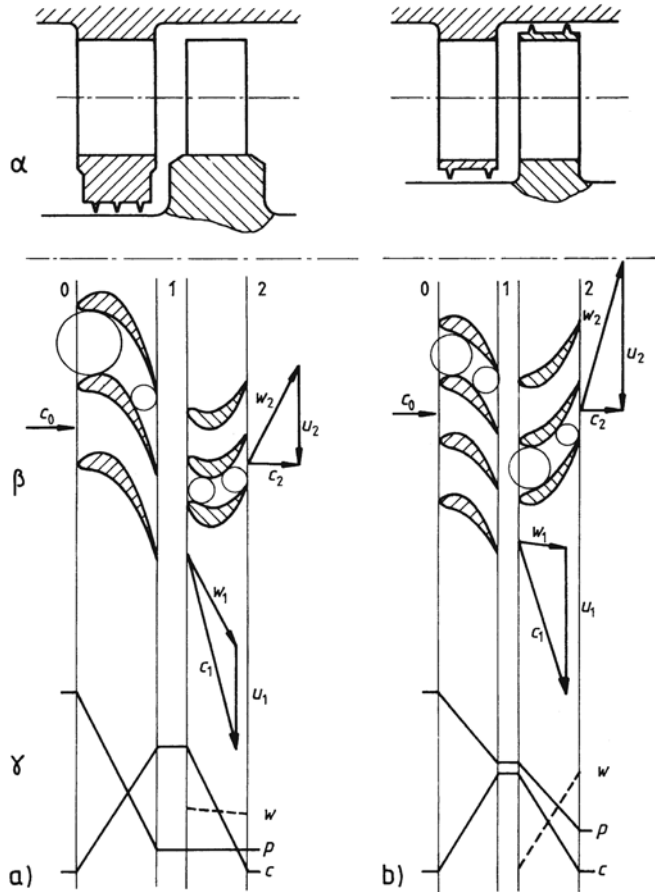
$$F_A = \dot{m}(c_{3x} - c_{4x}) = \dot{m}c_2.$$

Eine solche, aus der Richtungsänderung einer Strömung entstehende Kraft wird im vorliegenden Zusammenhang als Aktionskraft bezeichnet.

In den Laufrädern der Strömungsmaschinen können sowohl Aktions- als auch Reaktionskräfte ausgenutzt werden, wobei die ersteren einer Änderung der Geschwindigkeitsrichtung bei gleichbleibendem Druck und die letzteren einer Änderung des Geschwindigkeitsbetrages bei verändertem Druck entsprechen.

Aktions- oder Gleichdruckturbine. In den von den Leitschaufeln gebildeten verengten Kanälen (Bild 1.16 a) wird das gesamte Energiegefälle in kinetische Strömungsenergie umgewandelt. Dabei steigt die Geschwindigkeit, und der Druck fällt ab. In den Laufschaufeln bleiben Druck und Relativgeschwindigkeit konstant, was durch Kanäle mit gleichbleibender Lichtweite erreicht wird. Da sich die Richtung der Relativgeschwindigkeit aber ändert, entstehen Aktionskräfte, die das Laufrad antreiben. Wie der Geschwindigkeitsplan (Bild 1.16 β) zeigt, verringert sich der Betrag der Absolutgeschwindigkeit erheblich, ein Zeichen dafür, dass die Strömung im Laufrad einen großen Teil ihrer kinetischen Energie an den Läufer abgibt.

Reaktion- oder Überdruckturbine. In den Leitkanälen (Bild 1.16 b) wird nur ein Teil des Energiegefälles in kinetische Energie umgesetzt, mit dem Rest wird die Relativgeschwindigkeit innerhalb der Laufschaufelkanäle erhöht. Während in der Gleichdruckturbine die Schaufelkräfte ausschließlich Aktionskräfte sind, kommt hier ein mehr oder weniger großer Anteil aus der Änderung des Geschwindigkeitsbetrages hinzu. Wegen des Druckunterschiedes auf beiden Seiten des Laufrades spricht man auch von einer Überdruckturbine.

**Bild 1.16**

Prinzipbilder axialer Turbinenstufen

- a) Gleichdruckturbine
- b) Überdruckturbine
- α) Längsschnitt
- β) abgewinkelter Zylinderschnitt durch die Schaufelgitter mit Geschwindigkeitsdreiecken
- γ) Druck- und Geschwindigkeitsverlauf
- 0 Leitgittereintritt
- 1 Leitgitteraustritt bzw. Laufgittereintritt
- 2 Laufgitteraustritt

1.3.7 Reaktionsgrad, Beaufschlagungsgrad

Kinematischer Reaktionsgrad. Die spezifische Schaufelarbeit Y_{sch} nach Gl. (1.50) kann in die Anteile des Leit- und Laufrades unterteilt werden

$$Y'_{sch} = \pm \frac{c_1^2 - c_2^2}{2} \quad \text{spezifische Leitradarbeit}$$

$$Y''_{sch} = \pm \frac{u_1^2 - u_2^2 - w_1^2 + w_2^2}{2} \quad \text{spezifische Laufradarbeit,}$$

wobei wieder das obere Vorzeichen für die Kraftmaschine, das untere für die Arbeitsmaschine gilt.

Zur dimensionslosen Beschreibung der Aufteilung wird der kinematische Reaktionsgrad definiert

$$\mathbf{r}_k = \frac{Y_{sch}''}{Y_{sch}' + Y_{sch}''} = \frac{u_1^2 - u_2^2 - w_1^2 + w_2^2}{c_1^2 - c_2^2 + u_1^2 - u_2^2 - w_1^2 + w_2^2} = \pm \frac{u_1^2 - u_2^2 - w_1^2 + w_2^2}{2 Y_{sch}}. \quad (1.54)$$

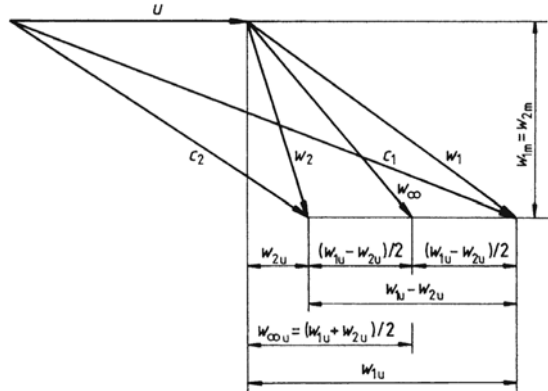


Bild 1.17

Geschwindigkeitsplan einer axialen Verdichterstufe

Axialer Sonderfall. Eine besonders anschauliche Darstellung wird im Fall der axialen Beschaufelung mit $u = u_1 = u_2$ und $w_{1m} = w_{2m}$ möglich (Bild 1.17). Dort wird mit

$$w_1^2 = w_{1u}^2 + w_{1m}^2; \quad w_2^2 = w_{2u}^2 + w_{2m}^2 \quad \text{und mit Gl. (1.49)}$$

$$Y_{sch} = \pm u(c_{1u} - c_{2u}) = \pm u(w_{1u} - w_{2u})$$

$$\mathbf{r}_k = \pm \frac{w_{2u}^2 - w_{1u}^2}{2u(c_{1u} - c_{2u})} = \pm \frac{w_{2u}^2 - w_{1u}^2}{2u(w_{1u} - w_{2u})} = \mp \frac{w_{2u} + w_{1u}}{2u} = \mp \frac{w_{\infty u}}{u}.$$

Die hier benutzte, in Bild 1.17 erläuterte Geschwindigkeit w_{∞} spielt eine Rolle in der Theorie der Tragflügel und der axialen Schaufelgitter (Abschn. 2.5.2).

Isentropen Reaktionsgrad. Bei thermischen Strömungsmaschinen wird auch ein etwas abweichend definierter Reaktionsgrad gebraucht.

Ist $\Delta h_s = \Delta h_s' + \Delta h_s''$ das isentrope Enthalpiegefälle mit den Anteilen $\Delta h_s'$ des Leit- und $\Delta h_s''$ des Laufrades, so gilt

$$\mathbf{r} = \frac{\Delta h_s''}{\Delta h_s' + \Delta h_s''} = 1 - \frac{\Delta h_s'}{\Delta h_s}. \quad (1.55)$$

Der Unterschied gegenüber dem kinematischen Reaktionsgrad ist gering und verschwindet ganz, wenn die Beschauelungsverluste sich im gleichen Verhältnis auf Leit- und Laufschauelfelung verteilen wie die isentropen Enthalpiegefälle.

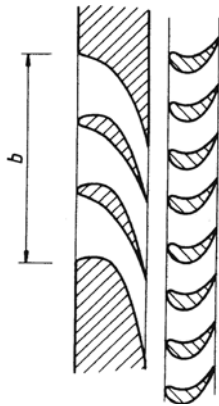
Anwendung. Bei den Arbeitsmaschinen wird von extrem seltenen Ausnahmen abgesehen nur das Überdruckprinzip verwendet, weil die Drucksteigerung in den umlaufenden Kanälen der Laufräder besser gelingt als in den ruhenden Leiträdern. Das lässt sich dadurch erklären, dass die Fliehkräfte im Laufrad eine absaugende Wirkung auf Toträume ausüben und dadurch stabilisierend wirken.

Bei den Kraftmaschinen wird sowohl das Gleichdruck- als auch das Überdruckprinzip verwirklicht.

Teilbeaufschlagung. Eine Besonderheit der Gleichdruckturbine ist die Möglichkeit, die Laufräder nur auf einem Teil ihres Umfangs arbeiten zu lassen. Dabei liegen die Leit- und Laufschauelfelkanäle nur auf dem Teil, der mit dem Arbeitsfluid beaufschlagt wird (Bild 1.18).

Ist b die beaufschlagte Bogenlänge und D der Bezugsdurchmesser, auf dem b gemessen ist, so wird als Beaufschlagungsgrad ε definiert

$$\varepsilon = \frac{b}{\pi D} \leq 1. \quad (1.56)$$



Bei Überdruckturbinen ist keine Teilbeaufschlagung möglich, also stets $\varepsilon = 1$, da die Laufradströmung in unzulässiger Weise gestört würde bzw. der Druckunterschied auf beiden Seiten des Laufrades gar nicht aufrecht zu erhalten wäre.

Bild 1.18

Abgewickelter Schauelfelungsschnitt einer teilbeaufschlagten Axialturbine

Beispiel 1.7. Man berechne die spezifische Schaufelarbeit und den kinematischen Reaktionsgrad der Kreiselpumpe, für die im Beispiel 1.5 gefunden wurde

$$u_2 = 17,631 \text{ m/s}; \quad c_2 = 14,119 \text{ m/s}; \quad w_2 = 4,510 \text{ m/s}$$

$$u_1 = 7,665 \text{ m/s}; \quad c_1 = 2,842 \text{ m/s}; \quad w_1 = 8,175 \text{ m/s}.$$

Lösung. Nach Gl. (1.50) ist

$$\begin{aligned} Y_{\text{sch}} &= - \frac{c_1^2 - c_2^2 - w_1^2 + w_2^2 + u_1^2 - u_2^2}{2} \\ &= - \frac{(2,842^2 - 14,119^2 - 8,175^2 + 4,510^2 + 7,665^2 - 17,631^2) \text{ m}^2/\text{s}^2}{2} = 245 \text{ m}^2/\text{s}^2 \end{aligned}$$

und nach Gl. (1.54)

$$r_k = -\frac{u_1^2 - u_2^2 - w_1^2 + w_2^2}{2Y_{sch}} = \frac{2Y_{sch} + (c_1^2 - c_2^2)}{2Y_{sch}} = \frac{(2 \cdot 245 + 2,842^2 - 14,119^2) \text{ m}^2/\text{s}^2}{2 \cdot 245 \text{ m}^2/\text{s}^2} = 0,610.$$

1.4 Ähnlichkeitsbeziehungen und Kennzahlen

1.4.1 Ähnlichkeitsbeziehungen

Für die Beurteilung des Betriebsverhaltens einer Strömungsmaschine ist es von Interesse, wie sich die Maschine bei veränderter Drehzahl, und wie sich ein Modell mit anderen Abmessungen verhält. Es sind also die Einflüsse von Drehzahl und Maschinengröße, letztere vertreten durch den Laufraddurchmesser, auf die Betriebsgrößen Volumenstrom, spezifische Stutzenarbeit, Drehmoment und Leistung zu untersuchen.

Die Ergebnisse sind unter anderem deshalb wichtig, weil experimentelle Untersuchungen an Strömungsmaschinen häufig nur mit verkleinerten Modellen ausgeführt werden können. Um aus solchen Versuchen die richtigen Rückschlüsse auf die Großausführung ziehen zu können, müssen die Modellgesetze bekannt sein.

Geometrische Ähnlichkeit. Für die Modellähnlichkeit zweier Maschinen ist es eine notwendige Voraussetzung, dass für die Abmessungen aller strömungstechnisch wichtigen Teile ein einheitlicher Längenmaßstab existiert, der das Verhältnis einer Länge der Ausführung (ohne Index) zu der ihr zugeordneten am Modell (Index M) angibt. Er ist gleich D/D_M und gilt auch für irgendein anderes Paar zugeordneter Abmessungen.

Kinematische Ähnlichkeit. Eine weitere Voraussetzung besteht darin, dass einander entsprechende Geschwindigkeiten von Ausführung und Modell zueinander in einem festen Verhältnis stehen, bzw. dass die Geschwindigkeitsdreiecke ähnlich sind.

$$\frac{c_2}{c_{2M}} = \frac{w_2}{w_{2M}} = \frac{u_2}{u_{2M}} \quad \text{usw.}$$

Mit der Umfangsgeschwindigkeit $u = \pi n D$ wird der Geschwindigkeitsmaßstab

$$\frac{u_2}{u_{2M}} = \frac{n D}{n_M D_M}. \quad (1.57)$$

Spezifische Stutzenarbeit. Nach der Hauptgleichung Gl. (1.49) ist $Y_{sch} = u_1 c_{1u} - u_2 c_{2u} = \Delta(u c_u)$. Die spezifische Stutzenarbeit ist also dem Produkt zweier Geschwindigkeiten proportional und, da für alle Geschwindigkeiten der gleiche Maßstab gilt, ist das Verhältnis der spezifischen Stutzenarbeiten von Ausführung und Modell gleich dem Quadrat des Geschwindigkeitsmaßstabes

$$\frac{Y}{Y_M} = \frac{n^2 D^2}{n_M^2 D_M^2} \quad \text{oder} \quad Y \sim n^2 D^2. \quad (1.58)$$

Dass hier Y_{sch} durch Y ersetzt ist, bedeutet die gut erfüllte Näherung, dass der Einfluss der inneren Verluste, soweit sie nicht Beschaufelungsverluste sind, für Modell und Ausführung übereinstimmt.

Volumenstrom. Dem Kontinuitätssatz Gl. (1.2) entsprechend ist das Verhältnis der Volumenströme von Ausführung und Modell gleich dem Produkt aus dem Geschwindigkeitsmaßstab und dem Flächenmaßstab. Beachtet man, dass dieser das Quadrat des Längenmaßstabes ist, so bekommt man mit Gl. (1.57)

$$\frac{\dot{V}}{\dot{V}_M} = \frac{n D^3}{n_M D_M^3} \quad \text{oder} \quad \dot{V} \sim n D^3. \quad (1.59)$$

Leistung. Für die Kraftmaschine gilt $P = \varrho \dot{V} Y \eta$ und für die Arbeitsmaschine $P = \varrho \dot{V} Y / \eta$. Damit wird unter Vernachlässigung etwaiger Wirkungsgradunterschiede zwischen Ausführung und Modell mit den Gln. (1.58) und (1.59)

$$\frac{P}{P_M} = \frac{\varrho n^3 D^5}{\varrho_M n_M^3 D_M^5} \quad \text{oder} \quad P \sim \varrho n^3 D^5. \quad (1.60)$$

Drehmoment. Da $M = P/\omega = P/(2\pi n)$, ergibt sich das Ähnlichkeitsgesetz

$$\frac{M}{M_M} = \frac{\varrho n^2 D^5}{\varrho_M n_M^2 D_M^5} \quad \text{oder} \quad M \sim \varrho n^2 D^5. \quad (1.61)$$

Beispiel 1.8. Für ein Pumpspeicherkraftwerk ist eine Pumpenturbine mit folgenden Daten vorgesehen:

	Pumpen- betrieb	Turbinen- betrieb
$\dot{V} \text{ m}^3/\text{s}$	25,7	28,0
$H \text{ m}$	289,5	305,5
$P \text{ MW}$	78,9	78,0
$n \text{ 1/s}$	8,33	8,33

Der Laufraddurchmesser ist $D = 3010 \text{ mm}$. Für die Modellversuche mit $D_M = 490 \text{ mm}$ steht eine Antriebsleistung von 1,5 MW für den Pumpenbetrieb und eine Modellfallhöhe von 80 m für den Turbinenbetrieb zur Verfügung.

- Wie groß ist die maximal mögliche Modelldrehzahl im Pumpenbetrieb?
- Die Modellversuche werden mit einer Pumpendrehzahl von $n_M = 31,671/\text{s}$ ausgeführt. Wie groß werden $\dot{V}_M$, H_M und P_M ?
- Welche Modelldrehzahl ergibt sich für den Turbinenbetrieb?

Lösung.

$$\text{zu a) Gl. 1.60 } n_{M\max} = n \sqrt[3]{\frac{P_M D^5}{P D_M^5}} = 8,33 \text{ 1/s} \sqrt[3]{\frac{1,5 \text{ MW}}{78,9 \text{ MW}} \left(\frac{3,01 \text{ m}}{0,49 \text{ m}}\right)^5} = 45,8 \text{ 1/s}.$$

$$\text{zu b) Gl. 1.59 } \dot{V}_M = \dot{V} \frac{n_M D_M^3}{n D^3} = 25,7 \text{ m}^3/\text{s} \frac{31,67 \text{ 1/s}}{8,33 \text{ 1/s}} \left(\frac{0,49 \text{ m}}{3,01 \text{ m}}\right)^3 = 0,421 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\text{Gl. 1.58 } H_M = H \frac{n_M^2 D_M^2}{n^2 D^2} = 289,5 \text{ m} \left(\frac{31,67 \text{ 1/s} \cdot 0,49 \text{ m}}{8,33 \text{ 1/s} \cdot 3,01 \text{ m}}\right)^2 = 110,8 \text{ m}$$

$$\begin{aligned} \text{Gl. 1.60 } P_M &= P \frac{n_M^3 D_M^5}{n^3 D^5} \quad \text{weil } \varrho_M = \varrho \\ &= 78,9 \text{ MW} \left(\frac{31,67 \text{ 1/s}}{8,33 \text{ 1/s}}\right)^3 \left(\frac{0,49 \text{ m}}{3,01 \text{ m}}\right)^5 = 0,495 \text{ MW}. \end{aligned}$$

$$\text{zu c) Gl. 1.58 } n_M = n \frac{D}{D_M} \sqrt{\frac{H_M}{H}} = 8,33 \text{ 1/s} \frac{3,01 \text{ m}}{0,49 \text{ m}} \sqrt{\frac{80 \text{ m}}{303,5 \text{ m}}} = 26,2 \text{ 1/s}.$$

1.4.2 Kennzahlen

Zur Beurteilung von Versuchsergebnissen und zur Auslegung von Strömungsmaschinen sind dimensionslose Kennzahlen zweckmäßig. Sie geben unabhängig von der Drehzahl und von der Maschinengröße, repräsentiert durch den Laufraddurchmesser, das für die jeweilige Maschine Typische wieder.

Bedauerlicherweise hat sich die Fachliteratur bisher auf keine einheitliche Definition der Kennzahlen einigen können. Die in diesem Buch für alle Strömungsmaschinen benutzten und hier erläuterten Kenngrößen sind im Anhang in Tabelle 9.5 zusammengefasst. Die Definitionen gelten unabhängig davon, mit welchem ihrer Werte die spezifische Stutzenarbeit eingesetzt wird. Bei den hydraulischen Maschinen wird der ideelle Wert gH nach Gl. (1.34) und bei den thermischen das isentrope Enthalpiegefälle benutzt. Entsprechendes gilt für den Bezugsdurchmesser. Hier wird gewöhnlich der größte Durchmesser der Laufbeschaufelung, in manchen Fällen, etwa bei axialen Dampfturbinenstufen, aber der mittlere Beschaufelungsdurchmesser eingesetzt.

Druckzahl. Zur dimensionslosen Beschreibung der spezifischen Stutzenarbeit wird diese mit der kinetischen Energie verglichen, die der Umfangsgeschwindigkeit $u = \pi n D$ entspricht

$$\psi = \frac{Y}{u^2/2} = \frac{2Y}{\pi^2 n^2 D^2}. \quad (1.62)$$

Laufzahl. Die Wurzel aus dem Kehrwert der Druckzahl

$$\nu = \frac{1}{\sqrt{\psi}} = \frac{\pi n D}{\sqrt{2Y}} = \frac{u}{c_\Delta} \quad (1.63)$$

wird als Laufzahl bezeichnet. Sie setzt die Umfangsgeschwindigkeit ins Verhältnis zu der Geschwindigkeit c_Δ , die entstände, wenn die spezifische Stutzenarbeit verlustfrei in kinetische Energie umgesetzt würde. Dabei ist es unwesentlich, ob eine solche Geschwindigkeit wirklich in der Maschine auftritt.

Durchflusszahl. Um den Volumenstrom zu kennzeichnen, wird er durch das Produkt aus der Umfangsgeschwindigkeit und der Fläche des Kreises mit dem Nenndurchmesser D dimensionslos gemacht.

$$\varphi = \frac{4\dot{V}}{\pi u D^2} = \frac{4\dot{V}}{\pi^2 n D^3}. \quad (1.64)$$

Eine andere Definition bildet den Quotienten aus der Meridian- und der Umfangsgeschwindigkeit $\varphi = c_m/u$. Sie ist mit Gl. (1.64) identisch, wenn als fiktive Meridiangeschwindigkeit der Quotient aus dem Volumenstrom und der Fläche $\pi D^2/4$ eingesetzt wird.

Schluckzahl. Der Volumenstrom kann auch unabhängig von der Drehzahl oder der Umfangsgeschwindigkeit ausgedrückt werden. Dazu wird definiert

$$\mu = \nu\varphi = \frac{\varphi}{\sqrt{\psi}} = \frac{4\dot{V}}{\pi D^2 \sqrt{2Y}}. \quad (1.65)$$

Leistungszahl. Analog zur Leistung werden gebildet

$$\lambda = \varphi\psi\eta \text{ (Kraftmaschine) und } \lambda = \frac{\varphi\psi}{\eta} \text{ (Arbeitsmaschine).}$$

Durch Einsetzen der Durchflusszahl und der Druckzahl nach den Gln.(1.62) und (1.64) sowie der Leistung $P = \rho\dot{V}Y\eta$ bzw. $P = \rho\dot{V}Y/\eta$ bekommt man eine für beide Maschinenarten einheitliche Leistungszahl

$$\lambda = \frac{8P}{\pi \rho u^3 D^2} = \frac{8P}{\pi^4 \rho n^3 D^5}. \quad (1.66)$$

Schnellläufigkeit. Zur dimensionslosen Kennzeichnung der Drehzahl wird aus den Gln. (1.62) und (1.64) der Durchmesser eliminiert, indem beide nach D aufgelöst und dann gleichgesetzt werden. Man bekommt zunächst

$$\frac{(4\dot{V})^{1/3}}{\pi^{2/3} n^{1/3} \varphi^{1/3}} = \frac{(2Y)^{1/2}}{\pi n \psi^{1/2}}.$$

Diese Beziehung wird nach $\varphi^{1/3}/\psi^{1/2}$ aufgelöst und noch mit $3/2$ potenziert, damit auf der rechten Seite die Drehzahl ohne einen Exponenten erscheint. Damit wird

$$\sigma = \frac{\varphi^{1/2}}{\psi^{3/4}} = \frac{2n\sqrt{\pi\dot{V}}}{(2Y)^{3/4}}. \quad (1.67)$$

Durchmesserzahl. So, wie die Schnellläufigkeit durch Elimination des Durchmessers aus den Gln. (1.62) und (1.64) entstanden ist, kann auch umgekehrt die Drehzahl eliminiert werden. Man bekommt zunächst

$$\frac{4\dot{V}}{\pi^2 D^3 \varphi} = \frac{(2Y)^{1/2}}{\pi D \psi^{1/2}}$$

und hieraus durch Auflösen nach $\psi^{1/2}/\varphi$ und Potenzieren mit $1/2$ die Durchmesserzahl

$$\delta = \frac{\psi^{1/4}}{\varphi^{1/2}} = D \frac{\sqrt{\pi}}{2} \sqrt[4]{\frac{2Y}{\dot{V}^2}}. \quad (1.68)$$

Vergleich der Kennzahlen. Wie die Gleichungen dieses Abschnittes erkennen lassen, würden zwei Kennzahlen z. B. φ und ψ an sich ausreichen, da sich die übrigen durch diese ausdrücken lassen. Doch ist es für manche Zwecke günstig, die übrigen Kennzahlen, oder doch einige von ihnen zur Verfügung zu haben.

Man kann die Kennzahlen in solche einteilen, die das Betriebsverhalten kennzeichnen, wie φ und ψ und solche, die für die Bauart einer Maschine typisch sind, wie σ und δ . Es zeigt sich nämlich, dass z. B. zwei Kreiselpumpen gleicher Schnellläufigkeit einander sehr ähnlich sind, auch wenn sie von verschiedenen Herstellern stammen.

Cordier-Diagramm. Trägt man die Durchmesserzahl über der Schnellläufigkeit auf, so ergibt sich für die Kraft- und Arbeitsmaschinen je eine Kurve mit nur geringer Streuung, jedenfalls dann, wenn nur solche Maschinen berücksichtigt werden, die unter den jeweiligen Bedingungen die besten Wirkungsgrade haben. Dass zwei unterschiedliche Linienzüge entstehen, hat seine Ursache darin, dass die verzögerte Strömung der Arbeitsmaschine lange, mäßig erweiterte Schaufelkanäle und damit größere Abmessungen erfordert als die beschleunigte Strömung der Kraftmaschine (Abschn. 5.1 Bild 5.2). Daher ergeben sich bei gleicher Schnellläufigkeit größere Durchmesserzahlen. Das nach seinem Erfinder benannte Diagramm kann für die Auslegung von Strömungsmaschinen benutzt werden. Sind z. B. für eine Pumpe der Volumenstrom und die Förderhöhe gegeben, so kann man nach Wahl einer geeigneten Drehzahl die Schnellläufigkeit berechnen. Man entnimmt dann dem Cordier-Diagramm (Bild 1.19) die zugehörige Durchmesserzahl, die einen guten Wirkungsgrad erwarten lässt, und kann mit Gl. (1.68) den Laufraddurchmesser festlegen.

Beispiel 1.9. Für eine Pumpe ist gegeben: $\dot{V} = 10 \text{ m}^3/\text{s}$; $H = 146 \text{ m}$; $n = 7,1421/\text{s}$.

Welcher Laufraddurchmesser ist zu wählen?

Lösung. Mit $Y = g H$ ist nach Gl. (1.67)

$$\sigma = \frac{2n\sqrt{\pi\dot{V}}}{(2gH)^{3/4}} = \frac{2 \cdot 7,172 \text{ 1/s} \sqrt{\pi \cdot 10 \text{ m}^3/\text{s}}}{(2 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 146 \text{ m})^{0,75}} = 0,2045.$$

Hierzu wird aus dem oberen Kurvenzug von Bild 1.19 abgelesen $\delta=4,5$. Aus Gl. (1.68) ergibt sich

$$D = \frac{2\delta}{\sqrt{\pi}} \frac{\sqrt{\dot{V}}}{\sqrt[4]{2Y}} = \frac{2\delta}{\sqrt{\pi}} \frac{\sqrt{\dot{V}}}{\sqrt[4]{2gH}} = \frac{2 \cdot 4,5}{\sqrt{\pi}} \frac{\sqrt{10 \text{ m}^3/\text{s}}}{\sqrt[4]{2 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 146 \text{ m}}} = 2,195 \text{ m}.$$

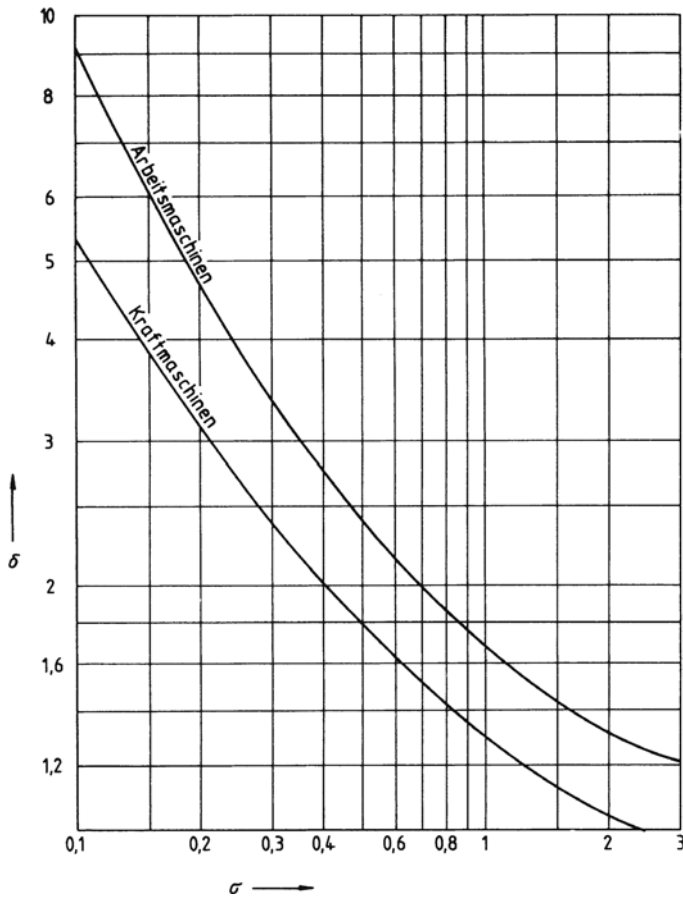


Bild 1.19
Cordier-Diagramm

1.5 Mehrstufigkeit und Mehrflutigkeit

Löst man die Definitionsgleichung der Druckzahl Gl. (1.62) nach der spezifischen Stutzenarbeit auf

$$Y = \frac{u^2}{2} \psi,$$

so werden zwei Möglichkeiten deutlich, große spezifische Stutzenarbeiten zu erreichen. Entweder muss eine große Druckzahl oder, weil sie quadratisch eingeht, besonders wirkungsvoll, eine hohe Umfangsgeschwindigkeit gewählt werden. Auf beiden Wegen stößt man jedoch an Grenzen. Die mit einem Laufrad erreichbare Druckzahl ist aus strömungstechnischen Gründen begrenzt, während die Umfangsgeschwindigkeit ihre Grenze in der Laufradfestigkeit findet.

Mehrstufigkeit. Um dennoch große Energiegefälle in einer Strömungsmaschine zu verarbeiten, werden mehrere Laufräder hinter einander angeordnet. Bild 5.5 zeigt als Beispiel eine vierstufige Kreiselpumpe und Bild 3.22 eine sechsstufige Dampfturbine.

Durch die Mehrstufigkeit ändert sich bei sonst gleichbleibenden Abmessungen und gleicher Drehzahl der Volumenstrom nicht, während die spezifische Stutzenarbeit und die Leistung proportional mit der Stufenzahl anwachsen.

Mehrflutigkeit. Durch Parallelschalten von Laufrädern lässt sich der Volumenstrom bei gleichbleibendem Energiegefälle vervielfältigen (Bild 5.8).

Aus

$$\dot{V} = \frac{\pi u D^2}{4} \varphi$$

folgt, dass auch der Volumenstrom eines einzelnen Laufrades eine Grenze hat. Die Durchflusszahl ist wie die Druckzahl strömungstechnisch begrenzt, und auch der Durchmesser kann nicht beliebig vergrößert werden.

Mehrstufigkeit und Mehrflutigkeit kommen auch kombiniert zur Anwendung. Insbesondere die Niederdruckteile großer Kondensationsdampfturbinen werden in dieser Bauform ausgeführt (Bild 3.19).

1.6 Kavitation

Aus der Bernoulli-Gleichung Gl. (1.3) ergibt sich, dass der Druck eines strömenden Fluids dort besonders niedrig ist, wo die Geschwindigkeit hoch ist. Aus der Gleichung allein könnte man sogar schließen, dass der Druck beliebig kleine oder sogar negative Werte annehmen könnte, aber das ist aus einleuchtenden physikalischen Gründen nicht möglich.

Ursachen. Der kleinste in einer Flüssigkeit mögliche Druck ist durch den Siededruck gegeben, der für Wasser in Abhängigkeit von der Temperatur aus Tabelle 9.2 entnommen werden kann. Da beim Erreichen des Siededrucks ein, wenn auch kleiner Teil der Flüssigkeit in den Dampfzustand übergeht, ist eine der Voraussetzungen der Bernoulli-Gleichung, nämlich die Inkompressibilität des Fluids nicht mehr erfüllt, denn das spezifische Volumen des Dampfes ist bei niederen Temperaturen um einige Zehnerpotenzen größer als dasjenige

der Flüssigkeit. So kann man z. B. der Tabelle 9.2 entnehmen, dass bei 17,5 °C das Volumen des Dampfes um das 67000-fache größer ist als dasjenige der Flüssigkeit.

In allen hydraulischen Strömungsmaschinen kann der Druck an den Stellen hoher Geschwindigkeit örtlich soweit absinken, dass eine Dampfblasenbildung einsetzt. Das beeinflusst zunächst die Strömungsgeschwindigkeit wegen des erwähnten großen Volumens der Dampfblasen. Diese bilden sich zuerst an geeigneten Keimen, nämlich an Rauigkeiten der Wand, an Schmutzteilchen und vor allem an den Bläschen, die das ursprünglich im Wasser gelöste bei niederem Druck aber ausgeschiedene Gas bildet. Indem die Dampfblasen von der Strömung mitgeführt werden, wachsen sie zunächst durch weiteren Übergang von Wasser in die Dampfphase an, sie gelangen aber schließlich an einen Ort höheren Drucks, an dem der Dampf nicht mehr bestehen kann.

Die Kondensation der Dampfblasen gestaltet sich zu einer nahezu augenblicklichen Implosion, wobei das einbrechende Wasser sehr schnelle Mikrostrahlen bildet. Bei deren Verzögerung bis zum Stillstand entstehen entsprechend große Kräfte und dadurch treten in hochfrequenter Folge Druckspitzen von einigen hundert MPa auf. Diese Erscheinung wird als Kavitation bezeichnet. Das Wort lateinischer Herkunft wird gewöhnlich mit Hohlraumbildung übersetzt.

Folgen. Die Kavitation hat mehrere unerwünschte Folgen und muss deshalb vermieden werden. Sie beeinflusst die Kennlinien und vermindert insbesondere den Wirkungsgrad, weil die zur Verdampfung verbrauchte Energie bei der Kondensation zwar wieder frei wird, nicht aber in einer der drei Formen mechanischer Energie, die in der Bernoulli-Gleichung erscheinen. Überdies entstehen Schwingungen und ein prasselndes Geräusch. Vor allem aber wird das Material der Schaufeln und anderer der Kavitation ausgesetzter Bauteile durch die hochfrequente mechanische Beanspruchung zerstört. Der Materialverschleiß ist dabei nicht nur mechanischer sondern auch chemischer Natur, weil schützende Oberflächenschichten zerstört werden und ihre Neubildung verhindert wird. Der mechanische Materialabtrag wird Kavitationserosion, der chemische Kavitationskorrosion genannt.

Die verschiedenen Werkstoffe verhalten sich gegenüber der Kavitation sehr unterschiedlich. Ungünstig sind Gusseisen und Kunststoffe, sehr widerstandsfähig dagegen Chromnickelstähle.

Grenzen. Die Kavitation tritt zuerst dort auf, wo der Druck ohnehin besonders niedrig ist, bei den Turbinen also am Laufradaustritt und bei den Pumpen am Laufradeintritt, und überdies dort, wo die Fluidgeschwindigkeit groß ist.

Damit eine Dampfblasenbildung einsetzt, muss der statische Druck offenbar gleich dem Dampfdruck p_d sein

$$p_{\text{stat}} = p_{\text{ges}} - \frac{\rho}{2} w^2 = p_d.$$

Daraus ergibt sich die kritische Geschwindigkeit

$$w_{\text{krit}} = \sqrt{\frac{2(p_{\text{ges}} - p_d)}{\rho}}.$$

Demnach sind solche Maschinen besonders gefährdet, die mit hohen Geschwindigkeiten arbeiten, also schnellläufig ausgelegt sind. Da sie aber bei gegebener Leistung kleinere Abmessungen haben, also preisgünstiger sind als langsamläufige, muss bei der Auslegung hydraulischer Strömungsmaschinen aus wirtschaftlichen Gründen dicht an die Grenze der Kavitation herangegangen bzw. bei manchen Betriebszuständen schwache Kavitation auch zugelassen werden (Abschn. 5.5.3).

2 Wasserturbinen

2.1 Einleitung

Ursprünge. Als Vorläufer der heutigen Wasserkraftmaschinen gab es schon im Altertum die verschiedenen Bauformen der Wasserräder, die aber nicht zu den Strömungsmaschinen gerechnet werden, da ihnen das Merkmal der durchströmten Schaufelkanäle fehlt.

Als Geburtsdatum der modernen Strömungsmaschinen kann das Jahr 1750 gelten, als der Physiker und Arzt J. A. von Segner (1704–1777) eine Turbine beschrieb, nach deren Prinzip manche heutigen Rasensprenger arbeiten. Durch diese Erfindung angeregt, befasste sich der Mathematiker Leonard Euler (Abschn. 1.3.4) mit der Theorie dieser Maschinen. Seine 1754 veröffentlichte Arbeit „Verbesserte Theorie der durch Reaktion des Wassers angetriebenen Maschinen“¹ macht Euler zum Begründer der Lehre von den Strömungsmaschinen. Seine eindimensionale Stromfadentheorie und die nach ihm benannte Hauptgleichung (1.49) sind auch heute noch wichtige Berechnungsgrundlagen.

Francis-Turbinen. Die von den Amerikanern S. Howd und James B. Francis (1815–1892) erfundene Turbine ist eine Reaktionsturbine mit radial durchströmtem Leitgitter, dessen Schaufeln zum Zweck der Regelung verstellbar sind, und einem Laufrad, in dessen Bereich die Strömung in die axiale Richtung übergeht (Bild 2.1 a).

Kaplan-Turbinen. Um Abmessungen und Kosten zu verkleinern, wurden die Francis-Turbinen zu immer schnellläufigeren Typen weiterentwickelt. Dazu müssen die Laufschaufeln immer mehr in den axialen Bereich verlegt werden. In konsequenter Fortsetzung dieser Tendenz setzte der österreichische Ingenieur Viktor Kaplan (1876–1934) bei seiner Turbine hinter den radialen Leitapparat ein rein axiales Laufrad in der Art eines Schiffspropellers (Bild 2.1 b). Zur Regelung werden bei der Kaplan-Turbine außer den Leit-schaufeln auch die Laufschaufeln verstellt.

Pelton-Turbinen. Zur Ausnutzung großer Fallhöhen, für die sich Gleichdruckturbinen besser eignen, wurde am Ende des 19. Jahrhunderts eine Turbine entwickelt, an deren Laufrad symmetrisch geformte Becherschaufeln mit einer Schneide in der Mitte angeordnet sind. Auf diese trifft der aus einer Düse austretende Wasserstrahl, der in zwei Teile getrennt in den beiden Bechermulden um fast 180° umgelenkt wird (Bild 2.1 c und 2.3). Obgleich an der Erfindung dieser Maschine mehrere Ingenieure beteiligt waren, wird sie nach dem Amerikaner L. A. Pelton (1829–1908) benannt.

Durchströmturbinen. Eine andere Form der Gleichdruckturbine ist die von dem Australier Michell 1903 erfundene Maschine, bei der ein breiter Wasserstrahl von rechteckigem Querschnitt die Schaufeln eines walzenförmigen Laufrades quer zu dessen Achse

1 Im Original: „Théorie plus complète des machines, qui sont mises en mouvement par la réaction de l'eau“

zweimal durchströmt. Für kleine Leistungen bis zu etwa 200 kW hat sich diese Bauweise wegen ihrer Einfachheit und Anspruchslosigkeit gut bewährt (Bild 2.1 d).

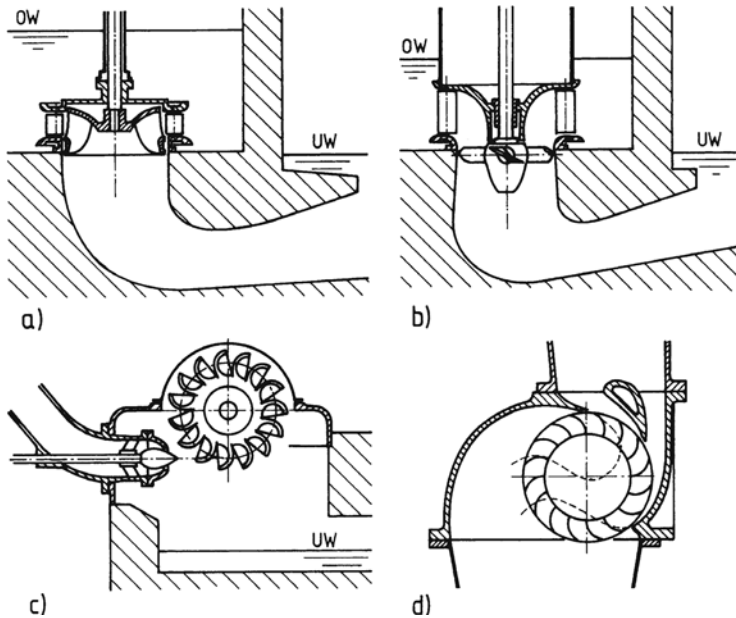


Bild 2.1 Prinzipbilder von Wasserturbinen

a) Francis-Turbine
b) Kaplan-Turbine

c) Pelton-Turbine
d) Durchströmturbine

Energieversorgung. Bis in die zweite Hälfte des 19. Jahrhunderts waren die Leistungen auf etwa 250 kW beschränkt. Die Maschinen dienten zum unmittelbaren Antrieb von Mühlen, Sägewerken, Holzschleifereien und dergleichen. Die Energienutzung war immer an den Ort der Wasserkraft gebunden. Größere Wasserkräfte konnten erst durch die Möglichkeit der elektrischen Energieübertragung über große Entfernungen ausgenutzt werden.

Heute werden Wasserturbinen mit Leistungen bis zu 800 MW und für Fallhöhen von wenigen Metern bis zu 1800 m gebaut. Die Wirkungsgrade erreichen Werte von 92 bis zu 94%.

In der Energieversorgung der Industrieländer spielen die Wasserkräfte nur eine geringe Rolle. In der Bundesrepublik Deutschland sind sie eine unverzichtbare „erneuerbare Energiequelle“, tragen aber nur mit etwa 5% zur Erzeugung elektrischer Energie bei. Dieser Anteil wird sich kaum wesentlich erhöhen lassen, da die vorhandenen natürlichen Wasserkräfte bereits zu einem hohen Prozentsatz ausgebaut sind. In den Entwicklungsländern gibt es aber immer noch ausbaufähige Wasserkräfte. Dort wie auch in den Industrieländern besteht überdies noch Bedarf an Pumpspeicherkraftwerken, die ein geeignetes Mittel sind, den Spitzenstrombedarf wirtschaftlich zu decken (Abschn. 5.5.7).

2.2 Typenübersicht und Einsatzgebiete

Wie im vorigen Abschnitt ausgeführt, werden heute fast ausschließlich die Turbinen der Pelton-, Francis- und Kaplanbauart eingesetzt. In ihrer Gesamtheit erfüllen sie die folgenden Anforderungen an neuzeitliche Wasserkraftmaschinen.

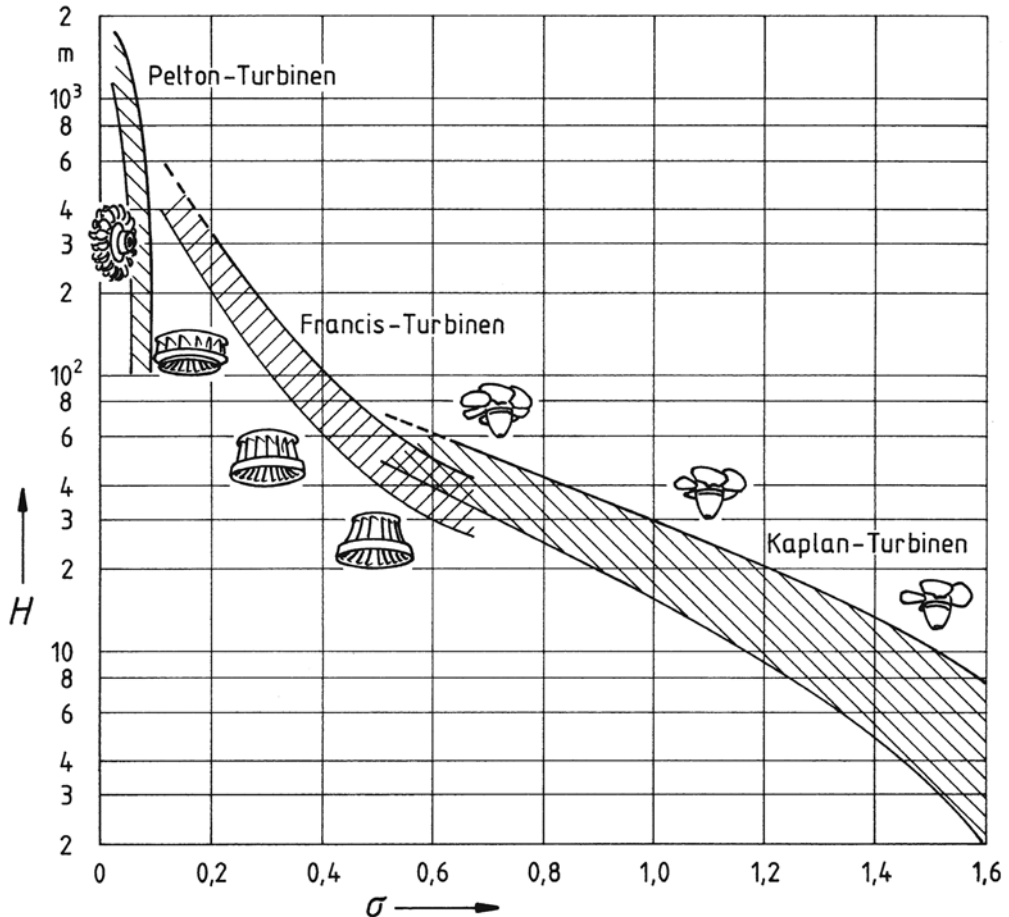


Bild 2.2 Anwendungsgebiete von Wasserturbinen (nach Voith)

Forderungen. Maschinen möglichst geringer Abmessungen für jede Fallhöhe.
Hoher Wirkungsgrad nicht nur im Auslegungspunkt sondern auch bei Teillast und bei schwankenden Wasserständen.
Gute Regelbarkeit.
Senkrechte und waagerechte Aufstellungsmöglichkeit.

Typenwahl. Welcher Typ zur Anwendung kommt, richtet sich nach dem Höhenunterschied zwischen Ober- und Unterwasser, dem verfügbaren Volumenstrom und der für

kavitationsfreien Betrieb zu wählenden Drehzahl (Bild 2.2). Da für jede in der Natur vorkommende Fallhöhe ein geeigneter Maschinentyp zur Verfügung steht, können Wasserturbinen immer einstufig ausgeführt werden. Für die großen Fallhöhen kommen nur die Pelton-Turbinen in Frage. Im mittleren Bereich von etwa 500 m an lassen sich Francis-Turbinen einsetzen. Im Gebiet der Fallhöhenüberschneidung mit den Pelton-Turbinen von etwa 100 bis 500 m spricht für die Pelton-Turbine deren größere Unempfindlichkeit gegen Verschleiß, die Francis-Turbine ist jedoch durch höheren Wirkungsgrad, bessere Einsatzmöglichkeiten bei schwankenden Fallhöhen und geringere Abmessungen überlegen. Bei den kleineren Fallhöhen liegt das Anwendungsgebiet der Kaplan-Turbinen. Auch hier gibt es eine Überschneidung mit den Francis-Turbinen im Bereich von etwa 40 bis 50 m. Hier werden gewöhnlich die Kaplan-Turbinen bevorzugt, da sie wegen ihrer höheren Schnellaufzeit geringere Abmessungen haben, und der Wirkungsgradverlauf flacher ist.

Propeller-Turbinen haben starre Axialräder, also keine verstellbaren Laufschaufeln, sonst gleichen sie den Kaplan-Turbinen.

2.3 Pelton-Turbinen

2.3.1 Wirkungsweise und Bauformen

Die Pelton-Turbine ist eine teilbeaufschlagte Gleichdruckmaschine. In einer oder mehreren Düsen wird das gesamte Energiegefälle in kinetische Energie umgewandelt. Der austretende Wasserstrahl trifft mit entsprechend hoher Geschwindigkeit auf die Laufschaufeln, die gewöhnlich als Becher bezeichnet werden, womit ihre charakteristische Form jedoch nur ungenügend beschrieben ist. Sie bilden eine symmetrische Doppelmulde mit einer Schneide in der Mitte. Von dieser wird der Strahl in zwei Teilströme getrennt und in den Mulden um nahezu 180° umgelenkt, wodurch dem Wasserstrahl die kinetische Energie entzogen und an das Laufrad übertragen wird (Bild 2.3).

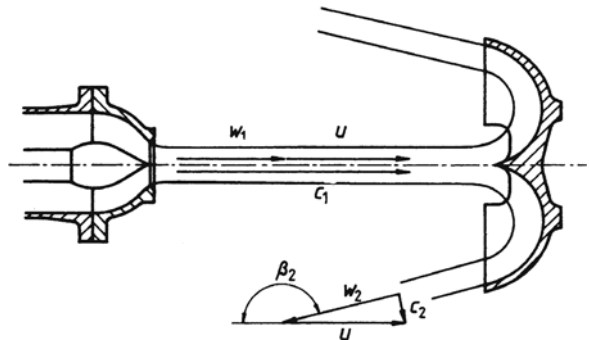


Bild 2.3
Prinzipbild einer Pelton-Turbine

Die Pelton-Turbine stellt einen Idealfall einer teilbeaufschlagten Maschine dar. Da die nicht mit Wasser beaufschlagten Laufschaufeln in Luft, also einem Fluid wesentlich geringerer Dichte umlaufen, spielen die Ventilationsverluste keine nennenswerte Rolle. Diese Verluste sind die Arbeit, die die Schaufeln aufbringen müssen, um ständig neue Luftteilchen beiseite zu räumen (Abschn. 3.4.7). Es muss allerdings sichergestellt sein, dass der Unterwasserspiegel niemals bis an das Laufrad ansteigen kann, weshalb ein Teil der Fallhöhe ungenutzt bleibt. Dieser Verlust durch Freihang (H_F in Bild 2.9) ist nicht sehr

bedeutend, da die Pelton-Turbinen für große Fallhöhen eingesetzt werden, von denen der Freihang nur einen geringen Bruchteil bildet.

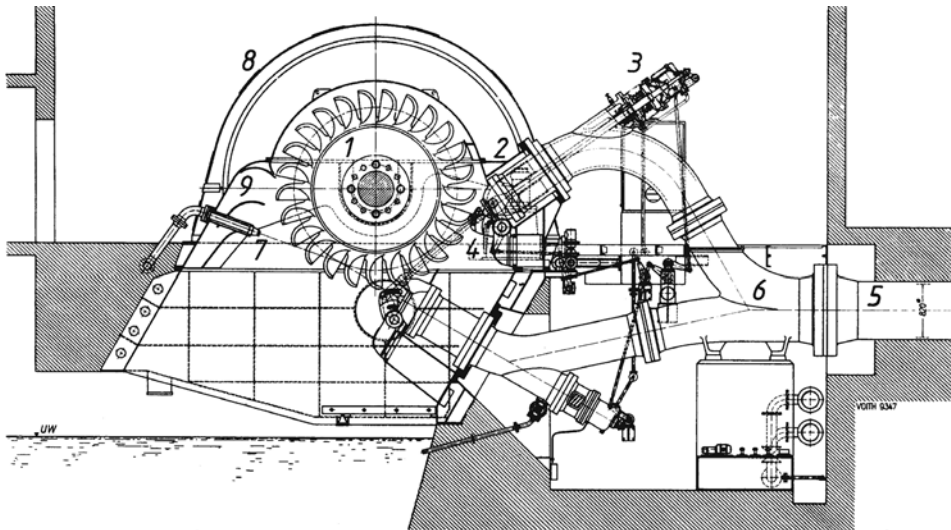


Bild 2.4

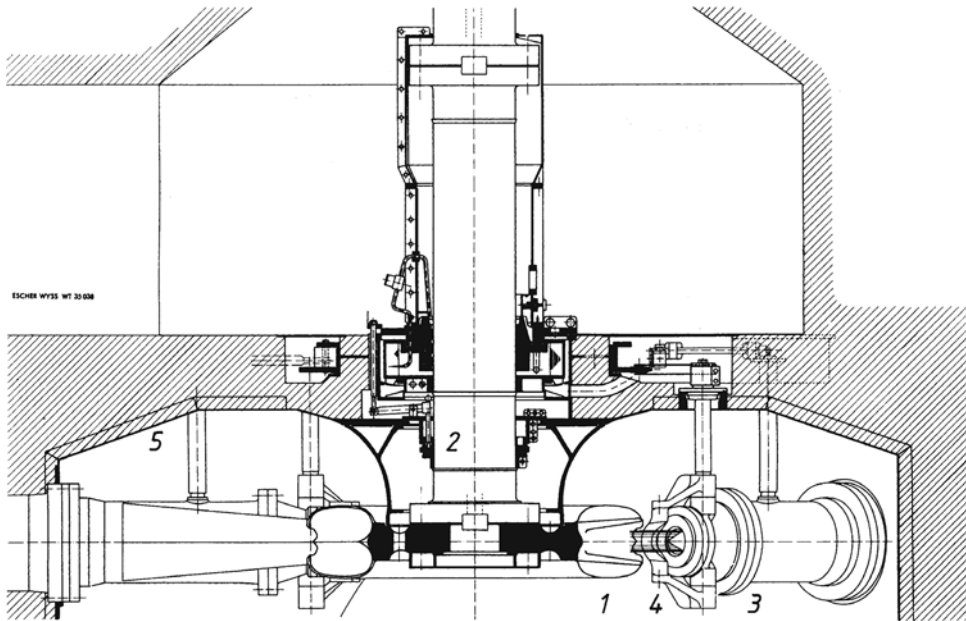
Pelton-Turbine mit horizontaler Welle und zwei Düsen (Voith)

Strahlkreisdurchmesser 2,54 m $P_{\max} = 40 \text{ MW}$ $H = 940 \text{ m}$ $\dot{V} = 4,4 \text{ m}^3/\text{s}$ $n = 8,33 \text{ 1/s}$

- | | | |
|-------------------------------|----------------------|-------------|
| 1 Laufrad | 4 Strahlableiter | 7 Bremsdüse |
| 2 Düse | 5 Druckrohranschluss | 8 Gehäuse |
| 3 Stellantrieb der Düsennadel | 6 Rohrverzweigung | 9 Schürzen |

Bauarten. Es gibt Pelton-Turbinen mit waagerechter oder mit senkrechter Welle. Bei liegender Welle gibt es Ausführungen mit einem und mit zwei Laufrädern, die dann beiderseits des Generators angeordnet sind. Je Laufrad können ein oder zwei Düsen vorgesehen werden (Bild 2.4). Bei größeren Leistungen ist die senkrechte Aufstellung vorzuziehen. Da das aus den Laufschaufeln austretende Wasser in diesem Fall ohne Störung abfließen kann, lassen sich bis zu sechs Düsen über den Umfang verteilen. Mit der Zahl der Düsen werden die Abmessungen und damit die Kosten kleiner. Ein weiterer Vorteil der senkrechten Anordnung besteht darin, dass die Düsen symmetrisch über den Umfang verteilt werden können. Dadurch wird die einseitige Lagerbelastung vermieden, die bei nur einer Düse unvermeidlich ist. Schließlich ist bei senkrechter Aufstellung der Platzbedarf für den Maschinensatz geringer, sodass die Kosten für das gesamte Kraftwerk gesenkt werden (Bild 2.5).

Laufräder. Radscheibe und Schaufeln werden auch bei großen Abmessungen in einem Stück aus Chrom-Nickel-Stahl, z. B. G-X 5 CrNi 134 gegossen. Auf der Innenseite müssen die Schaufeln sorgfältig bearbeitet werden. Am äußeren Rand haben sie einen Ausschnitt, durch den vermieden wird, dass beim Eintreten einer Schaufel in den Strahl der

**Bild 2.5**

Vertikalachsiges
Pelton-Turbinen
mit 6 Düsen

(Escher Wyss)

$P_{\max} = 97 \text{ MW}$

$H = 710 \text{ m}$

$n = 8,33 \text{ 1/s}$

1 Laufrad

2 Welle

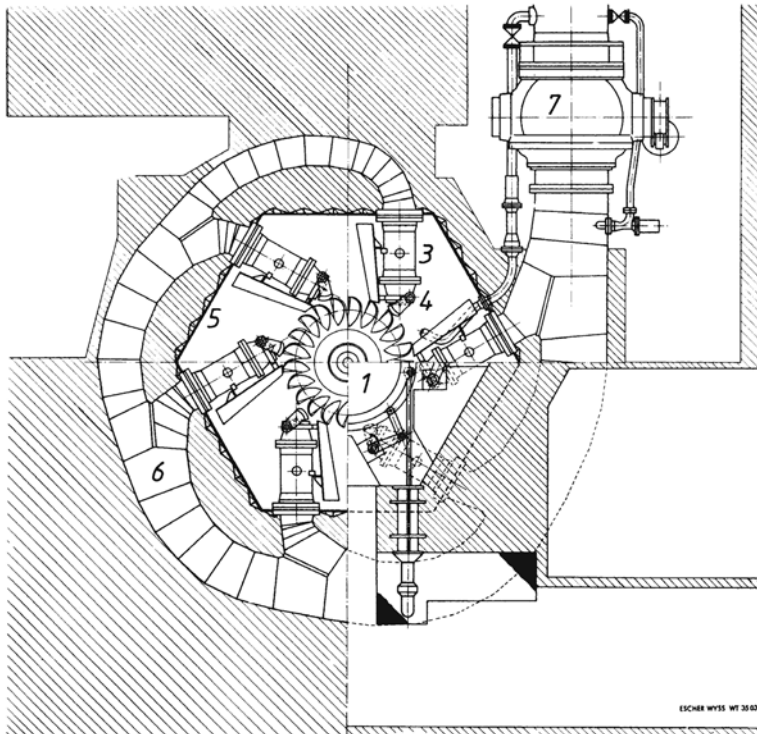
3 Düse mit
innengesteuerter
Düsen-
nadel

4 Strahl-
ablenker

5 Gehäuse mit
Schacht-
panze-
rung

6 Ringleitung

7 Kugelschieber



Becherrand getroffen wird. Der Strahl muss vielmehr von der Schneidenkante angeschnitten werden. Die Schneide selbst muss scharfkantig sein. Eine Abrundung würde eine seitliche Geschwindigkeitskomponente zur Folge haben, und die Gefahr der Kavitation herbeiführen. Die Schaufelteilung darf nicht zu groß sein, damit der von einer Schaufel beschnittene Teil des Strahls die vorauslaufende Schaufel noch erreicht. Durch die symmetrische Form der Schaufeln werden Axialkräfte ausgeglichen (Bild 2.6).



Bild 2.6

Pelton-Laufrad (Voith)

Düsen. Als Stellglied der Maschine dient eine in ihrer Längsrichtung verschiebbare Düsennadel. Form und Oberflächenglätte von Düse und Nadel sollen eine reine Mengeneinstellung annähern. Dazu darf sich nur der Austrittsquerschnitt ändern, ohne dass Energieverluste durch Drosselung eintreten. Das Mundstück der Düse und die Nadelspitze sind stark durch Verschleiß gefährdet, sie bestehen aus hochfestem Werkstoff, häufig sind sie hartverchromt. Die Verschleißteile müssen leicht auswechselbar sein.

Bei kleineren Abmessungen wird der Schaft der Düsennadel durch den Krümmer des Druckrohres nach außen geführt und von dort verstellt (Bild 2.4). Bei größeren Abmessungen liegt der gesamte Verstellantrieb in der Nabe des Düsenkörpers (Bild 2.5 und 2.7), wodurch die bei der Außensteuerung auftretenden Störungen der Strömung durch den Nadelschaft vermieden werden.

Strahlablenker. Bei raschen Schließbewegungen der Düsennadel würden durch die starke Verzögerung der Wassermasse in der Druckrohrleitung Druckstöße auftreten. Zu deren Vermeidung schließt der Regler die Nadel nur mit einer begrenzten Schließgeschwindigkeit. Damit die Turbinendrehzahl dabei nicht unzulässig ansteigt, wird mittels eines Strahlablenkers ein Teil des Wasserstrahls seitlich abgeführt. Bild 2.8 zeigt die Wirkungsweise bei einer Störung durch eine Leistungsabnahme.

Bremsdüse. Um beim Abstellen des Maschinensatzes die langen Auslaufzeiten abzukürzen, ist bei großen Maschinen eine kleine Bremsdüse (Bild 2.4 Pos. 7) vorhanden, durch die ein Bremsstrahl auf die Schaufelrückseite geleitet wird.

Gehäuse. Außer dem Abschluss der Maschine nach außen haben die gewöhnlich geschweißten Gehäuse die Aufgabe, das aus den Laufschaufeln austretende Wasser so ablaufen zu lassen, dass es das Laufrad nicht noch einmal trifft. Dem gleichen Zweck dienen, namentlich bei horizontaler Wellenlage, schürzenartige Einbauten (Bild 2.4 Pos 9).

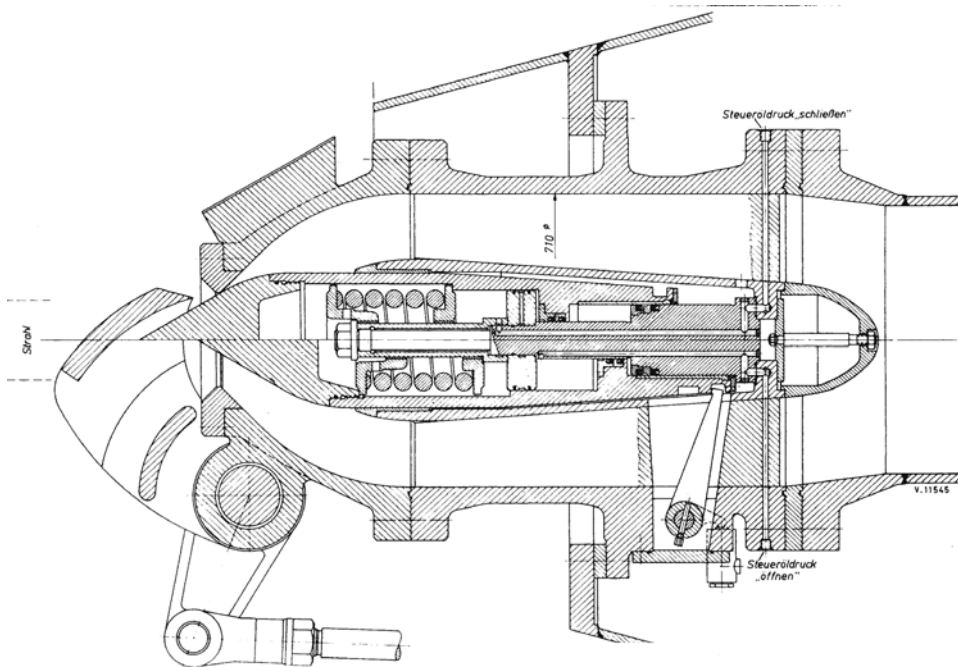
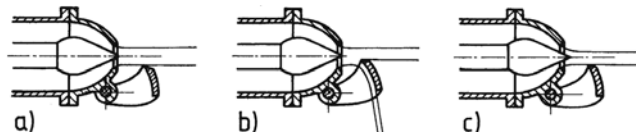


Bild 2.7 Pelton-Düse mit Innensteuerung

Bild 2.8

Wirkungsweise des
Strahlablenkers

- a) Beharrung
- b) Störung durch Leistungsabnahme, Eingriff des Strahlablenkers
- c) neuer Beharrungszustand nach Querschnittsverengung durch die Düsennadel



2.3.2 Betriebsverhalten

Geschwindigkeiten. Es sei H_{geod} der geodätische Höhenunterschied zwischen Ober- und Unterwasser. H_{R} der Reibungsverlust in der Druckrohrleitung und H_{F} der Freihang (Bild 2.9). Da die Rohrleitungsverluste der Turbine nicht anzulasten sind, ist die Fallhöhe

$$H = H_{\text{geod}} - H_{\text{R}}.$$

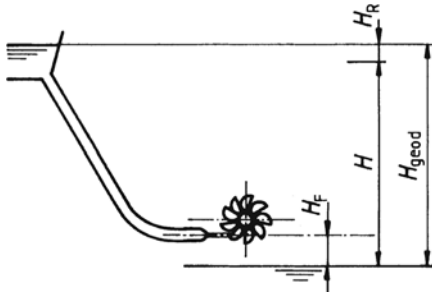


Bild 2.9
Fallhöhe einer Pelton-Turbine

Mit der theoretischen Ausströmgeschwindigkeit c_{1th} lautet die Bernoulli-Gleichung

$$gH = \frac{c_{1th}^2}{2} + gH_F; \quad c_{1th} = \sqrt{2g(H - H_F)}.$$

Die tatsächliche Geschwindigkeit ist $c_1 = \sqrt{\eta'} c_{1th}$, wobei η' ähnlich wie in Gl. (1.21) der Düsenwirkungsgrad ist. Mit dem Freihangwirkungsgrad $\eta_F = 1 - H_F/H$ und der Fallhöhengeschwindigkeit $c_\Delta = \sqrt{2gH}$ (Gl 1.63) ist

$$c_1 = \sqrt{\eta' 2gH \left(1 - \frac{H_F}{H}\right)} = \sqrt{\eta' \eta_F} c_\Delta. \quad (2.1)$$

Nach dem Geschwindigkeitsplan (Bild 2.3) ist

$$w_1 = c_1 - u. \quad (2.2)$$

Da es sich um eine Gleichdruckturbine handelt, findet in den Laufschaufeln keine Umsetzung von Druckenergie statt. Die dort entstehenden Reibungsverluste berücksichtigt der Laufschaufelwirkungsgrad η''

$$\frac{w_2^2}{2} = \eta'' \frac{w_1^2}{2}; \quad w_2 = \sqrt{\eta''} w_1 = \sqrt{\eta''} (c_1 - u). \quad (2.3)$$

Drehmoment. Nach Gl. (1.46) ist mit $r = r_1 = r_2$ und $c_1 = c_{1u}$

$$M = \dot{m} r (c_1 - c_{2u}). \quad (2.4)$$

Nach Bild 2.3 ist $c_{2u} = u + w_2 \cos \beta_2$, also

$$M = \dot{m} r (c_1 - u - w_2 \cos \beta_2).$$

und durch Einsetzen der bisherigen Ergebnisse

$$M = \dot{m} r (\sqrt{\eta' \eta_F} c_\Delta - u) (1 - \sqrt{\eta''} \cos \beta_2) \quad (2.5)$$

oder dimensionslos mit der Laufzahl $\nu = u/c_\Delta$ nach Gl. (1.63)

$$\frac{M}{c_\Delta \dot{m} r} = (\sqrt{\eta' \eta_F} - \nu) (1 - \sqrt{\eta'} \cos \beta_2). \quad (2.6)$$

Das Moment ist linear von der Laufzahl abhängig (Bild 2.10). Sein größter Wert bei $\nu = 0$ entspricht dem Stillstand der Maschine. Das Moment verschwindet, wenn $\nu = \sqrt{\eta' \eta_F} \approx 0,97$. In diesem als Durchgang bezeichneten Zustand ist $u = c_1$ und $w_1 = 0$, es fließt also kein Wasser mehr durch die Laufschaufeln.

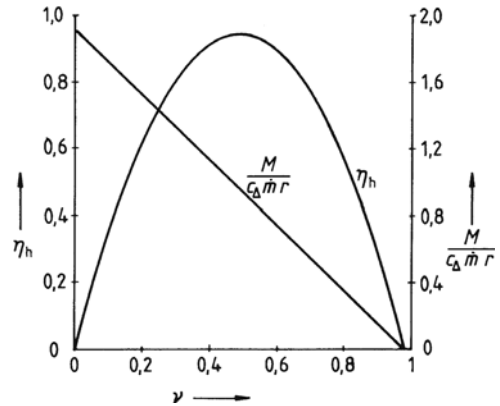


Bild 2.10

Verlauf von Drehmoment und hydraulischem Wirkungsgrad über der Laufzahl

Hydraulischer Wirkungsgrad. Nach der Hauptgleichung (1.49) ist

$$Y_{\text{sch}} = u(c_1 - c_{2u}).$$

Die Klammer stimmt mit der von Gl. (2.4) überein, deshalb kann sie von Gl. (2.5) übernommen werden

$$Y_{\text{sch}} = (\sqrt{\eta' \eta_F} u c_\Delta - u^2) (1 - \sqrt{\eta'} \cos \beta_2)$$

und daraus

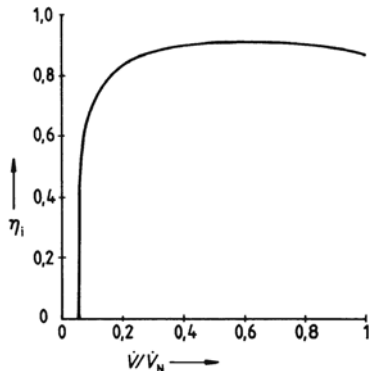
$$\eta_h = \frac{Y_{\text{sch}}}{Y} = \frac{2 Y_{\text{sch}}}{c_\Delta^2} = 2 (\sqrt{\eta' \eta_F} \nu - \nu^2) (1 - \sqrt{\eta'} \cos \beta_2). \quad (2.7)$$

Der hydraulische Wirkungsgrad berücksichtigt alle Verluste der Beschaukelung, die Reibungsverluste in Düse und Laufschaufeln und den Auslassverlust $c_2^2/2$. Er hängt parabelförmig von der Laufzahl ab (Bild 2.10) mit Nullstellen im Stillstand und im Durchgangspunkt und einem Maximum bei $\nu = \sqrt{\eta' \eta_F}/2 \approx 0,48$.

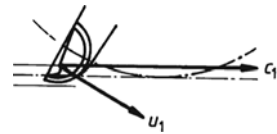
Die in Bild 2.10 dargestellte Charakteristik gilt in ähnlicher Form auch für andere Strömungsmaschinen bei Betrieb mit konstanter spezifischer Stutzenarbeit, wobei die Zahlenwerte allerdings andere sein können.

Innerer Wirkungsgrad. Neben den in η_h berücksichtigten gibt es weitere innere Verluste, vor allem Ventilationsverluste (Abschn. 2.3.1) und Zusatzverluste, die dadurch entstehen, dass am Strahlrand die Geschwindigkeiten c_1 und u nicht, wie bisher vorausgesetzt, parallel sind (Bild 2.12).

Da die Verluste vor allem von der Laufzahl abhängen, könnte der Wirkungsgrad bei Betrieb mit konstanter Drehzahl und Fallhöhe aber variablem Volumenstrom ungeändert bleiben. Ganz ist das aber nicht der Fall, weil durch die Verschiebung der Düsenadel Drosselverluste auftreten, und die Zusatzverluste mit wachsendem Strahldurchmesser zunehmen. Dennoch hat die Pelton-Turbine ein besonders gutes Teillastverhalten (Bild 2.11).

**Bild 2.11**

Innerer Wirkungsgrad in Abhängigkeit vom Volumenstrom

**Bild 2.12** Geschwindigkeiten am Strahlrand

Beispiel 2.1 Für eine Pelton-Turbine ist gegeben $\eta' = 0,98$; $\eta'' = 0,97$; $\eta_F = 0,997$; $\beta_2 = 175^\circ$. Man berechne die optimale Laufzahl v_{opt} sowie für diese und für $v = 0,25$ und $0,75$ den hydraulischen Wirkungsgrad η_h und vergleiche die hydraulischen Verluste mit dem Auslassverlust $c_2^2/(2gH)$.

Lösung. Durch Differenzieren und Nullsetzen der Ableitung folgt aus Gl. (2.7)

$$v_{\text{opt}} = \frac{\sqrt{\eta' \eta_F}}{2} = \frac{\sqrt{0,98 \cdot 0,997}}{2} = 0,494.$$

Einsetzen der Zahlenwerte in Gl. (2.7) liefert

$$\begin{aligned} \eta_h &= 2(\sqrt{\eta' \eta_F} v - v^2)(1 - \sqrt{\eta''} \cos \beta_2) \\ &= 2(\sqrt{0,98 \cdot 0,997} v - v^2)(1 - \sqrt{0,97} \cos 175^\circ) = 3,962(0,9885 v - v^2). \end{aligned}$$

Die hydraulischen Verluste sind $\zeta_h = 1 - \eta_h$.

Für die Geschwindigkeitspläne folgt aus den Gln. (2.1) bis (2.3)

$$\frac{u}{c_\Delta} = v; \quad \frac{c_1}{c_\Delta} = \sqrt{\eta' \eta_F}; \quad \frac{w_1}{c_\Delta} = \frac{c_1}{c_\Delta} - \frac{u}{c_\Delta}; \quad \frac{w_2}{c_\Delta} = \sqrt{\eta''} \frac{w_1}{c_\Delta}.$$

Mit dem stumpfen Winkel β_2 wird der Auslassverlust nach dem Cosinussatz

$$\frac{c_2^2}{2gH} = \frac{c_2^2}{c_\Delta^2} = \left(\frac{u}{c_\Delta}\right)^2 + \left(\frac{w_2}{c_\Delta}\right)^2 + 2 \frac{u}{c_\Delta} \frac{w_2}{c_\Delta} \cos \beta_2.$$

Zahlenrechnung

Tabelle 2.1 Berechnung des hydraulischen Wirkungsgrades und der Verluste (zu Beispiel 2.1)

ν	0,25	0,494	0,75
η_h	0,7315	0,9678	0,7086
ζ_h	0,2685	0,0322	0,2914
c_1/c_Δ	0,988	0,988	0,988
w_1/c_Δ	0,738	0,494	0,238
w_2/c_Δ	0,727	0,487	0,234
$c_2^2/(2gH)$	0,228	0,002	0,267

Durch Vergleich der dritten mit der letzten Zeile wird deutlich, dass bei kleiner und auch bei großer Laufzahl die Verluste vor allem wegen der größeren Auslassverluste ansteigen, während die übrigen hydraulischen Verluste in jedem Fall klein sind.

2.3.3 Festlegen der Hauptabmessungen

Drehzahl. Die Berechnung geht vom Volumenstrom $\dot{V}$ und dem Gefälle H aus, die beide von der Natur vorgegeben sind. Nachdem entschieden ist, ob die Maschine waagrecht oder senkrecht aufgestellt werden soll, und die Düsenanzahl festgelegt ist, wird die Drehzahl gewählt. Wegen des in diesem Bereich kleinen Maßstabs in Bild 2.2 sind in Tabelle 2.2 auf eine Einzeldüse bezogene Schnellläufigkeiten $\sigma_{\text{Düse}}$ angegeben. Mit dem Volumenstrom pro Düse $\dot{V}/z'$, wobei z' die Anzahl der Düsen ist, folgt aus Gl. (1.67)

$$n = \frac{\sigma_{\text{Düse}} (2gH)^{3/4}}{2\sqrt{\pi \dot{V}_{\text{Düse}}}}. \quad (2.8)$$

Der gefundene Wert wird auf die nächstgelegene Synchrondrehzahl gerundet, also $n = f/p$ mit der Netzfrequenz f und der Generatorpolpaarzahl p .

Tabelle 2.2 Schnellläufigkeit eindüsiger Pelton-Turbinen

H	m	1800 ÷ 1000	1000 ÷ 650	650 ÷ 400	400 ÷ 100
$\sigma_{\text{Düse}}$	1	0,02 ÷ 0,03	0,03 ÷ 0,04	0,04 ÷ 0,05	0,05 ÷ 0,06

Strahlkreisdurchmesser. Durch die Wahl einer Laufzahl im Bereich des Wirkungsgradoptimums, also $\nu = 0,45 \div 0,48$ lässt sich die Umfangsgeschwindigkeit und damit der Strahlkreisdurchmesser mit Gl. (1.63) festlegen

$$u = \nu \sqrt{2gH}; \quad D = \frac{u}{\pi n}. \quad (2.9)$$

Geschwindigkeiten. Mit $\eta' = 0,92 \div 0,98$ und $\eta'' = 0,92 \div 0,98$ kann man nun den Geschwindigkeitsplan berechnen. Zuvor muss jedoch der Freihang festgelegt werden. Er richtet sich nach den Schwankungen des Unterwasserspiegels und muss so groß sein, dass beim höchsten Unterwasserstand ein Eintauchen des Laufrades noch mit Sicherheit vermieden wird.

Mit den Gln. (2.1) bis (2.3) werden die Geschwindigkeiten c_1 , w_1 und w_2 berechnet. Damit und mit $\beta_2 = (172 \div 176)^\circ$ liegt der Geschwindigkeitsplan fest, sodass nun auch die spezifische Schaufelarbeit und der hydraulische Wirkungsgrad berechnet werden können.

Düsen und Laufschaufeln. Die noch fehlenden Abmessungen können mittels experimentell gewonnener Erfahrungswerte festgelegt werden. Die Anhaltswerte in Tabelle 2.3 sind auf den Strahldurchmesser d bezogen. Aus dem Kontinuitätssatz folgt

$$d = \sqrt{\frac{4 \dot{V}_{\text{Düse}}}{\pi c_1}}. \quad (2.10)$$

Für den etwas größeren Düsenaustrittsdurchmesser d_D gilt die Faustformel

$$d_D = (1,25 \div 1,3) d.$$

Als Anhaltswert für die Anzahl der Laufschaufeln gilt

$$z'' \approx \frac{\pi D}{2d}.$$

Tabelle 2.3 Richtwerte für die Abmessungen von Pelton-Rädern (Bezeichnungen nach Bild 2.13)

b/d	$2,5 \div 3,2$	$\beta_s = (7 \div 15)^\circ$
l/d	$2,1 \div 2,7$	$\beta'_2 = (4 \div 7)^\circ$
t/d	$0,85 \div 0,96$	
e/d	$0,9 \div 1,2$	
a/d	$1,2 \div 1,3$	

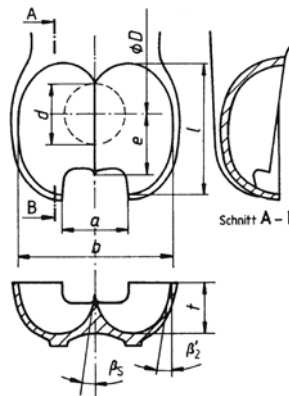


Bild 2.13
Maßskizze einer Pelton-Schaufel

Beispiel 2.2. Eine liegende Doppel-Pelton-Turbine mit zwei Laufrädern und je einer Düse soll einen Synchrongenerator für eine Frequenz von $f = 50$ Hz antreiben. Für die Turbine ist gegeben:

Volumenstrom $\dot{V} = 6,18 \text{ m}^3/\text{s}$; Fallhöhe $H = 1129 \text{ m}$; Freihang $H_F = 2,8 \text{ m}$.

Als Rechenhilfswerte sind anzunehmen:

$$\sigma_{\text{Düse}} = 0,028 \div 0,029; \quad \nu = 0,475; \quad \beta_2 = 174^\circ; \quad \eta_K = 0,91; \quad \eta' = 0,98; \quad \eta'' = 0,97.$$

Gesucht sind die Hauptabmessungen und die Kupplungsleistung.

Lösung. Drehzahl. Mit $z' = 2$ ist $\dot{V}_{\text{Düse}} = \dot{V}/2 = 3,09 \text{ m}^3/\text{s}$.

Nach Gl. (2.8)

$$n = \frac{\sigma_{\text{Düse}} (2gH)^{3/4}}{2\sqrt{\pi \dot{V}_{\text{Düse}}}} = \frac{(0,028 \div 0,029) \cdot (2 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 1129 \text{ m})^{0,75}}{2\sqrt{\pi \cdot 3,09 \text{ m}^3/\text{s}}} = (8,16 \div 8,45) \text{ 1/s}.$$

Zwischen diesen Grenzen soll die Drehzahl liegen. Gewählt wird die Synchrondrehzahl bei $p = 6$ Polpaaren

$$n = \frac{50 \text{ Hz}}{6} = 8,33 \text{ 1/s}.$$

Strahlkreisdurchmesser. Mit $c_A = \sqrt{2gH} = \sqrt{2 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 1129 \text{ m}} = 148,8 \text{ m/s}$ folgt aus Gl. (2.9)

$$u = v c_A = 0,475 \cdot 148,8 \text{ m/s} = 70,7 \text{ m/s}; \quad D = \frac{u}{\pi n} = \frac{70,7 \text{ m/s}}{\pi \cdot 8,33 \text{ 1/s}} = 2,70 \text{ m}.$$

Geschwindigkeiten. Mit $\eta_F = 1 - H_F/H = 1 - (2,8 \text{ m})/(1129 \text{ m}) = 0,9975$ folgt aus den Gln. (2.1) bis (2.3)

$$\begin{aligned} c_1 &= \sqrt{\eta' \eta_F} c_A = \sqrt{0,98 \cdot 0,9975} 148,8 \text{ m/s} = 147,2 \text{ m/s} \\ w_1 &= c_1 - u = (147,2 - 70,7) \text{ m/s} = 76,5 \text{ m/s} \\ w_2 &= \sqrt{\eta'} w_1 = \sqrt{0,97} \cdot 76,5 \text{ m/s} = 75,3 \text{ m/s} \\ w_{2u} &= w_2 \cos \beta_2 = 75,3 \text{ m/s} \cdot \cos 174^\circ = -74,9 \text{ m/s} \\ c_{2u} &= u + w_{2u} = (70,7 - 74,9) \text{ m/s} = -4,2 \text{ m/s} \\ c_{2m} &= w_{2m} = w_2 \sin \beta_2 = 75,3 \text{ m/s} \cdot \sin 174^\circ = 7,9 \text{ m/s}. \end{aligned}$$

Hydraulischer Wirkungsgrad. Nach der Hauptgleichung ist

$$\begin{aligned} Y_{\text{sch}} &= u(c_1 - c_{2u}) = 70,7 \text{ m/s} (147,2 + 4,2) \text{ m/s} = 10704 \text{ m}^2/\text{s}^2 \text{ und damit} \\ \eta_h &= \frac{Y_{\text{sch}}}{gH} = \frac{10704 \text{ m}^2/\text{s}^2}{9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 1129 \text{ m}} = 0,966. \end{aligned}$$

Leistung. Da der hydraulische Wirkungsgrad nur einen Teil der Verluste berücksichtigt, wird geschätzt $\eta_K = 0,91$. Damit wird

$$\begin{aligned} P_K &= g \varrho \dot{V} H \eta_K = 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3 \cdot 6,81 \text{ m}^3/\text{s} \cdot 1129 \text{ m} \cdot 0,91 = 62,3 \cdot 10^6 \text{ W} \\ &= 62,3 \text{ MW}. \end{aligned}$$

2.4 Francis-Turbinen

2.4.1 Allgemeine Übersicht

Francis-Turbinen werden von kleinen Leistungen bis zu etwa 800 MW eingesetzt. Bei kleinen Leistungen und Fallhöhen baut man sie als Schachtturbinen sonst als Spiralturbinen. In beiden Fällen ist die senkrechte und waagerechte Wellenlage möglich.

Schachtturbinen. Maschinen dieser einfachen altertümlichen Form (Bilder 2.1 a und 2.14) haben in letzter Zeit wieder an Bedeutung gewonnen, da man auf der Suche nach „erneuerbarer“ Energie auch ältere Kleinwasserkraftwerke wieder zu neuem Leben erweckt.

Das Wasser strömt im offenen Schacht den Leitschaufeln zu. Da diese zwischen parallelen Begrenzungswänden eingebaut sind, können sie als Stellglied der Regelung um ihre senkrechten Bolzen geschwenkt werden. Hier verliert das Wasser einen Teil seiner potentiellen Energie und gewinnt kinetische Energie. Im Laufrad geht die anfangs noch radiale Meridianströmung in die axiale Richtung über. Die Laufschaufeln bilden eine Überdruckbeschaufelung, sodass der Druck weiter absinkt und die Relativgeschwindigkeit wächst. Die Absolutgeschwindigkeit nimmt ab, Energie wird an das Laufrad übertragen.

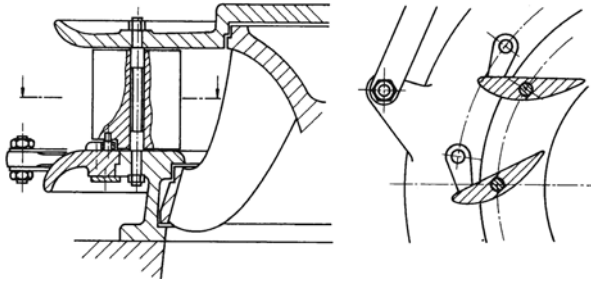


Bild 2.14
Francis-
Schachtturbine
(schematisch)

Der Gefälleanteil unterhalb des Laufrades ist nicht verloren. Im Saugrohrreintritt entsteht ein der Höhenlage über dem Unterwasser entsprechender Unterdruck, und da der Saugrohrquerschnitt in der Strömungsrichtung zunimmt, wird der Unterdruck verstärkt und ein Teil der am Laufradaustritt noch vorhandenen kinetischen Energie ausgenutzt. Das Hebelgetriebe für die Leitschaufelverstellung (Bild 2.14) liegt im wassererfüllten Raum. Man nennt das eine Innensteuerung.

Spiralturbinen. Bei größeren Ausführungen und Fallhöhen kann man das Wasser nicht mehr im offenen Schacht zuführen. Die Turbine erhält ein Spiralgehäuse, das aus Stahlblech geschweißt, für kleine Abmessungen auch gegossen wird (Bilder 2.15 u. 2.16).

Aus Festigkeitsgründen werden die Spiralgehäuse an ihrem inneren Umfang durch Stützschaufeln versteift, die ähnlich geformt wie die Leitschaufeln aber nicht verstellbar sind.

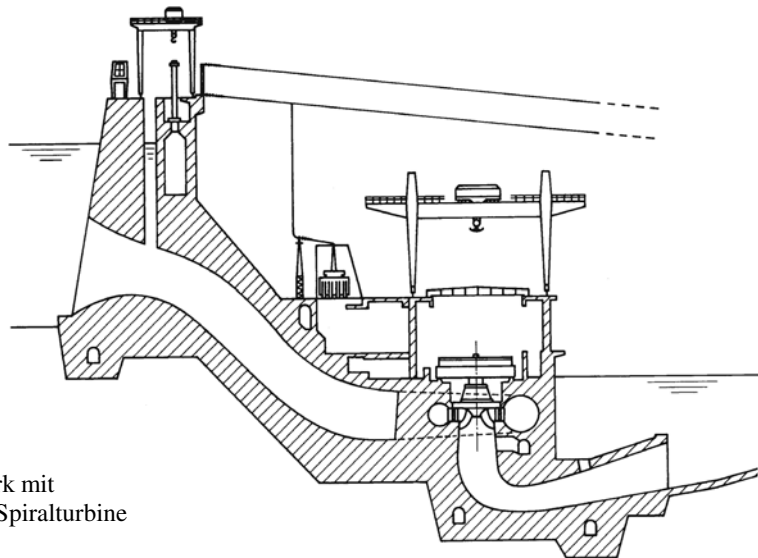


Bild 2.15 Kraftwerk mit
Francis-Spiralturbine
(Voith)

Die Laufräder bestehen gewöhnlich aus 13%-Chromstahlguss. Bei sehr großen Abmessungen werden sie aus einzelnen Ringen und Schaufeln geschweißt. Meist sind die Laufräder fliegend gelagert. Seltener wird die Welle durch den Krümmer des Saugrohres hindurchgeführt und beiderseits gelagert.

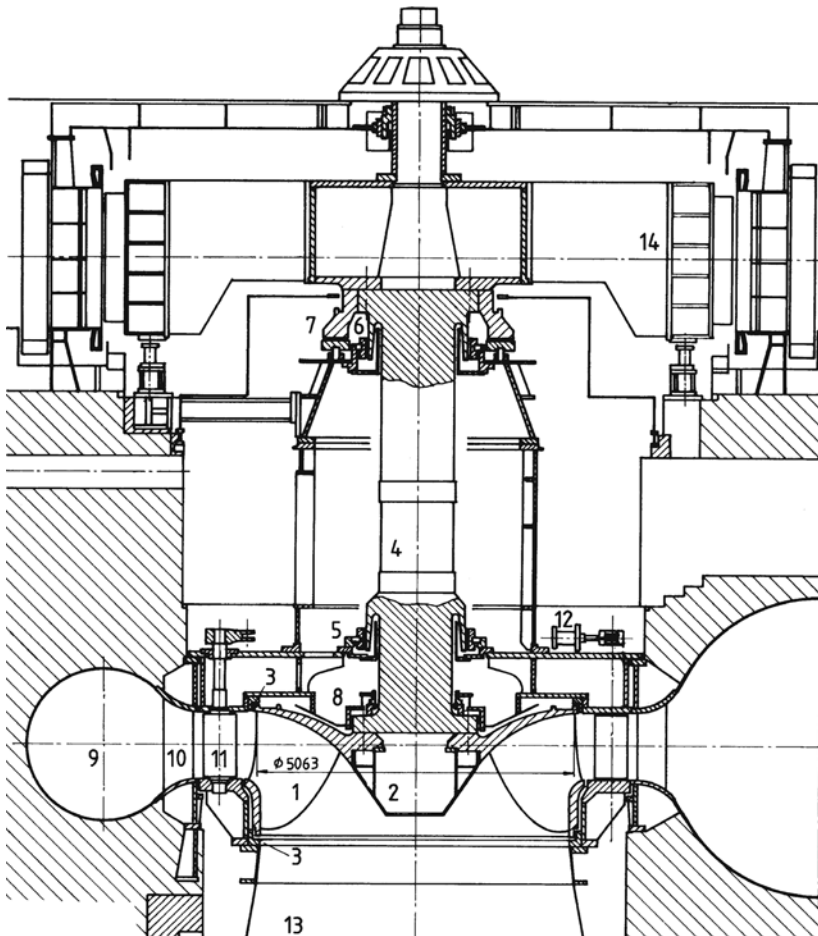


Bild 2.16

Francis-Spiralturbine Laufraddurchmesser 5,063 m $P = 198,5$ MW $H = 110$ m
 $\dot{V} = 200,2/193,4$ m³/s $n = 1,923/2,308$ 1/s für Betrieb bei 50/60 Hz (Escher Wyss)

- | | | |
|-------------------------|------------------------|------------------------|
| 1 Laufrad | 6 oberes Führungslager | 11 Leitschaufel |
| 2 Laufradhaube | 7 Segmentspurlager | 12 Leitradstellantrieb |
| 3 Labyrinthdichtungen | 8 Gleitringdichtung | 13 Saugrohr |
| 4 Welle | 9 Spiralgehäuse | 14 Generator |
| 5 unteres Führungslager | 10 Stützschaufelring | |

Da sich bei einer Reaktionsturbine der Druck im Laufrad ändert, muss dieses mittels Labyrinth gegen das Gehäuse abgedichtet werden. Die Dichtung der Wellendurchführung geschieht gewöhnlich durch Kohleringe. Die Bauteile für die Leitschaufelverstellung liegen außerhalb des Gehäuses. Bei dieser Außensteuerung werden die aus Stahlguss bestehenden Leitschaufeln durch Hebel über einen Stellring gemeinsam verstellt, oder bei großen Abmessungen hat jede einzelne Leitschaufel ihren eigenen Stellantrieb.

2.4.2 Zusammenhang zwischen Laufradform und Schnellläufigkeit

Francis-Turbinen werden in dem weiten Bereich der Schnellläufigkeit von etwa $\sigma = 0,12$ bis $0,7$ eingesetzt. Entsprechend vielgestaltig sind die Laufradformen. In Bild 2.17 sind Laufräder unterschiedlicher Schnellläufigkeit zusammengestellt, die zum besseren Vergleich für einheitliche Fallhöhen und Volumenströme berechnet wurden.

Meridianform und Eintrittsdreieck. Aus der Hauptgleichung folgt bei drallfreiem Austritt, also bei $c_{2u} = 0$

$$Y_{sch} = u_1 c_{1u}.$$

Mit $u_1 = \pi n D_1$ und $Y_{sch} = \eta_h g H$ folgt weiter

$$n = \frac{\eta_h g H}{\pi D_1 c_{1u}} \quad \text{und mit Gl. (1.67)} \quad \sigma = \frac{\sqrt[4]{2gH} \eta_h \sqrt{\dot{V}}}{\sqrt{\pi} D_1 c_{1u}}.$$

Da der Wirkungsgrad nur schwach von der Schnellläufigkeit abhängt, und Fallhöhe und Volumenstrom als ungeändert vorausgesetzt wurden, sind die einzigen Größen, mit denen die Schnellläufigkeit beeinflusst werden kann, der Durchmesser D_1 und die Umfangskomponente der Eintrittsgeschwindigkeit c_{1u} . Die Meridianschnitte und die zugehörigen Geschwindigkeitspläne (Bild 2.17) zeigen, wie beide Größen abnehmen, um größere Schnellläufigkeiten zu erreichen.

Schaufelkrümmung. Die Laufschaufeln sind bei kleiner Schnellläufigkeit gegen die Drehrichtung durchgebogen, bei mittlerer fast gerade und bei großer entgegengesetzt gekrümmt, wie die Schaufelschnitte (Bild 2.17) erkennen lassen.

Reaktionsgrad. Die absolute Eintrittsgeschwindigkeit nimmt mit der Schnellläufigkeit ab, sodass ein immer kleinerer Anteil des Gesamtgefälles in den Leitschaufeln in kinetische Energie umgesetzt und der kinematische Reaktionsgrad nach Gl. (1.54) größer wird. Damit wächst auch die Relativgeschwindigkeit in den Laufschaufelkanälen. Mit ihr würden die Verluste durch Reibung an den Schaufeln anwachsen, wenn diese nicht immer kürzer, die reibenden Flächen also kleiner würden.

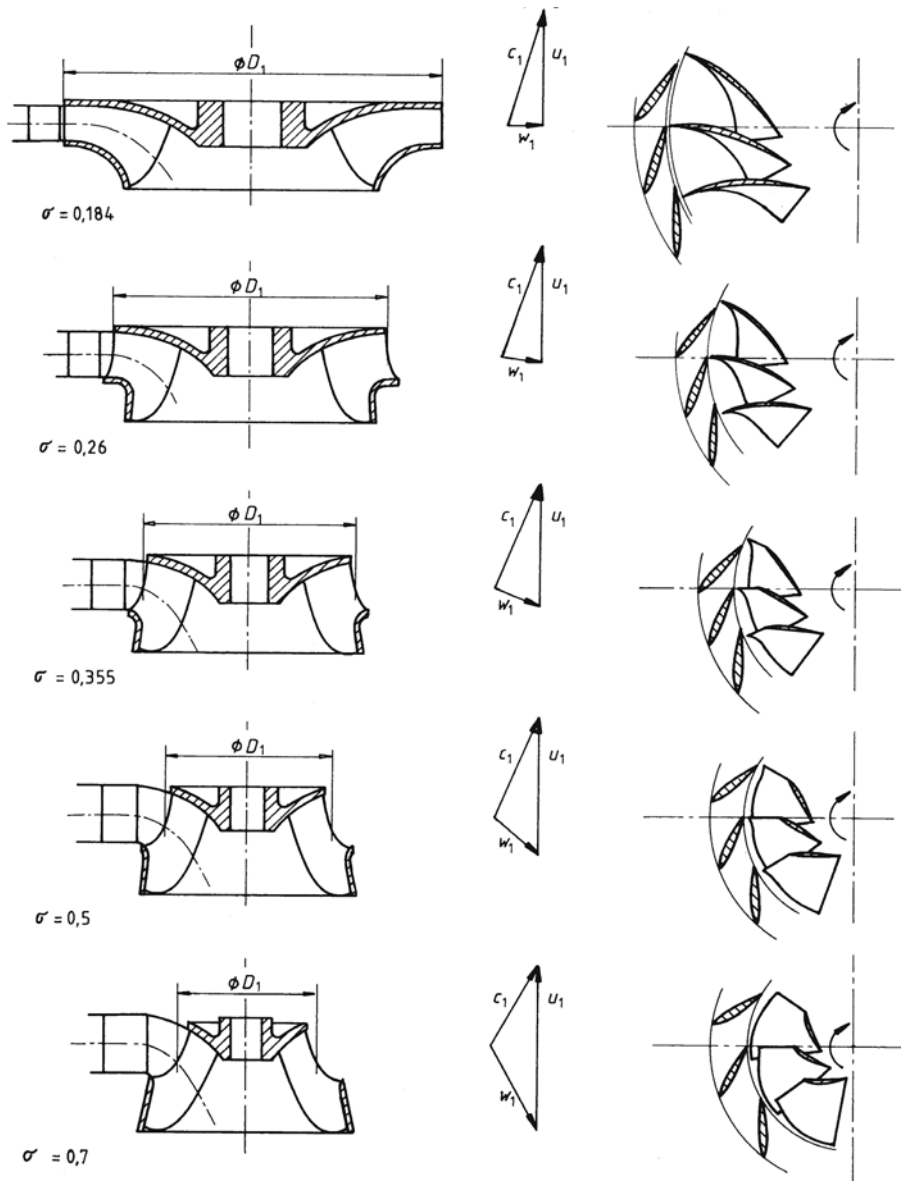


Bild 2.17 Übersicht über Francis-Räder

Kavitation. Wegen der kleineren Schauffelflächen wächst deren Belastung durch Druckkräfte mit der Schnellläufigkeit, und die Turbine wird immer kavitationsanfälliger. Die Tendenz wird dadurch verstärkt, dass auch die absolute Austrittsgeschwindigkeit ansteigt, und die im Saugrohr umzusetzende kinetische Energie somit größer wird. Die Saugrohre der Schnellläufer sind deshalb länger und ihre Querschnitte nehmen stärker zu. Die Maschinen können deshalb nicht mit so großen Saughöhen betrieben werden wie Langsamläufer, da sonst unzulässig niedere Drücke am Laufradaustritt auftreten würden und Kavitation die Folge wäre.

Da mit steigender Drehzahl die Abmessungen von Turbine und Generator und damit die Kosten abnehmen, wählt man für einen bestimmten Anwendungsfall die höchstmögliche Drehzahl und geht bis an die Kavitationsgrenze heran.

2.4.3 Laufradberechnung

Die Laufräder der Wasserturbinen werden in der Praxis auf Grund von Erfahrungen entworfen. Für die verschiedenen Schnellläufigkeiten haben die Turbinenfabriken einen Satz bewährter und in Modellversuchen ständig verbesserter Laufradtypen.

Hauptabmessungen. Erfahrungswerte zur Berechnung zeigt Bild 2.18, dessen Kurven mit einem natürlichen Streubereich zu verstehen sind.

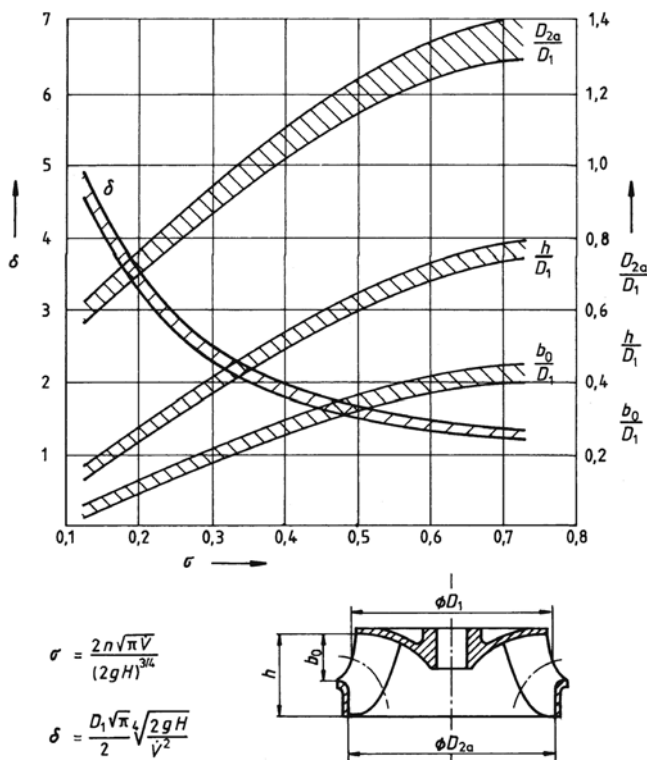


Bild 2.18
Entwurfsdiagramm für
Francis-Räder

Volumenstrom und Fallhöhe sind normalerweise vorgegeben. Aus Bild 2.2 wird eine der Fallhöhe zugehörige Schnellläufigkeit abgelesen und mit Gl. (1.67) die Drehzahl berechnet, die gegebenenfalls auf eine Synchrondrehzahl gerundet wird, sodass die Schnellläufigkeit korrigiert werden muss. Mit der Durchmesserzahl aus Bild 2.18 kann nun der Laufradeintrittsdurchmesser D_1 nach Gl. (1.68) berechnet werden, und mit den übrigen Werten aus Bild 2.18 lässt sich das Laufrad im Meridianschnitt zeichnen, sodass sich die noch fehlenden Maße ergeben.

Geschwindigkeitsdreiecke. Nach Kenntnis der Hauptabmessungen und der Drehzahl werden das Ein- und Austrittsdreieck gezeichnet oder rechnerisch ausgewertet. Als Ergebnis bekommt man die beiden Winkel β_1 und β_2 , die für mehrere Stromlinien insbesondere für die innere und äußere Laufradbegrenzung ermittelt werden.

Schaufelform. Über den Schaufelverlauf zwischen Ein- und Austritt macht die eindimensionale Stromfadentheorie keine Aussage. Man könnte ihn danach also beliebig annehmen, solange nur die Winkel β_1 und β_2 eingehalten werden. Für die wirkliche Laufradströmung unter Berücksichtigung der Fluidzähigkeit ist jedoch der Schaufelverlauf keineswegs gleichgültig. Man wählt ihn im Interesse eines hohen Wirkungsgrades so, dass sich stetige Änderungen der Schaufelkrümmung ergeben, und macht die Schaufel in der Strömungsrichtung nicht länger als nötig.

Fertigung. In der Zeichnung einer räumlich gekrümmten Schaufel werden die Winkel durch die Projektion verzerrt. Man bildet deshalb die Schaufeln, vor allem im Bereich der Ein- und Austrittskanten auf Kegelflächen ab, die sich verzerrungsfrei abwickeln lassen, oder man bedient sich der konformen Abbildung (Abschn. 5.3.6).

Für die Fertigung wird durch die Schaufelzeichnung eine Schar äquidistanter ebener Schnitte senkrecht zur Laufradmittellinie gelegt. Diese Schreinerschnitte werden auf Holzbretter von der Dicke der Schnittabstände übertragen, die ausgeschnitten, verleimt und geglättet einen Schaufelklotz ergeben, der die Schaufel räumlich abbildet und die Grundlage für die Herstellung eines Presswerkzeuges für Blechschaufeln bzw. des Kernkastens für ein gegossenes Laufrad bildet.

Beispiel 2.3. Ein Laufrad ist für die Kupplungsleistung $P_K = 50 \text{ MW}$ bei der Fallhöhe $H = 130 \text{ m}$ zu entwerfen. Der hydraulische Wirkungsgrad und der Kupplungswirkungsgrad sind $\eta_h = 0,95$ bzw. $\eta_K = 0,93$, die Verengungsfaktoren $\tau_1 = 0,9$ und $\tau_2 = 0,85$.

Lösung.

$$\dot{V} = \frac{P_K}{g \rho H \eta_K} = \frac{50 \cdot 10^6 \text{ W}}{9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3 \cdot 130 \text{ m} \cdot 0,93} = 42,16 \text{ m}^3/\text{s}.$$

Mit $\sigma = 0,32$ aus Bild 2.2

$$n = \frac{\sigma(2gH)^{3/4}}{2\sqrt{\pi}\dot{V}} = \frac{0,32(2 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 130 \text{ m})^{0,75}}{2\sqrt{\pi} \cdot 42,16 \text{ m}^3/\text{s}} = 4,99 \text{ 1/s}.$$

Als nächstgelegene Synchrondrehzahl wird zur Ausführung gewählt $n = 5 \text{ 1/s}$, womit sich die endgültige Schnellläufigkeit zu $\sigma = 0,321$ ergibt.

Nach Bild 2.18 $\delta = 2,25$; $D_{2a}/D_1 = 0,92$; $h/D_1 = 0,41$; $b_0/D_1 = 0,21$

$$D_1 = \frac{2\delta}{\sqrt{\pi}} \sqrt[4]{\frac{\dot{V}^2}{2gH}} = \frac{2 \cdot 2,25}{\sqrt{\pi}} \sqrt[4]{\frac{42,16^2 \text{ m}^6/\text{s}^2}{2 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 130 \text{ m}}} = 2,32 \text{ m}$$

$$D_{2a} = 0,92 \cdot D_1 = 2,13 \text{ m}; \quad h = 0,41 \cdot D_1 = 0,95 \text{ m}; \quad b_0 = 0,21 \cdot D_1 = 0,49 \text{ m}.$$

Aus der Zeichnung Bild 2.19

$$D_{2m} = 1,52 \text{ m}; \quad b_1 = 0,496 \text{ m}; \quad b_2 = 0,97 \text{ m}.$$

Geschwindigkeitsdreiecke. Die weitere Berechnung ist hier nur für den mittleren Stromfaden angegeben. Sie wird für den Auslegungspunkt, also drallfreie Abströmung $c_{1u} = 0$ durchgeführt.

$$u_1 = \pi n D_1 = \pi \cdot 5 \text{ 1/s} \cdot 2,32 \text{ m} = 36,4 \text{ m/s}; \quad u_2 = 23,9 \text{ m/s}$$

$$c_{1m} = \frac{\dot{V}}{\pi D_1 b_1 \tau_1} = \frac{42,16 \text{ m}^3/\text{s}}{\pi \cdot 2,32 \text{ m} \cdot 0,496 \text{ m} \cdot 0,9} = 13,0 \text{ m/s}$$

$$c_{2m} = \frac{\dot{V}}{\pi D_2 b_2 \tau_2} = \frac{42,16 \text{ m}^3/\text{s}}{\pi \cdot 1,52 \text{ m} \cdot 0,97 \text{ m} \cdot 0,85} = 10,7 \text{ m/s}$$

$$c_{1u} = \frac{gH\eta_h}{u_1} = \frac{9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 130 \text{ m} \cdot 0,95}{36,4 \text{ m/s}} = 33,3 \text{ m/s}; \quad c_{2u} = 0$$

$$\beta_1 = \arctan\left(\frac{c_{1m}}{u_1 - c_{1u}}\right) = \arctan\left(\frac{13,0 \text{ m/s}}{(36,4 - 33,3) \text{ m/s}}\right) = 76,6^\circ$$

$$\beta_2 = \arctan\left(\frac{c_{2m}}{u_2 - c_{2u}}\right) = \arctan\left(\frac{10,7 \text{ m/s}}{(23,9 - 0) \text{ m/s}}\right) = 24,1^\circ$$

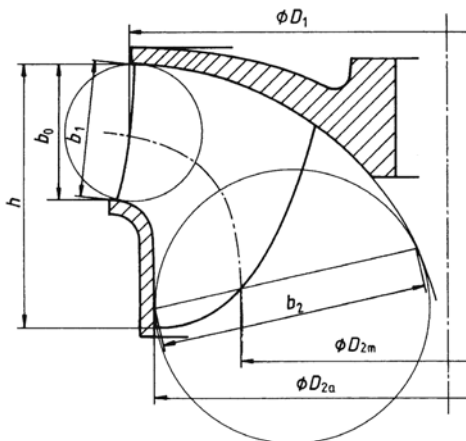


Bild 2.19

Maßskizze eines Francis-Rades

2.4.4 Betriebsverhalten

Teillastverhalten. Für die Anpassung der Turbine an die jeweilige Belastung wird der Volumenstrom geändert, während die Drehzahl konstant bleibt. Ideal wäre eine reine Mengenänderung mit nach Betrag und Richtung unveränderten Geschwindigkeiten. Dann wäre die Richtung der relativen Einstömgeschwindigkeit stets in Übereinstimmung mit dem Eintrittswinkel der Laufschaufel. Mit den drehbaren Leitschaufeln ist das aber nicht erreichbar. In Bild 2.20 sind die Leitschaufeln in Normalstellung (gestrichelt) und in teilweise geschlossener Stellung (ausgezogen) dargestellt. Die Geschwindigkeiten mit dem Index 0 gelten unmittelbar vor dem Laufradeintritt. Bei Teillast ändert sich die Richtung der absoluten wie auch der relativen Geschwindigkeiten gegenüber dem Normalfall. Im Inneren der Laufschaufelung ist aber die Richtung von w_1 durch die Schaufeln vorgegeben. Der Geschwindigkeitsplan mit dem Index 1, der für den Zustand unmittelbar nach dem Eintritt gilt, schließt sich deshalb nur bei Einführung einer Stoßgeschwindigkeit $\vec{w}_{st} = \vec{w}_1 - \vec{w}_0$. Die Hydrodynamik lehrt, dass dann ein Stoßverlust eintritt, der zu w_{st}^2 proportional ist.

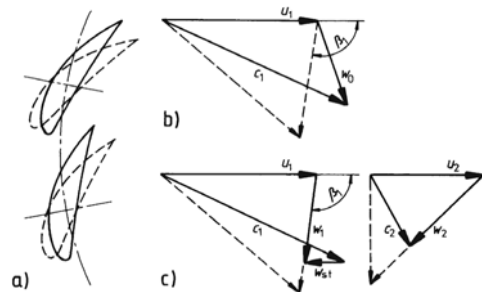
Am Teillastaustrittsdreieck ist zu sehen, dass die absolute Austrittsgeschwindigkeit c_2 eine merkliche Komponente in der Umfangsrichtung hat. Die Geschwindigkeit ist also größer als für den Abtransport des Fluids erforderlich. Dadurch wird der Austrittsverlust ebenso erhöht wie der Reibungsverlust im Saugrohr, die beide proportional zu c_2^2 sind.

Bild 2.20

Geschwindigkeitsverhältnisse
bei Teillast

----- Auslegungszustand
—— Teillast

- a) Leitschaufelschnitt
b und c) Eintrittsdreiecke unmittelbar vor [b] und hinter [c] dem Laufradeintritt



Aus den geschilderten Gründen fällt der Wirkungsgrad bei Teillast und ebenso bei Überlast gegenüber dem günstigsten Wert im Auslegungspunkt ab.

Modellversuche. Während die Gründe für den Wirkungsgradabfall leicht zu verstehen sind, gelingt eine analytische Berechnung nicht, denn dazu sind die oben beschriebenen Ansätze zu grob. Statt dessen muss man, um die Eigenschaften einer Turbine unter allen möglichen Betriebsbedingungen kennen zu lernen, eine Modellmaschine experimentell untersuchen. Die Ergebnisse werden dimensionslos dargestellt. Wie in Abschn. 1.4 gezeigt, gelten sie für alle dem Modell geometrisch ähnlichen Ausführungen.

Das Muscheldiagramm (Bild 2.21) ist das Ergebnis eines solchen Modellversuchs. Auf der Abszissenachse ist die Laufzahl und auf der Ordinate die Schluckzahl aufgetragen. Eingezeichnet sind Kurven für konstante Werte der Leitradöffnung und des Wirkungsgrades.

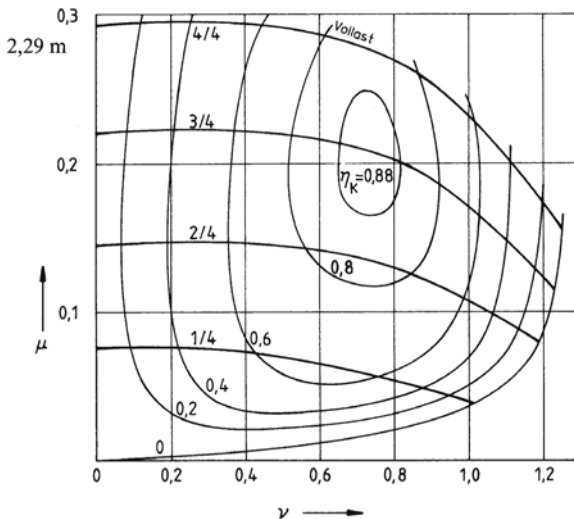
Die Wirkungsgrade von Modell (Index M) und Ausführung (ohne Index) sind nur angenähert gleich. Ihre Differenz kann mittels empirischer Aufwertformeln abgeschätzt werden, z. B. mit

$$\eta - \eta_M = (1 - \eta_M) \beta \left[1 - \left(\sqrt{\frac{H_M}{H}} \frac{D_M}{D} \right)^{0,2} \right] \quad \text{mit } \beta = 0,5 \div 1,0 \quad (2.11)$$

Beispiel 2.4. Für die bereits in Beispiel 2.3 behandelte Wasserkraft, für die gegeben ist $H = 130\text{ m}$; $\dot{V} = 42,16\text{ m}^3/\text{s}$ soll eine Maschine nach dem Muscheldiagramm Bild 2.21 ausgelegt werden. Die Versuche wurden mit einem Modell des Laufraddurchmessers $D_M = 490\text{ mm}$ bei einer Modellfallhöhe $H_M = 80\text{ m}$ durchgeführt. Als Korrekturfaktor für die Aufwertung ist $\beta = 0,7$ anzunehmen.

Lösung. Im optimalen Betriebspunkt ist nach Bild 2.21 $\nu = 0,72$ und $\mu = 0,203$. Mit $Y = gH$; $c_A = \sqrt{2gH} = \sqrt{2 \cdot 9,81\text{ m/s}^2 \cdot 130\text{ m}} = 50,5\text{ m/s}$ folgt aus Gl. (1.65) vorläufig

$$D_1 = \sqrt{\frac{4\dot{V}}{\mu\pi c_A}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 42,16\text{ m}^3/\text{s}}{0,203 \cdot \pi \cdot 50,5\text{ m/s}}} = 2,29\text{ m}$$



und aus Gl. (1.63)

$$n = \frac{\nu c_A}{\pi D_1} = \frac{0,72 \cdot 50,5\text{ m/s}}{\pi \cdot 2,29\text{ m}} = 5,05\text{ 1/s.}$$

Als nächstgelegene Synchrondrehzahl wird endgültig gewählt $n = 5\text{ 1/s}$ und damit der Eintrittsdurchmesser bei ungeänderter Laufzahl

$$D_1 = \frac{\nu c_A}{\pi n} = \frac{0,72 \cdot 50,5\text{ m/s}}{\pi \cdot 5\text{ 1/s}} = 2,315\text{ m.}$$

Bild 2.21 Muscheldiagramm

Für ein Diagramm $\eta = f(\dot{V})$ Bild 2.22 wird bei $\nu = 0,72$ ein Schnitt durch das Bild 2.21 gelegt. Die aus dem Diagramm abgelesenen μ -Werte entsprechen gemäß Gl. (1.65) dem Volumenstrom der Ausführung

$$\dot{V} = \mu \frac{\pi}{4} D_1^2 c_A = \mu \frac{\pi}{4} \cdot 2,315^2\text{ m}^2 \cdot 50,5\text{ m/s} = \mu \cdot 212,6\text{ m}^3/\text{s.}$$

Für die Wirkungsgrade folgt aus Gl. (2.11)

$$\eta = \eta_M + (1 - \eta_M) 0,7 \left[1 - \left(\sqrt{\frac{80 \text{ m}}{130 \text{ m}}} \cdot \frac{0,49 \text{ m}}{2,315 \text{ m}} \right)^{0,2} \right] = \eta_M + (1 - \eta_M) \cdot 0,211$$

So ist z. B. bei

$$\nu = 0,72; \mu = 0,119; \eta_M = 0,8$$

$$\dot{V} = 0,119 \cdot 212,6 \text{ m}^3/\text{s} = 25,3 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\eta = 0,8 + (1 - 0,8) \cdot 0,211 = 0,842.$$

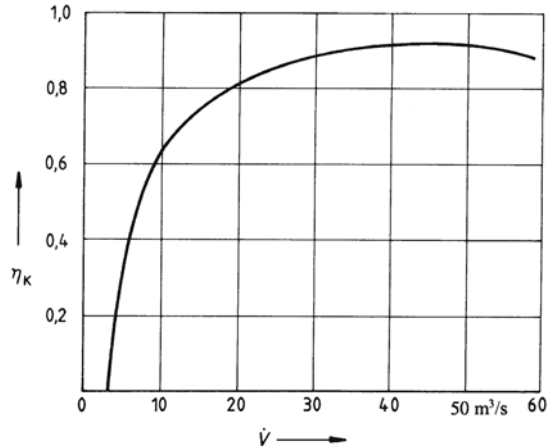


Bild 2.22

Wirkungsgrad einer Francis-Turbine in Abhängigkeit vom Volumenstrom

Hinweis. Die hier durchgeführte Auslegung im Punkt besten Wirkungsgrades ist nicht in jedem Fall die günstigste. Durch die Wahl einer etwas kleineren Laufzahl ν fällt der Wirkungsgrad nur geringfügig ab, die Abmessungen werden aber verringert, sodass die Gesamtkosten der Energieerzeugung verringert werden.

2.5 Kaplan-Turbinen

2.5.1 Bauformen

Von allen Wasserturbinen haben Kaplan-Turbinen die höchste Schnellläufigkeit. Sie dienen deshalb z. B. in Flusskraftwerken zur Ausnutzung von Wasserkraften mit geringem Gefälle bis zu 60 m in Einzelfällen bis zu 80 m. Die größten Maschinen haben Laufraddurchmesser von mehr als 8 m und Leistungen von 100 MW.

Schachtturbinen. Ähnlich wie Francis-Turbinen können auch kleinere Kaplan-Turbinen in einen offenen Schacht eingebaut werden (Bild 2.1 b).

Spiralturbinen. Bis zu mittleren Leistungen werden die Maschinen mit waagerechter Welle und freistehender Spirale ausgeführt. Bei größeren Abmessungen wird die senkrechte Aufstellung bevorzugt, die natürlich auch bei kleineren Leistungen möglich ist, und den Vorteil hat, dass der Grundriss kleiner wird, wodurch das Bauvolumen und die Kosten für das Kraftwerk verringert werden.

Bei kleinen Fallhöhen bis zu 20 ÷ 25 m wird die Spirale als Betonhalbspirale mit eckigem Querschnitt ausgeführt, eine Bauweise, die sich wegen der oft sehr großen Spiralabmessungen anbietet (Bilder 2.23 und 2.24).

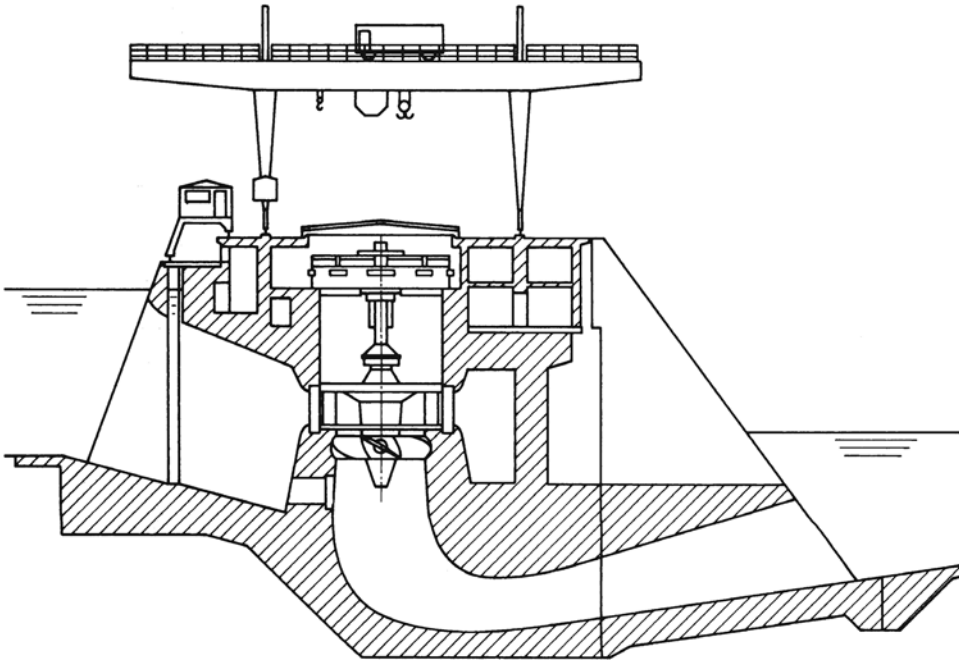


Bild 2.23 Kraftwerk mit Kaplan-Spiralturbine (Voith)

Bei größeren Fallhöhen werden geschweißte Blechvollspiralen wie bei Francis-Turbinen notwendig, die bei großen Maschinen in den Beton des Bauwerks eingebettet werden (Bild 2.25).

Rohrturbinen. In einer Spiralturbine mit senkrechter Welle muss der Fluidstrom zweimal umgelenkt werden, von der waagerechten Zuströmung in die senkrechte Laufradströmung und dann wieder in die waagerechte Abströmung. Bei der Bauform als Kaplan-Rohrturbine, die bis zu Fallhöhen von etwa 25 m verwendet wird, lässt sich diese zusätzliche Umlenkung vermeiden, indem die Maschinenwelle waagrecht oder leicht gegen die Horizontale geneigt und auf ein Spiralgehäuse verzichtet wird. Die Turbinenlagerung und der Generator sind in einen vom Fluid umströmten Hohlkörper eingebaut.

Bild 2.26 zeigt eine Rohrturbine, bei der ein schnelllaufender Generator zusammen mit dem zugehörigen Stirnradgetriebe in einen Betonhohlpfeiler eingebaut ist. Das Betriebswasser fließt in zwei Teilströmen, die sich kurz vor dem kegeligen Leitrad vereinigen, am Pfeiler vorbei. In dem nach oben offenen Hohlpfeiler sind die darin eingebauten Anlageteile gut zugänglich. Bei anderen Konstruktionen wird der Generator auch direkt angetrieben, er kann statt in den Hohlpfeiler in eine geschweißte Stahlbirne eingeschlossen sein. In jedem Fall müssen aber Generator und Lagerung während des Betriebes zugänglich bleiben.

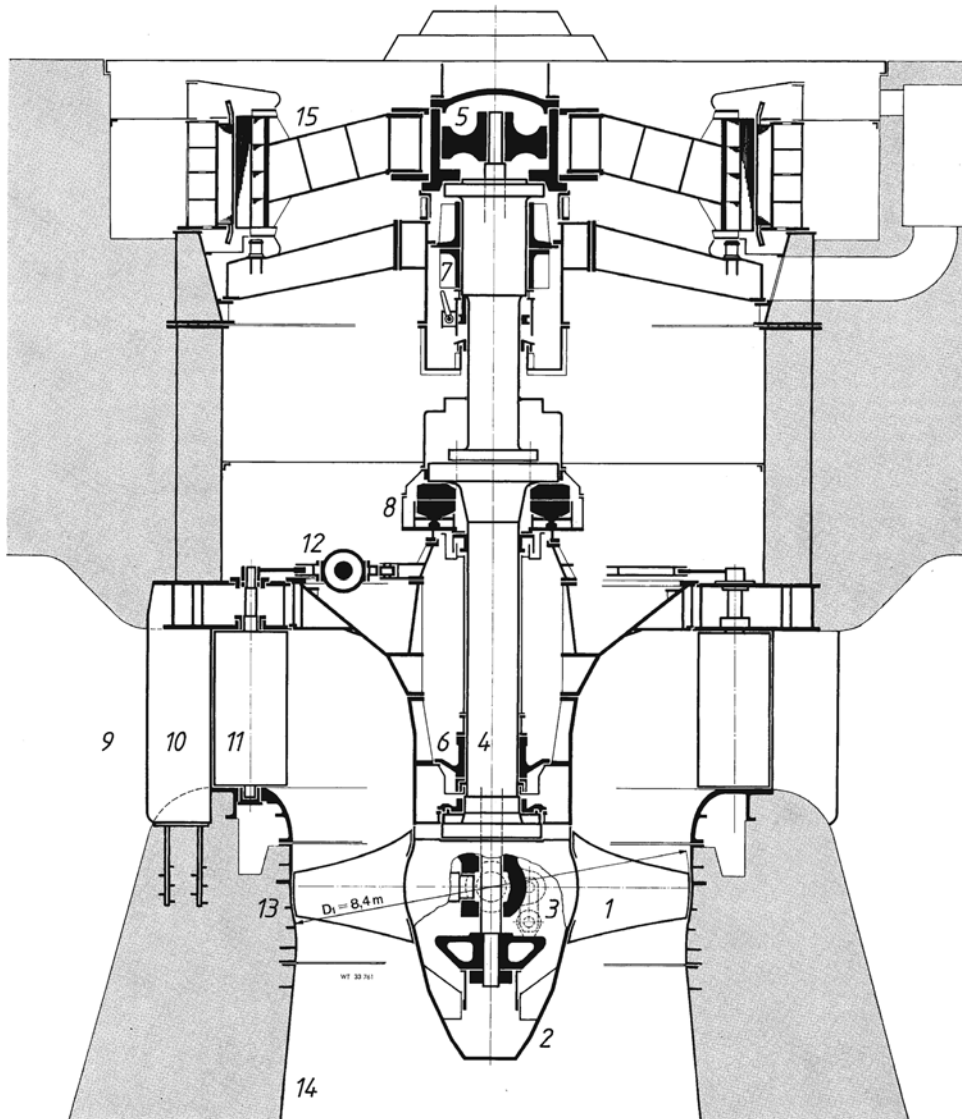


Bild 2.24 Kaplan-Turbine in Betonspirale

Durchmesser des 5-flügeligen Laufrades 8,4 m

$P = 73 \text{ MW}$ $H = 17 \text{ m}$ $n = 1,137 \text{ 1/s}$ (Escher-Wyss)

1 Laufschaufel

2 Laufradnabe

3 Laufrad-Verstellgetriebe

4 Welle

5 Laufrad-Stellantrieb

6 unteres Führungslager

7 oberes Führungslager

8 Spurlager

9 Spiralgehäuse

10 Stützschaufelring

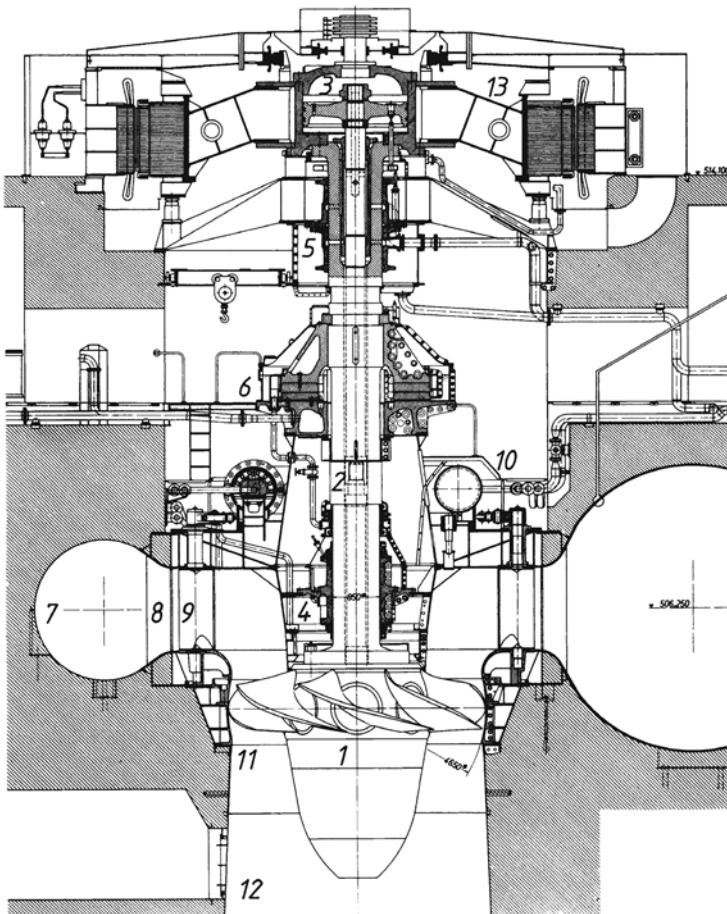
11 Leitschaufel

12 Leitrad-Stellantrieb

13 Laufradmantel

14 Saugrohr

15 Generator

**Bild 2.25**

Kaplan-Turbine mit
Vollspirale (Voith)

Durchmesser des
8-flügeligen

Laufgrades

4,65 m

$P_{\max} = 74 \text{ MW}$

$H = 50 \text{ m}$

$\dot{V} = 149,5 \text{ m}^3/\text{s}$

$n = 2,727 \text{ 1/s}$

1 Laufrad

2 Welle

3 Laufrad-
Stellantrieb

4 unteres
Führungslager

5 oberes
Führungslager

6 Spurlager

7 Spiralgehäuse

8 Stüttschaufelring

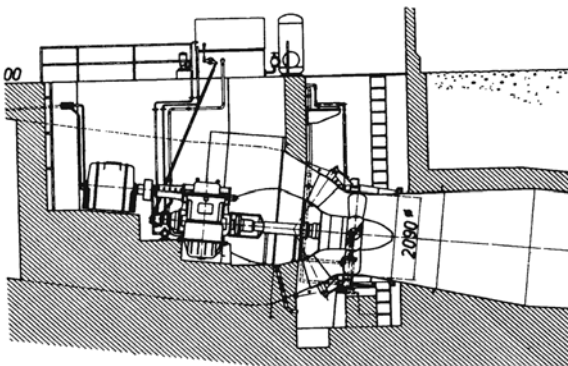
9 Leitschaufel

10 Leitrad-Stellan-
trieb

11 kugeliges
Laufradmantel

12 Saugrohr

13 Generator

**Bild 2.26**

Kaplan-Rohrturbine im Beton-
Hohlpfeiler

Vor einigen Jahren ist auch die ursprüngliche Bauform aus der Zeit vor dem zweiten Weltkrieg wieder diskutiert worden, bei der lediglich die Lagerung in einem kleinen strömungsgünstigen Innenkörper untergebracht ist. Der Generator ist als sogenannter Ringkranzgenerator nach außen verlegt, wobei die Turbinenschaufeln die Läuferspeichen bilden.

Deriaz-Turbine. Um die Vorteile verstellbarer Laufschaufeln auch bei größeren Fallhöhen im Anwendungsgebiet der Francis-Turbinen bis zu etwa 150 m nutzen zu können, wurde ein der Kaplan-Turbine ähnlicher Typ entwickelt, bei dem ein diagonal durchströmtes Laufrad einem ebenfalls diagonalen oder radialen Leitrad nachgeschaltet ist (Bild 2.27).

Da der Vorteil der doppelten Verstellbarkeit von Leit- und Laufschaufeln aber weniger ausgeprägt ist als bei schnellläufigen Kaplan-Turbinen, haben die Diagonalturbinen keine weite Verbreitung gefunden.

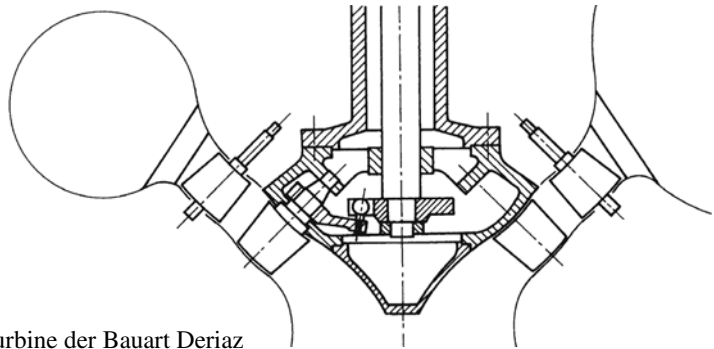


Bild 2.27
Prinzipbild einer Diagonalturbine der Bauart Deriaz

Laufträder. Kaplan-Laufräder sind trotz des großen Schnellläufigkeitsbereiches, in dem sie eingesetzt werden, einander sehr ähnlich. Der auffallendste Unterschied besteht in der Schaufelzahl, die bei den Schnellläufern $z'' = 4$ beträgt, und bei Langsamläufern bis auf acht anwächst.

Die Nabe, die die Laufschaufeln mit ihren Drehzapfen aufnimmt, ist im Bereich der Schaufelung kugelförmig, damit der Spalt zwischen Schaufelblatt und Nabe bei jeder Stellung der Schaufeln eng bleibt. Auch der Laufradmantel, der das Laufrad außen umschließt, ist kugelig. Allerdings wird bei Niederdruckanlagen bis zu etwa 25 m im oberen Teil des Mantels auf die Kugelform oft verzichtet. Der dadurch verursachte höhere Spaltverlust ist unbedeutend, man hat aber den Vorteil, dass das Laufrad demontiert werden kann, ohne dass zuvor der Laufradmantel zerlegt werden muss.

Schauflerverstellung. Das in die Nabe eingebaute Hebelgetriebe zur Verstellung der Läuferflügel wird durch einen Stellantrieb betätigt, der manchmal in der Nabe selbst, häufiger aber in der Generatornabe untergebracht ist und in diesem Fall seine Kraft mittels einer durch die hohle Welle durchgeführten Stange überträgt (Bild 2.24).

Die Verstellbarkeit der Laufschaufeln ist bei der hohen Schnellläufigkeit der Kaplan-Turbinen eine zur Verbesserung des Teillastverhaltens notwendige Ergänzung der Leitradverstellung. Trägt man nämlich den Wirkungsgrad einer Turbine mit festen Laufschaufeln

über dem Volumenstrom oder über der Schluckzahl auf, so zeigt sich, dass der Kurvenverlauf mit wachsender Schnellläufigkeit immer spitzer wird. Der Wirkungsgrad fällt also vom Maximum aus immer steiler nach beiden Seiten ab. Bei den Kaplan-Turbinen mit ihrer hohen Schnellläufigkeit ist das besonders ausgeprägt, aber eben nur dann, wenn die Laufschaufelstellung nicht verändert wird. Der Wirkungsgradverlauf der Kaplan-Turbine ergibt sich durch die Laufschaufelverstellung als die Umhüllende der in Bild 2.28 gestrichelten Propellerkurven und erweist sich als besonders flach.

Wie bei Volumenstromänderungen fällt der Wirkungsgrad auch bei Änderungen der Fallhöhe von ihrem Auslegungswert ab. Auch hier wird durch die doppelte Verstellmöglichkeit ein günstiger Verlauf erreicht, der auch nötig ist, weil bei den kleinen Fallhöhen der Kaplan-Turbinen die Gefälleschwankungen sich besonders stark auswirken. Änderungen um $\pm 20\%$ sind keine Seltenheit.

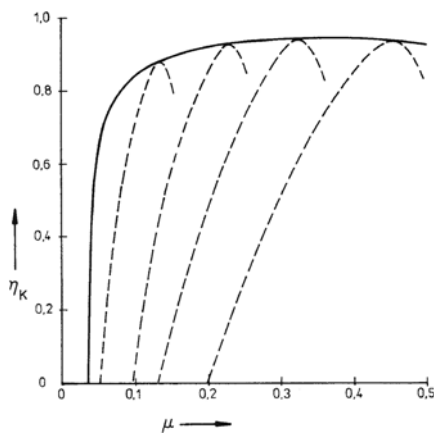


Bild 2.28

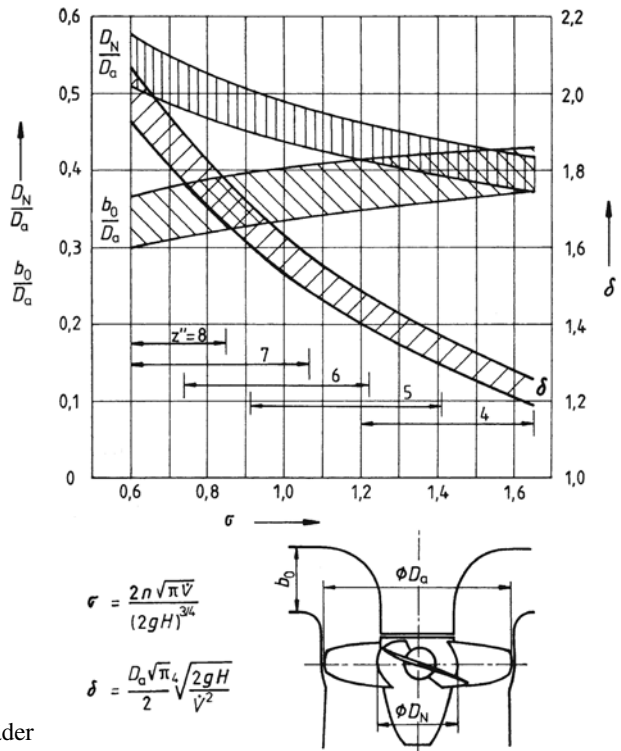
Wirkungsgrad einer Kaplan-Turbine in Abhängigkeit von der Schluckzahl
gestrichelt: Propellerkurven bei gleichbleibender Laufschaufelstellung

2.5.2 Laufradberechnung

Für einen Laufradentwurf legt man zunächst nach Bild 2.2 die Schnellläufigkeit fest, wobei zu beachten ist, dass ein hoher Wert zwar zu kleinen Maschinenabmessungen und damit niederen Baukosten führt, aber auch die Kavitationsempfindlichkeit erhöht. Liegt die Schnellläufigkeit unter Beachtung dieser Gesichtspunkte fest, und zwar natürlich so, dass sich eine Synchrondrehzahl ergibt, falls die Maschine zum direkten Generatorantrieb bestimmt ist, können mit den Angaben des Bildes 2.29 die Hauptabmessungen des Meridianschnitts bestimmt werden.

Für die Schaufelberechnung ist die Eulersche Stromfadentheorie allein nicht ausreichend. Bei der geringen Schaufelzahl wäre die Abweichung zu groß. Statt dessen liefert die Tragflügeltheorie eine geeignete Entwurfsgrundlage.

Geschwindigkeiten und Kräfte am Flügelgitter. Wird durch ein Laufrad beim Radius r ein zylindrischer Schnitt gelegt und in die Zeichenebene abgewickelt, so entsteht ein gerades Flügelgitter, das beiderseits unendlich weit fortgesetzt zu denken ist (Bild 2.30).

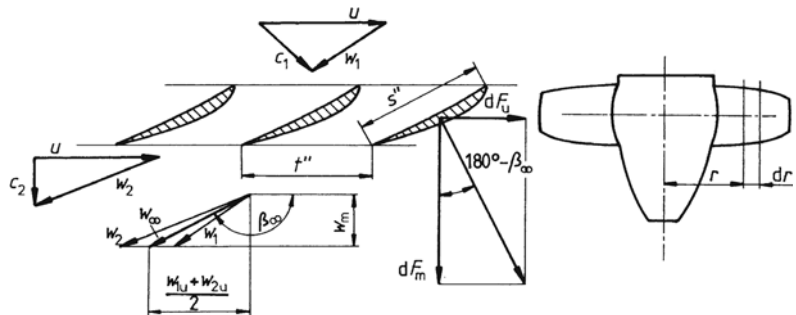
**Bild 2.29**

Entwurfsdiagramm für Kaplan-Räder

Ein solches Gitter bewirkt im Gegensatz zu einem Einzelflügel eine Änderung der Zuströmgeschwindigkeit $\vec{w}_1$ in die Abströmgeschwindigkeit $\vec{w}_2$. Beide sind als Mittelwerte der nicht rotationssymmetrisch verteilten Relativgeschwindigkeiten vor bzw. hinter dem Laufrad zu denken.

Aus Kontinuitätsgründen sind die Meridiankomponenten der Geschwindigkeiten vor und hinter dem Gitter gleich $w_{1m} = w_{2m} = w_m$. Als mittlere Anströmgeschwindigkeit der Flügel wird der vektorielle Mittelwert

$$\vec{w}_\infty = (\vec{w}_1 + \vec{w}_2)/2 \quad (2.12)$$

**Bild 2.30**

Axiales Flügelgitter

mit den Komponenten $w_{\infty m} = w_m$ und $w_{\infty u} = (w_{1u} + w_{2u})/2$ definiert (Bild 2.30). Die Richtung von $\vec{w}_\infty$ wird durch den Winkel β_∞ beschrieben. Es ist

$$\tan(180^\circ - \beta_\infty) = \frac{2 w_m}{w_{1u} + w_{2u}}; \quad \tan \beta_\infty = - \frac{2 w_m}{w_{1u} + w_{2u}}.$$

Der Massenstrom, der durch ein schmales Teillauftrad der radialen Breite dr fließt, ist nach dem Kontinuitätssatz

$$dm = \rho w_m 2 \pi r dr.$$

Und nach dem Impulssatz ist die für alle Flügelemente des Gitters gemeinsame Umfangskraft

$$dF_u = dm(w_{1u} - w_{2u}) = \rho w_m (w_{1u} - w_{2u}) 2 \pi r dr. \quad (2.13)$$

Man beachte, dass w_{1u} und w_{2u} nach den in Abschn. 1.3.1 angegebenen Vorzeichenregeln beide negativ sind. Die Umfangskraft wird damit positiv, sie wirkt in Richtung von u .

Die Kraft in Meridianrichtung kann aus der Differenz der Drücke vor und hinter dem Lauftrad berechnet werden

$$dF_m = (p_1 - p_2) dA = (p_1 - p_2) 2 \pi r dr. \quad (2.14)$$

Dabei lässt sich die Druckdifferenz im reibungsfreien Fall nach Gl. (1.53) ausdrücken

$$p_1 - p_2 = \frac{\rho}{2} (w_2^2 - w_1^2) = \frac{\rho}{2} (w_{2u}^2 - w_{1u}^2) = \frac{\rho}{2} (w_{1u} + w_{2u}) (w_{1u} - w_{2u}), \quad (2.15)$$

da hier $u_1 = u_2$ und die Änderung der Ortshöhe vernachlässigbar ist. Beim Vorzeichen von Gl. (2.15) beachte man, dass nach dem oben gesagten beide Klammern negativ, ihr Produkt also positiv ist.

Durch Einsetzen in Gl. (2.14) ergibt sich

$$dF_m = \rho \frac{w_{1u} + w_{2u}}{2} (w_{1u} - w_{2u}) 2 \pi r dr = \rho w_{\infty u} (w_{1u} - w_{2u}) 2 \pi r dr.$$

Die resultierende Kraft

$$\begin{aligned} dF &= \sqrt{dF_u^2 + dF_m^2} = \rho \sqrt{w_{\infty m}^2 + w_{\infty u}^2} (w_{1u} - w_{2u}) 2 \pi r dr \\ &= \rho w_\infty (w_{1u} - w_{2u}) 2 \pi r dr \end{aligned}$$

steht bei reibungsfreier Strömung auf dem Vektor der Zuströmgeschwindigkeit w_∞ senkrecht, wie sich aus

$$\tan(180^\circ - \beta_\infty) = \frac{dF_u}{dF_m} = \frac{w_{\infty m}}{w_{\infty u}}$$

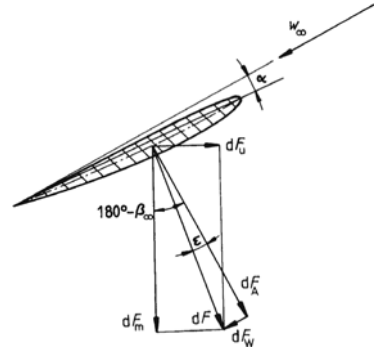
ergibt (Bild 2.30).

Tragflügeltheorie. Mit der Gitterteilung t'' (Bild 2.30) errechnet sich die Flügelszahl z'' zu

$$z'' = \frac{2\pi r}{t''}$$

und mit der Profilsehnenlänge s'' und dem Auftriebsbeiwert ζ_A die für alle z'' Flügелеlemente des Teillaufrades gültige Auftriebskraft, die senkrecht zu w_∞ gerichtet ist

Bild 2.31
Kräfte am Tragflügel



$$dF_A = z'' \zeta_A \varrho \frac{w_\infty^2}{2} s'' dr = 2\pi r \zeta_A \varrho \frac{w_\infty^2}{2} \frac{s''}{t''} dr \quad (2.16)$$

und entsprechend mit dem Widerstandsbeiwert ζ_W die zu w_∞ parallele Widerstandskraft

$$dF_W = z'' \zeta_W \varrho \frac{w_\infty^2}{2} s'' dr = 2\pi r \zeta_W \varrho \frac{w_\infty^2}{2} \frac{s''}{t''} dr.$$

Die Resultierende beider Kräfte schließt mit der Auftriebskraft den als Gleitwinkel bezeichneten Winkel ε ein (Bild 2.31).

Gitterbemessungsgleichung. Die resultierende Kraft hat in der Umfangsrichtung die Komponente

$$dF_u = \frac{dF_A \sin(180^\circ - \beta_\infty - \varepsilon)}{\cos \varepsilon}$$

wie anhand von Bild 2.31 nachzuweisen ist. Durch Gleichsetzen mit Gl. (2.13), in der noch keine Reibungsfreiheit vorausgesetzt war, folgt weiter unter Benutzung von Gl. (2.16) mit $\Delta w_u = w_{1u} - w_{2u}$

$$w_m \Delta w_u = \zeta_A \frac{w_\infty^2}{2} \frac{s''}{t''} \frac{\sin(180^\circ - \beta_\infty - \varepsilon)}{\cos \varepsilon}.$$

Hierin kann noch $w_\infty = w_m / \sin(180^\circ - \beta_\infty)$ gesetzt werden (Bild 2.30). Durch Umordnen folgt schließlich

$$\zeta_A \frac{s''}{t''} \frac{\sin(180^\circ - \beta_\infty - \varepsilon)}{2 \sin^2(180^\circ - \beta_\infty) \cos \varepsilon} = \frac{\Delta w_u}{w_m} \quad (2.17)$$

Hiermit ist der Zusammenhang mit der Tragflügeltheorie hergestellt. Auf der linken Seite stehen alle Größen, die das Gitter kennzeichnen, während rechts $\Delta w_u = w_{1u} - w_{2u} = c_{1u} - c_{2u}$ aus der Hauptgleichung und w_m aus der Kontinuitätsgleichung bestimmt werden können (s. auch Abschn. 5.4.3).

Profilbeiwerte. Die Auftriebsbeiwerte ζ_A und die Gleitwinkel ϵ werden in Abhängigkeit vom Anstellwinkel α in Versuchen mit Tragflügelmodellen experimentell ermittelt. Sie sind von der Reynolds-Zahl abhängig und werden sehr erheblich durch etwaige Kavitationsblasen beeinflusst.

Schaufelform. Die Berechnung einer Laufschaufelung muss für mehrere Zylinderschnitte bei unterschiedlichen Radien durchgeführt werden. Da die Umfangsgeschwindigkeit proportional mit dem Radius zunimmt, sind die Geschwindigkeitsdreiecke sehr unterschiedlich, die Winkel $(180^\circ - \beta_\infty)$ werden nach außen hin immer kleiner, und deshalb müssen die Schaufeln in sich verwunden sein.

Auch das Verhältnis der Profiltiefe zur Gitterteilung s''/t'' ändert sich mit dem Radius. Während die Teilung dem Radius proportional ist, lässt man die Profiltiefe etwas weniger als linear anwachsen. Überdies ist das Verhältnis s''/t'' von der Schnellläufigkeit abhängig. Bei langsamläufigen Maschinen muss es größer sein als bei den Schnellläufern. In [11] wird als grober Anhalt empfohlen

$$(s''/t'')_i = 1,8 \div 1,3; \quad (s''/t'')_a = 1,0 \div 0,7 \quad \text{für} \quad \sigma = 0,6 \div 1,3,$$

wobei für kavitationsgefährdete Maschinen etwas größere Werte zu wählen sind.

Modellversuche. Die Laufradberechnung muss wie bei den anderen Wasserturbinen experimentell überprüft werden, wobei noch Änderungen notwendig werden können. Es werden nicht nur die Kennfelder der Maschinen aufgenommen, sondern auch das Kavitationsverhalten untersucht und die Spannungen und Verformungen an kritischen Stellen gemessen. Neben den Versuchen im stationären Betriebszustand wird das Modell auch beim Übergang von einem zum anderen Zustand untersucht.

Beispiel 2.5. Eine Kaplan-Turbine soll bei der Fallhöhe $H = 4,4 \text{ m}$ den Volumenstrom $\dot{V} = 3,75 \text{ m}^3/\text{s}$ verarbeiten. Die Drehzahl ist frei wählbar, da zum Generatorantrieb ein Getriebe vorgesehen ist. Für das Laufrad dienen die Bilder 2.2 und 2.29 als Entwurfsgrundlage. Der hydraulische Wirkungsgrad ist $\eta_h = 0,95$ und die Gitterparameter am äußeren Schnitt sind $s''/t'' = 0,7$; $\zeta_A = 0,5$; $\epsilon = 1,2^\circ$. Gesucht sind die Hauptabmessungen des Laufrades D_a und D_N und der Zuströmwinkel β_∞ beim Durchmesser D_a .

Lösung. Mit $\sigma = 1,5$ nach Bild 2.2 wird mit Gl. (1.67)

$$n = \frac{\sigma(2gH)^{3/4}}{2\sqrt{\pi}\dot{V}} = \frac{1,5(2 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 4,4 \text{ m})^{0,75}}{2\sqrt{\pi} \cdot 3,75 \text{ m}^3/\text{s}} = 6,19 \text{ 1/s}.$$

Aus Bild 2.29 wird abgelesen $\delta = 1,3$; $D_N/D_a = 0,4$, womit aus Gl. (1.66) folgt

$$D_a = \frac{2\delta}{\sqrt{\pi}} \sqrt[4]{\frac{\dot{V}^2}{2gH}} = \frac{2 \cdot 1,3}{\sqrt{\pi}} \sqrt[4]{\frac{3,75^2 \text{ m}^6/\text{s}^2}{2 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 4,4 \text{ m}}} = 0,932 \text{ m}$$

$$D_N = 0,4 D_a = 0,4 \cdot 0,932 \text{ m} = 0,373 \text{ m}.$$

Die weitere Berechnung wird hier nur für den äußeren Schnitt durchgeführt. Dort ist nach der Hauptgleichung

$$\Delta w_u = \frac{gH\eta_h}{u} = \frac{gH\eta_h}{\pi n D_a} = \frac{9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 4,4 \text{ m} \cdot 0,95}{\pi \cdot 6,19 \text{ 1/s} \cdot 0,932 \text{ m}} = 2,263 \text{ m/s}$$

und nach der Kontinuitätsgleichung

$$w_m = \frac{\dot{V}}{A} = \frac{4 \dot{V}}{\pi (D_a^2 - D_N^2)} = \frac{4 \cdot 3,75 \text{ m}^3/\text{s}}{\pi (0,932^2 - 0,373^2) \text{ m}^2} = 6,545 \text{ m/s}.$$

Aus Gl. (2.17) folgt

$$\frac{\sin^2(180^\circ - \beta_\infty) \cos \varepsilon}{\sin(180^\circ - \beta_\infty - \varepsilon)} = \zeta_A \frac{s''}{t''} \frac{w_m}{2 \Delta w_u} = 0,5 \cdot 0,7 \frac{6,545 \text{ m/s}}{2 \cdot 2,263 \text{ m/s}} = 0,506.$$

Wird zunächst der kleine Winkel ε vernachlässigt, so ergibt sich

$$(180^\circ - \beta_\infty) = \arcsin 0,506 = 30,4^\circ.$$

Durch schrittweise Verbesserung dieses Resultats wird endgültig

$$(180^\circ - \beta_\infty) = 29,15^\circ; \quad \beta_\infty = 150,85^\circ.$$

Kontrolle

$$\frac{\sin^2(180^\circ - \beta_\infty) \cos \varepsilon}{\sin(180^\circ - \beta_\infty - \varepsilon)} = \frac{\sin^2 29,15^\circ \cdot \cos 1,2^\circ}{\sin(29,15^\circ - 1,2^\circ)} = 0,506.$$

3 Dampfturbinen und Dampfkraftanlagen

3.1 Einleitung

Der Gedanke, eine Turbine mit Dampf zu betreiben und somit das Strömungsmaschinenprinzip auf das Gebiet der Wärmekraftmaschinen anzuwenden, ist schon vor dem Industriezeitalter entstanden. Dennoch sind die ersten brauchbaren Dampfturbinen erst am Ende des 19. Jahrhunderts gebaut worden, also viel später als die an sich komplizierteren Kolbendampfmaschinen. Die Ursache liegt in den hohen Anforderungen an Werkstofffestigkeit und Fertigungsgenauigkeit, die erst befriedigt werden konnten, als eine ausgebildete industrielle Technik zur Verfügung stand.

Laval-Turbine. Die älteste der heute noch gebauten Dampfturbinen ist die im Jahre 1883 von dem schwedischen Ingenieur Gustav de Laval (Abschn. 1.2.6) erfundene einstufige teilbeaufschlagte Gleichdruckmaschine (Bilder 3.1 a und 3.2). Der Dampf wird durch einzelne Laval-Düsen dem Laufrad mit Überschallgeschwindigkeit zugeführt und gibt seine kinetische Energie an dieses ab. Wegen der hohen Drehzahl ist ein Untersetzungsgetriebe notwendig. Die Leistungen sind auf etwa 300 kW beschränkt. In Bild 3.2, das den Maschinentyp zeigt, der in einigen tausend Exemplaren von 1883 bis 1923 gebaut worden ist, sind die als Körper gleicher Festigkeit ausgebildete Laufradscheibe und die biegeeweiche überkritische Welle bemerkenswert (Positionen 2 und 3).

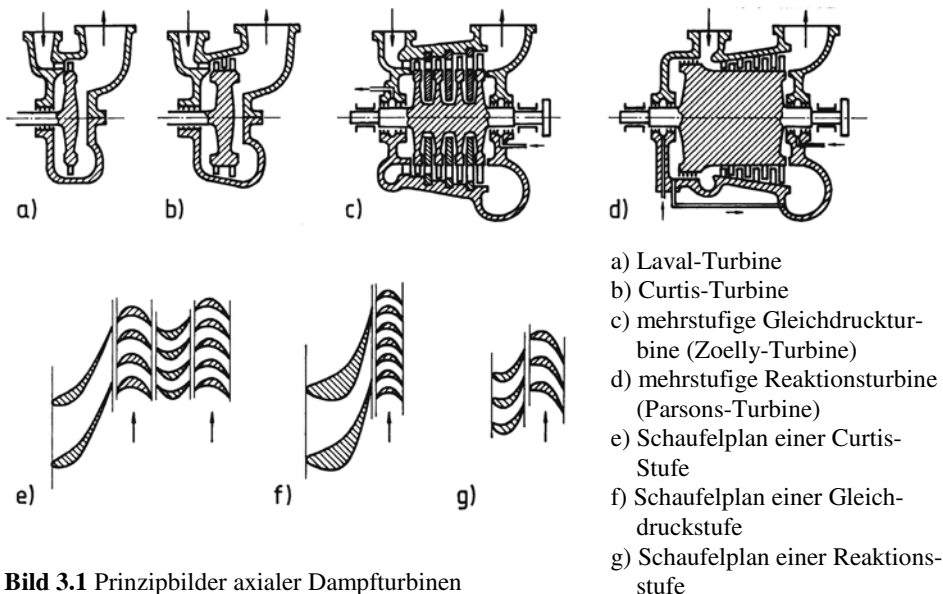
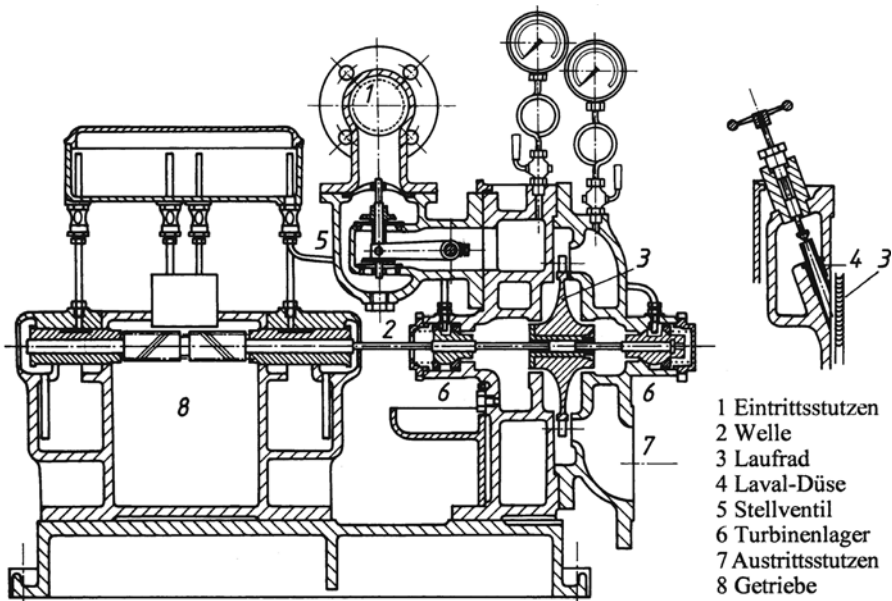


Bild 3.1 Prinzipbilder axialer Dampfturbinen

Curtis-Turbinen. Eine folgerichtige Weiterentwicklung der Laval-Turbine ist die von dem Amerikaner Charles G. Curtis (1860–1953) erfundene Maschine (Bilder 3.1 b und 3.3), mit der weit höhere Enthalpiegefälle ausgenutzt werden können. Da der Dampf nach



dem Verlassen eines Gitters von Laufschaufeln noch eine hohe kinetische Energie enthält, wird er zu deren Ausnutzung einem zweiten Schaufelkranz zugeführt, der auf dem gleichen Laufrad angebracht ist. Zwischen beiden Schaufelreihen liegt ein feststehendes Umlenkgit-ter, das ohne Druckabsenkung den Dampf in eine geeignete Richtung bringt.

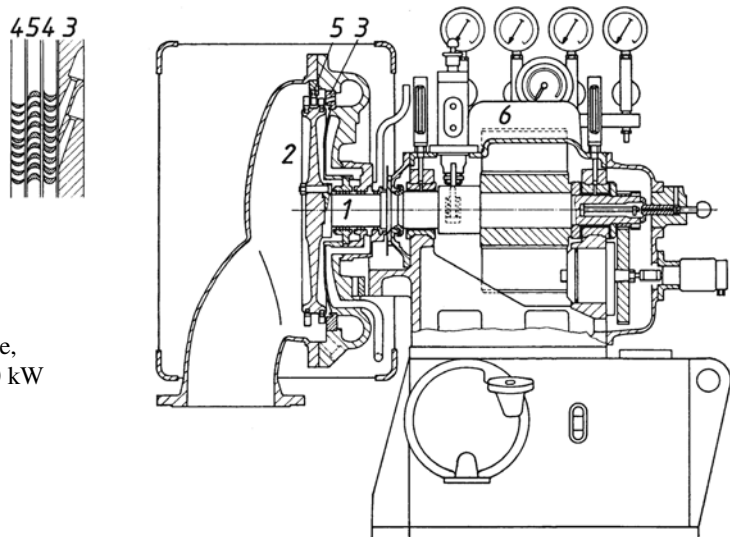


Bild 3.3

Curtis-Turbine (Kühnle,
Kopp & Kausch) 1400 kW

Curtis-Turbinen werden bei kleinen Leistungen eingesetzt, wenn das Enthalpiegefälle für die Laval-Bauart zu groß ist. Sie haben meist zwei, seltener auch drei Laufkränze.

Zoelly-Turbine. Wird das Enthalpiegefälle einer Turbine auf mehrere Stufen verteilt, so werden die Geschwindigkeiten in den Schaufelgittern viel geringer als bei der Laval- oder Curtis-Bauart, sodass die Strömungsverluste abnehmen. Mit der kleineren Umfangsgeschwindigkeit verringert sich auch die Drehzahl und macht das Untersetzungsgetriebe entbehrlich. Schließlich können auch größte Leistungen bei beliebig großem Gefälle verwirklicht werden.

Eine solche mehrstufige Maschine ist die von dem Schweizer H. Zoelly (1862–1937) gebaute Maschine, die nach dem Gleichdruckprinzip arbeitet (Bilder 3.1 c und 3.16 a).

Parsons-Turbine. Bereits 1884 hat der englische Ingenieur C. A. Parsons (1854–1931) eine nach dem Reaktionsprinzip arbeitende Turbine erfunden (Bilder 3.1 d und 3.16 b), deren Beschaukelung den Reaktionsgrad $r = 0,5$ hatte (Abschn. 1.3.7).

Parsons- und Zoelly-Turbinen werden oft mit einer teilbeaufschlagten ersten Stufe des Laval- oder Curtis-Prinzips kombiniert.

Radialturbinen. Während die meisten Dampfturbinen Axialmaschinen sind, ist die radiale Bauform ebenfalls möglich. Einstufige radiale Kleinturbinen werden wie Francis-Turbinen von außen nach innen durchströmt (ähnlich Bild 4.19). Bei mehrstufigen großen Maschinen ist es dagegen vorteilhaft, wenn die Strömung von innen nach außen gerichtet ist, weil durch die Zunahme des Durchmessers auf natürliche Weise die größeren Strömungsquerschnitte erreicht werden, die das Anwachsen des Volumens bei der Dampfexpansion erfordert. Eine interessante Konstruktion dieser Art stammt von dem schwedischen Ingenieur Birger Ljungström (1872–1948), eine radiale Gegenlaufturbine (Bilder 3.4 und 3.5). Sie besteht aus zwei entgegengesetzt zueinander rotierenden Scheiben, auf denen konzentrische Schaufelkränze so angebracht sind, dass die Schaufeln der einen Scheibe in die Zwischenräume der anderen passen. Die Scheiben geben an je einen Generator die halbe Leistung ab. Der Vorteil liegt darin, dass die Relativgeschwindigkeit der beiden Schaufelgitter zueinander doppelt so hoch ist wie die Umfangsgeschwindigkeit jedes einzelnen. Ohne unzulässig hohe Fliehkraftbeanspruchung wird so die Stufenzahl drastisch reduziert.

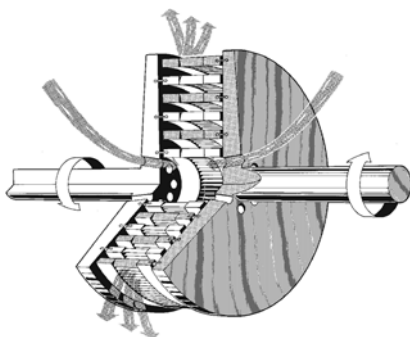


Bild 3.4
Radiale Gegenlaufturbine
Prinzipdarstellung

Auch sind die Bauteile der Maschinen im Wesentlichen rotationsymmetrisch. Insbesondere haben die Gehäuse keinen horizontalen Trennflansch. Bei Erwärmung bleiben die Teile deshalb rund und erfahren keine Verspannungen. Durch die Entwicklung von Topfgehäusen ist es aber gelungen, diesen Vorteil auch bei axialen Turbinen zu erreichen, sodass die im Aufbau komplizierten Radialturbinen heute nicht mehr gebaut werden.

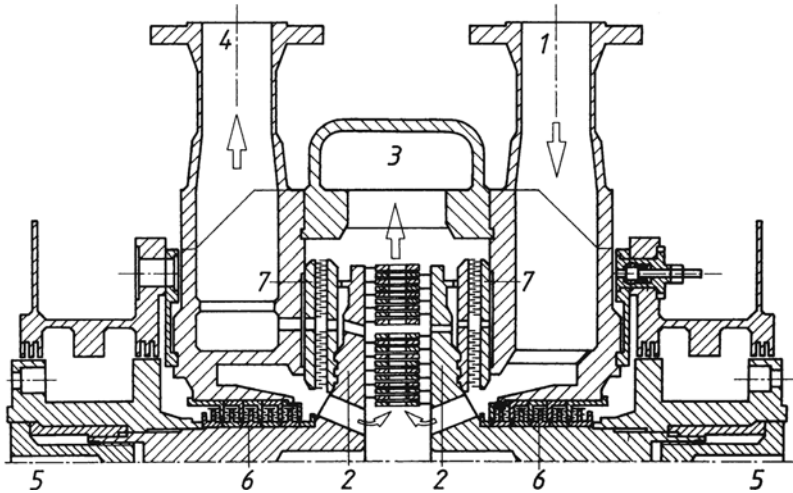


Bild 3.5 Radiale Gegenlaufturbine (STAL-Laval)

Ausführung als Gegendruckturbine

1 Eintrittsstutzen

2 Laufradscheiben mit Schaufeln

3 Abströmgehäuse

4 Anzapfstutzen

5 Wellen

6 Wellendichtungen

7 Laufscheibendichtungen

Entwicklungstendenzen. Im Laufe der Entwicklung wurden die Frischdampfzustände und die maximalen Leistungen immer weiter erhöht, die spezifischen Wärmeverbräuche gesenkt. Bild 3.6 soll ohne Anspruch auf Exaktheit einen Eindruck davon und von der möglichen weiteren Entwicklung vermitteln.

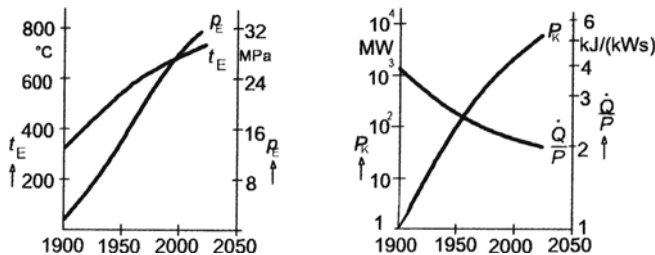


Bild 3.6 Entwicklungstendenzen im Dampfturbinenbau

t_E Eintrittstemperatur

p_E Eintrittsdruck

P_K max. Kupplungsleistung

$\dot{Q}/P$ spezifischer Wärmeverbrauch

3.2 Der Dampfkraftprozess

3.2.1 Der einfache Clausius-Rankine-Prozess

Eine Dampfturbine ist immer nur ein Teil einer umfangreichen Anlage, durch deren Teile das Arbeitsfluid in geschlossenem Kreislauf strömt und dabei eine in sich geschlossene Folge von Zustandsänderungen, einen Kreisprozess ausführt.

Prozessverlauf. In Bild 3.7 ist die einfachste Schaltung einer Dampfkraftanlage mit den entsprechenden Zustandsänderungen im T,s -Diagramm dargestellt. Wasser vom Zustand 0 wird mittels der Kondensatpumpe in den Speisewasserbehälter und durch die Speisepumpe in den Dampfkessel gefördert (Zustandsänderung 0 1). Unter Wärmezufuhr wird dort das Wasser bei konstantem Druck erwärmt, verdampft und der Dampf überhitzt (1 2 3 4). Der Dampf wird der Turbine zugeführt, wo er im idealisierten Fall bei konstanter, tatsächlich aber bei zunehmender Entropie expandiert und Arbeit leistet (4 5). Anschließend wird der Dampf bei konstantem Druck kondensiert (5 0) und mittels der Kondensatpumpe in den Speisewasserbehälter zurückgepumpt.

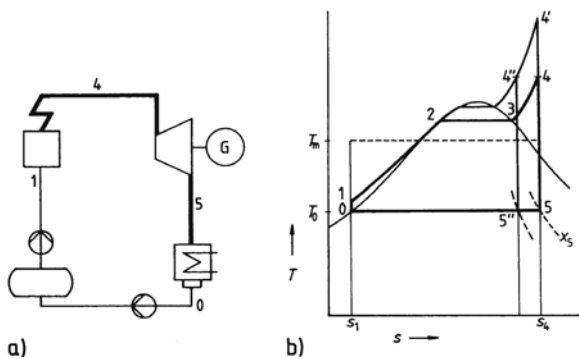


Bild 3.7

Clausius-Rankine-Prozess

- a) Schaltbild mit Symbolschaltplan nach DIN 2481 (Tabelle 9.6)
b) T,s -Diagramm

Sind die Zustandsänderungen im Kessel und im Kondensator Isobaren, in der Turbine und in den Pumpen Isentropen, so liegt ein idealisierter Kreisprozess vor, der nach Rudolf Clausius (1822–1888) und William J. Rankine (1820–1872) benannt wird.

Der thermische Wirkungsgrad des Clausius-Rankine-Prozesses ist

$$\eta_{\text{th}} = 1 - \frac{|q_{\text{ab}}|}{q_{\text{zu}}} = 1 - \frac{h_5 - h_0}{h_4 - h_1}. \quad (3.1)$$

Vergleich mit dem Carnot-Prozess. (Abschn. 1.2.7) Wie beim Carnot-Prozess, dem Ideal der Energieumwandlung, wird die Wärme bei konstanter Temperatur abgeführt, falls der Diagrammpunkt 5 im Nassdampfgebiet liegt, was gewöhnlich der Fall ist. Die Temperatur der Wärmeabfuhr liegt um einige Grade über derjenigen der Umgebung, die durch das Kühlmittel gegeben ist. Da diese Temperaturspanne unvermeidlich ist, kommt der Prozess auf der Wärmeabfuhrseite dem Ideal bereits so nahe wie möglich.

Bei der Wärmezufuhr unterscheidet sich der Prozess dagegen erheblich vom Carnot-Prozess, da nur die Verdampfungswärme (2 3) bei konstanter Temperatur zugeführt werden kann, aber nicht die Flüssigkeits- und die Überhitzungswärme (1 2 und 3 4). Zum besseren Vergleich wird deshalb die „mittlere Temperatur der Wärmezufuhr“ so definiert, dass die zugeführte Wärme $q_{\text{zu}} = h_4 - h_1$ im T,s -Diagramm durch ein flächengleiches Rechteck beschrieben wird

$$h_4 - h_1 = T_m (s_4 - s_1); \quad T_m = \frac{h_4 - h_1}{s_4 - s_1}. \quad (3.2)$$

Damit folgt aus Gl. (3.1) mit Bild 3.7

$$\eta_{\text{th}} = 1 - \frac{T_0 (s_5 - s_0)}{T_m (s_4 - s_1)} = 1 - \frac{T_0}{T_m}.$$

Prozessoptimierung. Für einen guten Wirkungsgrad muss T_m so hoch wie möglich sein. Da der Punkt 1 nahezu auf der Grenzkurve liegt – der Abstand der Punkte 0 1 ist in Bild 3.7 übertrieben – und also nicht zu beeinflussen ist, lässt sich T_m nur dadurch erhöhen, dass h_4 vergrößert (Punkt 4') oder s_4 verkleinert wird (Punkt 4''). Das bedeutet in jedem Fall eine Druckerhöhung gegebenenfalls bei gleichzeitiger Temperatursteigerung. Die Druckerhöhung führt zu einer größeren Dampfnässe im Punkt 5'' am Turbinenaustritt. Wegen der stark erosiven Wirkung des Wassers auf die Turbinenbeschaufelung darf die Dampfnässe nicht größer sein als etwa 15%, bezogen auf den wirklichen Zustand am Turbinenaustritt, nicht auf den nur gedachten am Ende der isentropen Expansion. Aus dieser Forderung lässt sich der höchstzulässige Frischdampfdruck ermitteln. Die maximal mögliche Frischdampfptemperatur ist durch die Warmfestigkeit der verfügbaren Werkstoffe begrenzt. Mit Rücksicht auf den hohen Preis austenitischer Stähle, die bei hohen Temperaturen eingesetzt werden müssen, hat man sich lange Zeit auf etwa 540 °C beschränkt, weil dann ferritische Werkstoffe ausreichen. Bei neueren Kohlekraftwerken geht man jedoch wieder zu überkritischen Drücken und Temperaturen von 600 °C und mehr über, wie sie schon vor 50 Jahren vereinzelt ausgeführt wurden.

Wie nach diesen Gesichtspunkten der Frischdampfzustand zu wählen ist, soll das folgende Beispiel zeigen.

Beispiel 3.1. Für einen Clausius-Rankine-Prozess (Bild 3.7) aber unter Berücksichtigung der wirklichen polytropen Expansion ist der Frischdampfzustand optimal zu wählen. Dabei sind folgende Bedingungen einzuhalten:

Temperatur maximal 540 °C, Endnässe des Dampfes nach der Expansion maximal 15%, Kondensationsdruck $p_5 = 0,005 \text{ MPa}$ entsprechend einer Wärmeabfuhr bei 32,88 °C, innerer Wirkungsgrad der Turbine $\eta_i = 0,85$.

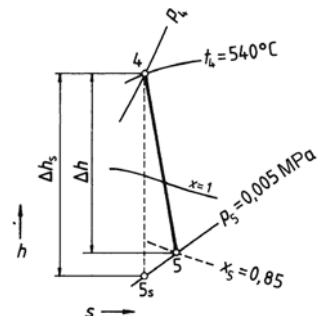


Bild 3.8 h,s -Diagramm zu Beispiel 3.1

Lösung. Die Zustandsgrößen von Wasser und Wasserdampf für die Beispiele in diesem Kapitel sind mit dem Programm “Mollier” (Abschn. 1.2.5) ermittelt worden. Mit dem beigegeführten h,s-Mollier-Diagramm und den Tafeln im Anhang (Tabellen 9.2 und 9.3) geht es natürlich auch.

Die Frischdampf­temperatur wird so hoch wie möglich gewählt, also $t_4 = 540\text{ °C}$. Um den Druck festzulegen, wird mit verschiedenen Werten von p_4 gerechnet und die Auswirkung auf x_5 beobachtet. (Bild 3.8, Tabelle 3.1)

Der für die Drücke $p_4 = 13$ und 16 MPa berechnete Dampfgehalt am Expansionsende zeigt, dass der gesuchte Druck zwischen diesen beiden Werten liegen muss und zwar näher bei der oberen Grenze. Die letzte Spalte der Tabelle zeigt dann, dass der höchstzulässige Druck mit $14,8\text{ MPa}$ genügend genau gefunden ist.

Tabelle 3.1 Berechnung des Dampfgehalts am Expansionsendpunkt (Beispiel 3.1)

p_4	MPa	10	13	16	15	14,8	
h_4	kJ/kg	3476,87	3445,05	3412,12	3423,22	3425,43	Mollier-Progr
h_{5s}	kJ/kg	2050,86	2004,59	1965,70	1978,03	1980,57	Mollier-Progr.
Δh_s	kJ/kg	1426,01	1440,46	1446,42	1445,19	1444,86	$\Delta h_s = h_4 - h_{5s}$
Δh	kJ/kg	1212,11	1224,39	1229,46	1228,41	1228,13	$\Delta h = \eta_i \Delta h_s$
h_5	kJ/kg	2264,76	2220,66	2182,66	2194,81	2197,23	$h_5 = h_4 - \Delta h$
x_5	1	0,8778	0,8596	0,8440	0,8490	0,8500	Mollier-Progr.

Mit den nunmehr festliegenden Prozessdaten wird schließlich noch

$$h_0 = 137,77\text{ kJ/kg}$$

$$h_1 = 152,61\text{ kJ/kg} \text{ (Mollier-Programm oder } h_1 = h_0 + v_0(p_1 - p_0)\text{)}$$

$$\eta_{th} = 1 - \frac{h_{5s} - h_0}{h_4 - h_1} = 1 - \frac{(1980,57 - 137,77)\text{ kJ/kg}}{(3425,43 - 152,61)\text{ kJ/kg}} = 0,437 \quad (\text{Gl. 3.1})$$

$$s_4 = 6,4980$$

$$s_1 = 0,4763$$

$$T_m = \frac{h_4 - h_1}{s_4 - s_1} = \frac{(3425,43 - 152,61)\text{ kJ/kg}}{(6,4980 - 0,4763)\text{ kJ/(kgK)}} = 543,43\text{ K} = 270,28\text{ °C}.$$

3.2.2 Speisewasservorwärmung

Unter den gestellten Bedingungen ist mit der Lösung des obigen Beispiels das Optimum des einfachen Prozesses gefunden. Jede Veränderung würde entweder gegen die Bedingungen der Aufgabenstellung verstoßen, oder sie würde den Wirkungsgrad verschlechtern. Eine Möglichkeit zur Anhebung der mittleren Temperatur der Wärmezufuhr und damit zur Verbesserung des thermischen Wirkungsgrades besteht unter Verzicht auf die Einfachheit in der regenerativen Speisewasservorwärmung.

Arbeitsweise. Die Turbine (Bild 3.9 a) wird an geeigneten Stellen angezapft und mit dem Anzapfdampf wird das Speisewasser vorgewärmt. Dadurch wird die im Kessel bei niedriger

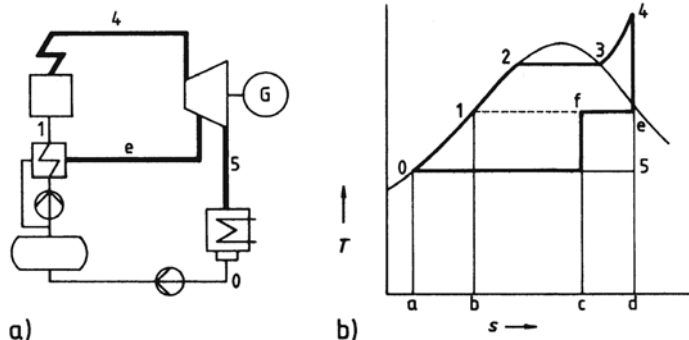
Temperatur zuzuführende Wärme verringert und das Temperaturniveau der Wärmezufuhr insgesamt angehoben und der Wirkungsgrad verbessert.

Berechnung. Wenn die Speisepumpenarbeit zur Vereinfachung unberücksichtigt bleibt, ist die zur Vorwärmung benötigte Wärme offenbar durch die Diagrammfläche 0 1 b a gegeben (Bild 3.9 b). Sie wird auf der anderen Seite des Prozesses durch die gleich große Fläche c d e f aufgebracht. Die Temperatur bei e f muss größer, im Idealfall aber gleich groß sein wie die Vorwärmendtemperatur T_1 .

Bild 3.9

Prozess mit einfacher
Speisewasservorwärmung

a) Schaltbild
b) T,s -Diagramm



Der Dampf wird nicht etwa einer Zustandsänderung e f unterzogen. Vielmehr wird ein Teil, die Anzapfmenge vom Zustand e ausgehend ganz, also bis zum Zustand 1 kondensiert, während der restliche Dampf in der Turbine bleibt und bis zum Zustand 5 expandiert.

Wird für den Anzapfstrom gesetzt $\dot{m}_A = \mu \dot{m}$, worin $\dot{m}$ der Massenstrom am Turbineneintritt ist, so bleibt für den Durchsatz des Kondensators übrig $\dot{m}_K = (1 - \mu) \dot{m}$.

Damit und mit der spezifischen Wärmekapazität des Wassers c_{pw} gilt für den Vorwärmer (Bild 3.9 a) die Wärmebilanz

$$(1 - \mu) \dot{m} c_{pw} (T_1 - T_0) = \mu \dot{m} (h_e - h_1),$$

woraus der Anzapfmassenstrom berechnet wird

$$\frac{1}{\mu} = 1 + \frac{h_e - h_1}{c_{pw} (T_1 - T_0)}.$$

Mehrstufige Vorwärmung. Die Anzapfung zur Speisewasservorwärmung kann auch mehrfach angewendet werden (Bild 3.10 a und b). Ein thermodynamisches Ideal ist erreicht, wenn mit unendlich vielen Vorwärmstufen eine kontinuierliche Vorwärmung vorgesehen wird (Bild 3.10 c).

Denkt man sich in Bild 3.10 c das Flächenstück 0 1 b a links abgeschnitten und rechts wieder angefügt, so entsteht der stark ausgezogene Kreisprozess, der die Annäherung an den Carnot-Prozess deutlich macht. Der thermische Wirkungsgrad ist

$$\eta_{th} = 1 - \frac{T_0 (s_4 - s_1)}{h_4 - h_1} \quad (3.3)$$

und die mittlere Temperatur der Wärmezufuhr

$$T_m = \frac{h_4 - h_1}{s_4 - s_1}. \quad (3.4)$$

Optimierung. Die Frage, wie viele Vorwärmstufen vorzusehen sind, kann nicht allein nach thermodynamischen, sondern muss nach wirtschaftlichen Gesichtspunkten entschieden werden. Während der Aufwand angenähert linear mit der Zahl der Vorwärmer anwächst, wird die mit jeder weiteren Stufe erreichte Vergrößerung des Nutzens immer geringer. Als Anhalt kann etwa mit sechs bis zehn Vorwärmstufen gerechnet werden.

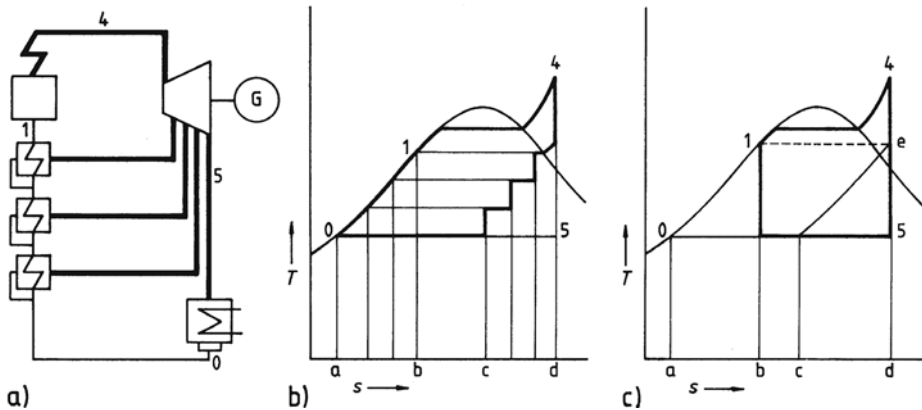
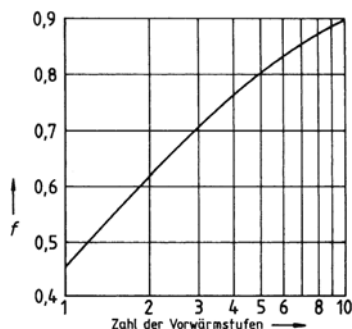


Bild 3.10 Prozess mit mehrfacher Speisewasservorwärmung
a) Schaltbild b) T,s -Diagramm bei 3 Vorwärmstufen
c) T,s -Diagramm bei kontinuierlicher Vorwärmung

Die Festlegung der günstigsten Vorwärmendtemperatur erfordert an sich eine aufwändige Optimierungsrechnung mit den übrigen Daten des Kreisprozesses. Bei einer zu weitgehenden Anzapfvorwärmung kann das Kesselabgas trotz Luftvorwärmung nicht mehr hinreichend abgekühlt werden, sodass die Rauchgasverluste ansteigen und den Gewinn des thermischen Wirkungsgrades wieder aufheben. Für Überschlagsrechnungen gilt mit dem Faktor f nach Bild 3.11



$$t_1 = t_0 + f(t_2 - t_0). \quad (3.5)$$

Bild 3.11
Faktor f zur Bestimmung der Vorwärmendtemperatur

Beispiel 3.2. Mit den in Beispiel 3.1 berechneten Prozessdaten soll die durch kontinuierliche Vorwärmung maximal erreichbare Wirkungsgradverbesserung ermittelt werden. Dazu soll angenommen werden, dass das Speisewasser bis auf die zum Kesseldruck gehörige Siedetemperatur vorgewärmt wird. Es bedarf wohl kaum einer Erwähnung, dass eine derartige Auslegung des Kreisprozesses nicht realisierbar ist. Das Beispiel verfolgt lediglich den Zweck abzuschätzen, welche Verbesserung maximal durch die regenerative Vorwärmung erreichbar ist.

Lösung. Aus Beispiel 3.1 wird übernommen:

$$t_0 = 32,88 \text{ °C}; \quad T_0 = 306,03 \text{ K}; \quad h_4 = 3425,43 \text{ kJ/kg}; \quad s_4 = s_5 = 6,4980 \text{ kJ/(kgK)}.$$

Mit dem Mollier-Programm wird zu 14,8 MPa berechnet oder aus der Sattdampf tabel interpoliert:

$$h_1 = h_2 = 1602,29 \text{ kJ/kg}; \quad s_1 = s_2 = 3,6722 \text{ kJ/(kgK)}.$$

Damit wird

$$\eta_{th} = 1 - \frac{306,03 \text{ K} (6,4980 - 3,6722) \text{ kJ/(kgK)}}{(3425,43 - 1602,29) \text{ kJ/kg}} = 0,526.$$

Also gegenüber dem vorigen Beispiel eine Verbesserung um $\Delta \eta_{th} = 0,526 - 0,437 = 0,089 = 8,9\%$.

3.2.3 Zwischenüberhitzung

Eine weitere Verbesserungsmöglichkeit besteht darin, die Expansion zu unterbrechen und den teilweise entspannten Dampf durch erneute isobare Wärmezufuhr wieder auf die Temperatur des Frischdampfes zu überhitzen. Dadurch wird Wärme auf einem relativ hohen Temperaturniveau zugeführt, und somit kann die mittlere Temperatur der Wärmezufuhr angehoben werden. Überdies wird ein höherer Kesseldruck möglich, ohne dass am Expansionsende eine zu hohe Dampfmasse entsteht. Nach Abschn. 3.2.1 sorgt aber auch ein hoher Kesseldruck für eine hohe mittlere Temperatur der Wärmezufuhr.

Bild 3.12 zeigt eine Anlage mit Zwischenüberhitzung und sechsstufiger Speisewasservorwärmung. Mit den Bezeichnungen dieser Abbildung sind

$$T_{m1,4} = \frac{h_4 - h_1}{s_4 - s_1} \quad T_{m5,6} = \frac{h_6 - h_5}{s_6 - s_5} \quad (3.6)$$

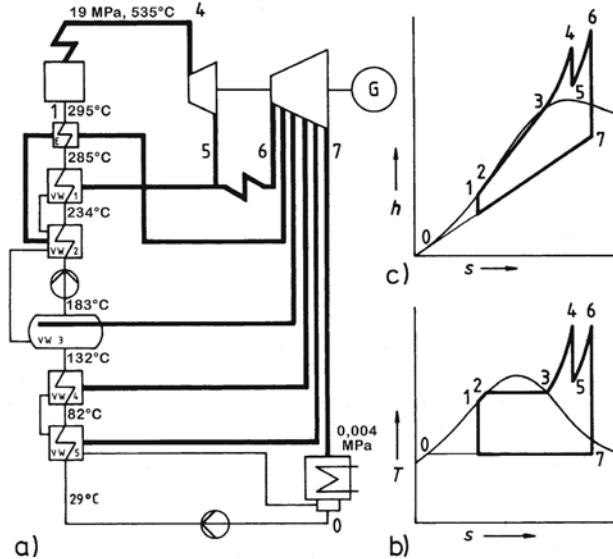
die Mitteltemperaturen der ersten und der zweiten Wärmezufuhr. Eine Verbesserung durch die Zwischenüberhitzung ist offenbar nur dann möglich, wenn $T_{m5,6} > T_{m1,4}$. Die günstigsten Verhältnisse sind erreicht, wenn

$$T_5 = T_m = \frac{(h_6 - h_5) + (h_4 - h_1)}{(s_6 - s_5) + (s_4 - s_1)}. \quad (3.7)$$

Die Zwischenüberhitzung kann auch mehrfach angewendet werden. Da aber die Kosten für eine Zwischenüberhitzerstufe beträchtlich sind, ist höchstens eine zweifache Zwischenüberhitzung üblich.

Beispiel 3.3. Für eine Anlage mit einfacher Zwischenüberhitzung sollen die Mitteltemperaturen und der thermische Wirkungsgrad berechnet werden und zwar ohne und mit kontinuierlicher Speisewasservorwärmung. Im Interesse guter Vergleichbarkeit mit den beiden vorigen Beispielen werden folgende Auslegungsdaten gewählt.

Frischdampfzustand	26 MPa, 540 °C
Zwischenüberhitzungsdruck	14,8 MPa, ZÜ-Temperatur 540 °C
Kondensationsdruck	0,005 MPa
Vorwärmendtemperatur	32,88 °C (keine Vorwärmung)
bzw.	341,08 °C (Sättigungstemperatur bei 14,8 MPa).

**Bild 3.12**

Anlage mit Zwischenüberhitzung

a) Schaltbild mit Zustandsgrößen zu Beispiel 3.4
E Enthitzer, VW 1 bis 4 Vorwärmer

b) T,s -Diagramm

c) h,s -Diagramm

Lösung.

$$\text{Gl. (3.6): } T_{m1,4} = \frac{h_4 - h_1}{s_4 - s_1} = \frac{(3294,21 - 152,61) \text{ kJ/kg}}{(6,1115 - 0,4763) \text{ kJ/(kg K)}} = 557,50 \text{ K} \quad (\text{ohne Vorwärmung})$$

$$\text{bzw. } T_{m1,4} = \frac{(3294,21 - 1602,29) \text{ kJ/kg}}{(6,1115 - 3,6722) \text{ kJ/(kg K)}} = 693,61 \text{ K} \quad (\text{mit Vorwärmung})$$

$$\text{Gl. (3.6): } T_{m5,6} = \frac{h_6 - h_5}{s_6 - s_5} = \frac{(3425,43 - 3131,33) \text{ kJ/kg}}{(6,4980 - 6,1115) \text{ kJ/(kg K)}} = 760,93 \text{ K} \quad (\text{in beiden Fällen})$$

$$\text{Gl. (3.7): } T_m = \frac{(h_6 - h_5) + (h_4 - h_1)}{(s_6 - s_5) + (s_4 - s_1)} = \frac{(3425,43 - 3131,33 + 3294,21 - 152,61) \text{ kJ/kg}}{(6,4980 - 6,1115 + 6,1115 - 0,4763) \text{ kJ/(kg K)}} = 570,55 \text{ K} \quad (\text{ohne Vorwärmung})$$

$$\text{bzw. } T_m = \frac{(3425,43 - 3131,33 + 3294,21 - 1602,29) \text{ kJ/kg}}{(6,4980 - 6,1115 + 6,1115 - 3,6722) \text{ kJ/(kg K)}} = 702,82 \text{ K} \quad (\text{mit Vorw.})$$

$$\eta_{th} = 1 - \frac{T_0}{T_m} = 1 - \frac{306,03 \text{ K}}{570,55 \text{ K}} = 0,464 \quad (\text{ohne Vorw.})$$

$$\text{bzw. } \eta_{th} = 1 - \frac{306,03 \text{ K}}{702,82 \text{ K}} = 0,565 \quad (\text{mit Vorw.}).$$

Zum besseren Vergleich sind die Ergebnisse der drei Idealprozesse der Beispiele 3.1 bis 3.3 in Tabelle 3.2 zusammengestellt. Zur Beurteilung dieser Ergebnisse wird der Carnot-Wirkungsgrad $\eta_C = 1 - T_0/T_4 = 1 - (306,03 \text{ K})/(813,15 \text{ K}) = 0,624$ herangezogen, der

bekanntlich die obere Grenze für den Wirkungsgrad der Energieumwandlung darstellt. Es wird deutlich, dass der günstigste Wert des Beispiels 3.3 dieser physikalisch gegebenen Grenze bereits sehr nahe kommt. Die im Dampfkraftprozess liegenden Möglichkeiten sind demnach weitgehend ausgeschöpft. Eine Wirkungsgradsteigerung ist demnach, wie erwähnt, nur durch die Wahl einer höheren Überhitzungstemperatur erreichbar. Die erreichbaren Grenztemperaturen liegen bei etwa 600 oder 700 °C wofür hochlegierte Stähle bzw Nickelbasislegierungen eingesetzt werden müssen. Eine Alternative dazu bietet die Kombination mit einem Gasturbinenprozess (Abschn. 4.2.5).

Tabelle 3.2 Vergleich der Idealprozesse (Beispiel 3.1 bis 3.3)

	T_m	η_{th}	η_{th}/η_c
Einfacher Prozess	543,43 K	0,437	0,700
Prozess mit Speisewasservorwärmung	645,18 K	0,526	0,843
Prozess mit Zwischenüberhitzung	570,55 K	0,464	0,744
Prozess m. Vorw. u. Zwischenüberhitzung	702,82 K	0,565	0,905

3.2.4 Der wirkliche Prozess

Ergänzend zu den bisher behandelten Idealprozessen soll jetzt noch ein Kreisprozess unter Berücksichtigung der verschiedenen Verluste durchgerechnet werden. Die Ergebnisse einer solchen Untersuchung stellen die Grundlage für die Turbinenauslegung dar. Insbesondere ist die Berechnung der Massenströme wichtig, die in den verschiedenen Teilen der Turbine wegen der Anzapfungen unterschiedlich sind.

Beispiel 3.4. Als Grundlage für die Berechnung dient der Schaltbildentwurf (Bild 3.12). Von vornherein sind gegeben:

Frischdampfzustand 19 MPa, 535 °C
 Kondensationsdruck 0,004 MPa
 Leistung an den Generatorklemmen 100 MW.

Zwischenüberhitzungsdruck. Mit dem Mollier-Programm bzw. Der Sattedampftafel (Tabelle 9.2) wird zu 19 MPa eine Sättigungstemperatur $t_2 = 361,5 \text{ °C}$ und zu 0,004 Mpa $t_0 = 29,0 \text{ °C}$ ermittelt. Mit $f = 0,8$ bei 5 Vorwärmstufen wird damit nach Gl. (3.5):

$$t_1 = t_0 + f(t_2 - t_0) = 29,0 \text{ °C} + 0,8 (361,5 - 29,0) \text{ °C} = 295,0 \text{ °C}.$$

Damit ist: $h_1 = 1317,03 \text{ kJ/kg}$; $s_1 = 3,2076 \text{ kJ/(kgK)}$

und $h_4 = 3363,25 \text{ kJ/kg}$; $s_4 = 6,3191 \text{ kJ/(kgK)}$.

Mit Gl. (3.6) wird

$$T_{m1,4} = \frac{h_4 - h_1}{s_4 - s_1} = \frac{(3363,25 - 1317,03) \text{ kJ/kg}}{(6,3191 - 3,2076) \text{ kJ/(kgK)}} = 657,6 \text{ K} \quad \text{entsprechend} \quad 384,5 \text{ °C}.$$

Der Zwischenüberhitzungsdruck soll nun nach Gl. (3.7) so gewählt werden, dass $T_5 \approx T_m$. Durch die Zwischenüberhitzung wird T_m etwas größer werden als $T_{m1,4}$, geschätzt wird $T_m = 667\text{K}$ entsprechend $394\text{ }^\circ\text{C}$.

Der Druckverlust zwischen dem Kessel und der Turbine wird auf 10 % des Frischdampfdruckes geschätzt, sodass $p_4 = 17\text{MPa}$. Ferner wird ein innerer Wirkungsgrad für den Hochdruckteil der Turbine $\eta_i = 0,85$ angenommen. Für den noch unbekannten Druck p_5 werden nun verschiedene Werte angenommen und die jeweilige Temperatur t_5 berechnet und mit dem angenommenem Wert von $394\text{ }^\circ\text{C}$ verglichen.

Tabelle 3.3 Berechnung der Temperatur vor der Zwischenüberhitzung

p_5	MPa	6	7	8	7,5	Annahme
h_{5s}	kJ/kg	3033,62	3073,00	3108,22	3091,07	Programm
Δh_s	kJ/kg	329,63	290,25	255,03	272,18	$h_4 - h_{5s}$
Δh	kJ/kg	280,19	246,71	216,78	231,35	$\eta_i \Delta h_s$
h_5	kJ/kg	3083,06	3116,54	3146,47	3131,90	$h_4 - \Delta h$
t_5	$^\circ\text{C}$	364,0	384,4	402,7	393,7	Programm

Offenbar ist der Zwischenüberhitzungsdruck mit $p_5 = 7,5\text{MPa}$ richtig gewählt. Zur Kontrolle wird noch T_m nach Gl. (3.7) nachgerechnet

$$t_m = \frac{(h_6 - h_5) + (h_4 - h_1)}{(s_6 - s_5) + (s_4 - s_1)} = \frac{(3490,48 - 3131,90 + 3363,25 - 1317,03)\text{kJ/kg}}{(6,8698 - 6,3810 + 6,3191 - 3,2076)\text{kJ/(kgK)}} = 667,9\text{K}$$

entsprechend $394,8\text{ }^\circ\text{C}$, also nur unwesentlich anders als angenommen.

Vorwärmung. Die erste Anzapfung liegt am Austritt der Hochdruck-Teilturbine. Zum dort vorhandenen Druck von $7,5\text{MPa}$ gehört die Sättigungstemperatur $290,5\text{ }^\circ\text{C}$. Bei einer Temperaturspanne von 5 K für die Wärmeübertragung kann das Speisewasser auf $285,5\text{ }^\circ\text{C}$ vorgewärmt werden. Die übrigen Anzapfstellen werden so gelegt, dass die Temperaturdifferenz von $29,0$ auf $285,5\text{ }^\circ\text{C}$ auf fünf etwa gleiche Teile aufgeteilt wird. Damit liegen die Speisewassertemperaturen zwischen den Vorwärmern fest. Die Anzapfdrucke werden nun so gewählt, dass die zugehörigen Kondensations-temperaturen immer um ca. 5 K höher liegen.

Tabelle 3.4 Zustandsgrößen an den Anzapfstellen (Beispiel 3.4)

Nr		5	a	b	c	d	Bemerkungen
t	$^\circ\text{C}$	291	239	188	137	86	Anzapfzustand Kondensat
p	MPa	7,5	3,3	1,2	0,33	0,06	
h	kJ/kg	3157	3332	3111	2873	2616	
h'	kJ/kg	1293	1034	799	576	360	

Die Enthalpien des Anzapfdampfes wurden nach Annahme einer vorläufigen Expansionskurve berechnet. Zwischen dem Hochdruck und dem Niederdruckteil der Turbine wurde ein Druckverlust von 10% angenommen und der innere Wirkungsgrad des Niederdruckteils auf 85% geschätzt.

Für die einzelnen Vorwärmer lassen sich nun die Wärmebilanzen aufstellen und daraus die Mengenströme berechnen (Bild 3.13 b).

$$\text{VW 1: } (1257 - 1012) \text{ kJ/kg} = \mu_1 (3157 - 1293) \text{ kJ/kg}; \mu_1 = 0,131$$

$$\text{VW 2: } (1012 - 786) \text{ kJ/kg} = \mu_2 (2803 - 1034) \text{ kJ/kg} + \mu_1 (1293 - 1034) \text{ kJ/kg}; \mu_2 = 0,109$$

$$\text{VW 3: } 786 \text{ kJ/kg} = (1 - \mu_1 - \mu_2 - \mu_3) 555 \text{ kJ/kg} + (\mu_1 + \mu_2) 1034 \text{ kJ/kg} + \mu_3 3111 \text{ kJ/kg}; \mu_3 = 0,045$$

$$\text{VW 4: } (1 - \mu_1 - \mu_2 - \mu_3) (556 - 343) \text{ kJ/kg} = \mu_4 (2873 - 576) \text{ kJ/kg}; \mu_4 = 0,069$$

$$\text{VW 5: } (1 - \mu_1 - \mu_2 - \mu_3) (343 - 122) \text{ kJ/kg} = \mu_5 (2612 - 360) \text{ kJ/kg} + \mu_4 (576 - 360) \text{ kJ/kg}; \mu_5 = 0,064$$

$$\text{Enthitzer: } h_1 - 1257 \text{ kJ/kg} = \mu_2 (3332 - 2803) \text{ kJ/kg}; h_1 = 1315 \text{ kJ/kg}; t_1 = 296^\circ \text{C}.$$

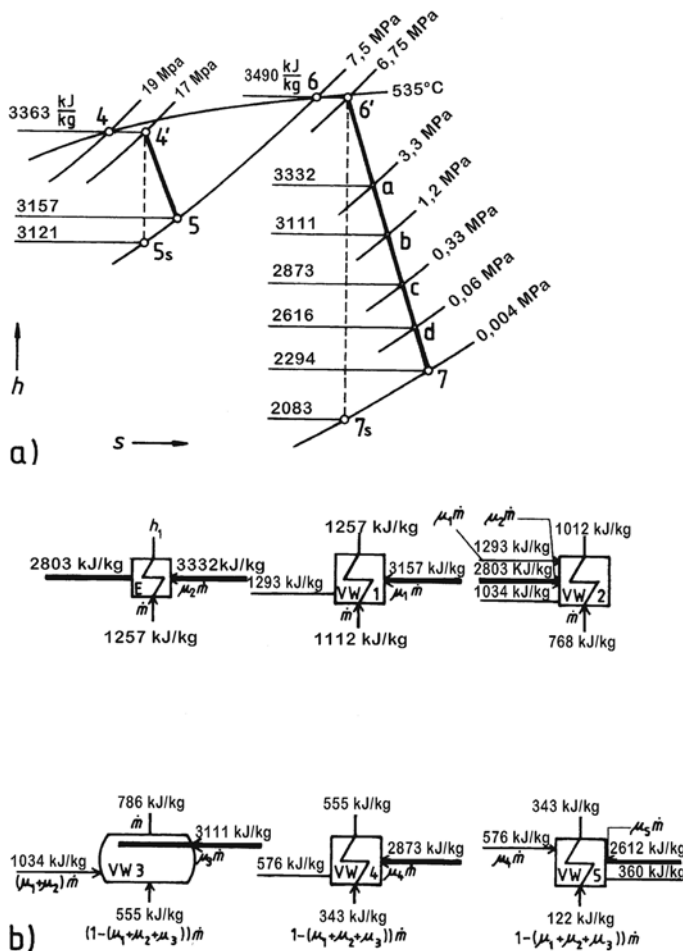


Bild 3.13 zu Beispiel 3.4

a) h,s -Diagramm

b) Vorwärmer mit Stoffströmen und Enthalpien

Leistung, Massenstrom und Wirkungsgrad. Durch die Anzapfungen wird die Turbine in sechs Teile unterteilt, durch die unterschiedliche Massenströme fließen. In Tabelle 3.5 sind diese Teilturbinen mit ihren jeweiligen inneren Enthalpiefällen, Massenströmen und Teilleistungen aufgelistet.

Tabelle 3.5 Innere Enthalpiegefälle, Massenströme und Leistungen der Teilturbinen (Beispiel 3.4)

j	Abschnitt	Δh_{ij}	$\dot{m}_j/\dot{m}$	$P_{ij}/\dot{m}$
		kJ/kg	1	kWs/kg
0	4 bis 5	206	1,000	206,0
1	6 bis a	158	0,869	137,3
2	a bis b	221	0,760	168,0
3	b bis c	239	0,715	170,9
5	c bis d	257	0,646	166,0
5	d bis 7	322	0,582	187,4
Σ			$P_i/\dot{m} = 1035,6$	

Die zuzuführende Wärme ist gleich

$$q_{zu} = (h_4 - h_1) + (1 - \mu_1)(h_6 - h_5) = (3363 - 1315) \text{ kJ/kg} + 0,869(3490 - 3157) \text{ kJ/kg} \\ = 2337 \text{ kJ/kg}.$$

Damit wird der innere thermische Wirkungsgrad des Kreisprozesses

$$\eta_{thi} = \frac{\Sigma(P_{ij}/\dot{m})}{q_{zu}} = \frac{1036 \text{ kJ/kg}}{2337 \text{ kJ/kg}} = 0,443.$$

Damit ist der Kreisprozess vollständig berechnet. Die Ergebnisse können allerdings nur als vorläufig gültig betrachtet werden. Zahlreiche Daten konnten nur geschätzt werden. Da z. B. die Stufeneinteilung der Turbine noch nicht vorliegt, und deren innerer Wirkungsgrad nur ganz pauschal angenommen wurde, bedarf es noch einer Korrektur, sobald diese Daten endgültig vorliegen. Ein anderes Beispiel sind die angenommenen Temperaturspannen für die Wärmeübergänge in den Vorwärmern. Erst wenn die erforderlichen Heizflächen berechnet sind, kann man sicher sein, ob sie überhaupt einzuhalten sind.

3.2.5 Der Sattedampfprozess

Der bisher beschriebene Kreisprozess, bei dem die Expansion in der Turbine im Überhitzungsgebiet liegt und nur geringfügig in das Nassdampfgebiet eindringt, findet Anwendung bei Anlagen mit fossil gefeuerten Dampferzeugern, also z. B. mit Kohle, Öl oder Erdgasfeuerung. Er wäre auch in Kernkraftwerken mit gasgekühlten Hochtemperaturreaktoren oder mit Natrium gekühlten schnellen Brutreaktoren denkbar. Bei den in Deutschland vorhandenen Kernkraftwerken des Druck- und Siedewassertyps, bei denen der Reaktor mit Wasser moderiert und gekühlt wird, ist die Erzeugung überhitzten Dampfes nicht möglich, sodass mit Sattedampf gearbeitet werden muss.

Der vereinfachte Schaltplan eines Druckwasser-Reaktor-Kraftwerks (Bild 3.14) zeigt folgende Unterschiede zur konventionellen Anlage (Bild 3.12): Im Dampferzeuger wird Sattedampf, bzw. Nassdampf mit der geringen Feuchtigkeit von etwa 0,05 % erzeugt. Um ein unzulässiges Anwachsen der Feuchtigkeit bei der Expansion zu vermeiden, wird zwischen den beiden Teilturbinen ein Wasserabscheider vorgesehen, der die Flüssigkeit

vom Dampf abtrennt. Der getrocknete Dampf behält eine Restfeuchte von wiederum etwa 0,05 %. In diesem Beispiel wird der getrocknete Dampf zusätzlich zwischenüberhitzt, wobei die erforderliche Wärme einer zu diesem Zweck abgezweigten Teilmenge des Frischdampfes entzogen wird.

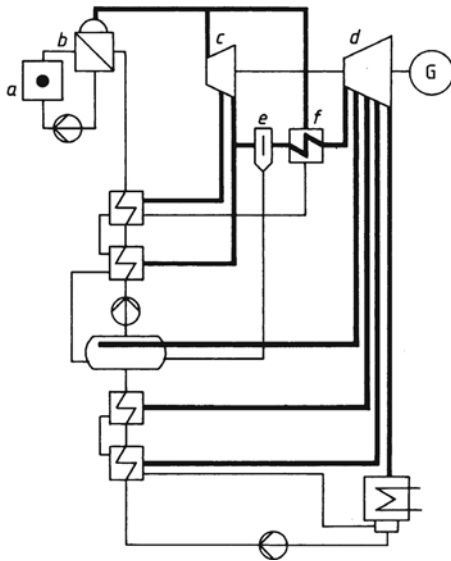


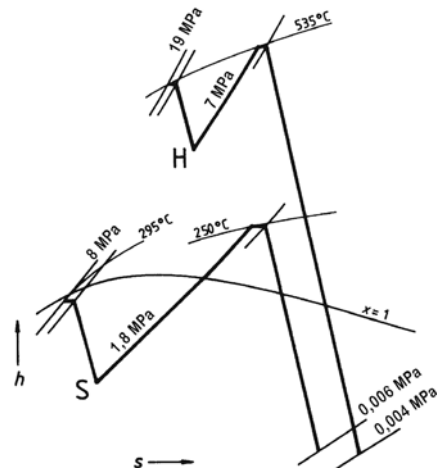
Bild 3.14

Schaltbild eines Kraftwerks mit Druckwasserreaktor

- a) Reaktor
- b) Dampferzeuger
- c) Sattdampfturbine
- d) Niederdruckturbine
- e) Wasserabscheider
- f) Zwischenüberhitzer

Im Gegensatz zur rauchgasbeheizten Zwischenüberhitzung (Abschn. 3.2.3) verbessert diese Maßnahme den thermischen Wirkungsgrad der Anlage nicht, vermindert ihn sogar. Die folgende Überlegung macht das deutlich. Die Wärme des zur Zwischenüberhitzung benutzten Frischdampfes wird ursprünglich bei der Temperatur T_2 im Dampferzeuger zugeführt. Im Zwischenüberhitzer wird sie jedoch bei der geringeren mittleren Temperatur $T_{m5,6} = (h_6 - h_5)/(s_6 - s_5)$ auf den zwischenüberhitzten Dampf übertragen und so teilweise entwertet. Der Verlust ist aber gering und wird dadurch wieder ausgeglichen, oft sogar überkompensiert, dass der Wirkungsgrad der Niederdruckturbine durch die geringere Dampffuchtigkeit verbessert wird.

Mit vergleichbaren Annahmen zum Beispiel 3.4 wurde die Anlage (Bild 3.14) durchgerechnet. Es ergibt sich ein thermischer Wirkungsgrad $\eta_{th} = 0,349$. Wegen des geringeren Temperaturniveaus ist der Wirkungsgrad niedriger als bei der Heißdampfanlage. Zum weiteren Vergleich der beiden Beispiele sind in Bild 3.15 die Expansionslinien einander gegenübergestellt. Da bei der Sattdampfanlage das Enthalpiegefälle kleiner ist, erfordert die gleiche Leistung einen größeren Massenstrom. Erst recht erhöht sich der Volumenstrom, da wegen der geringeren Drücke die spezifischen Volumina größer sind.

**Bild 3.15**

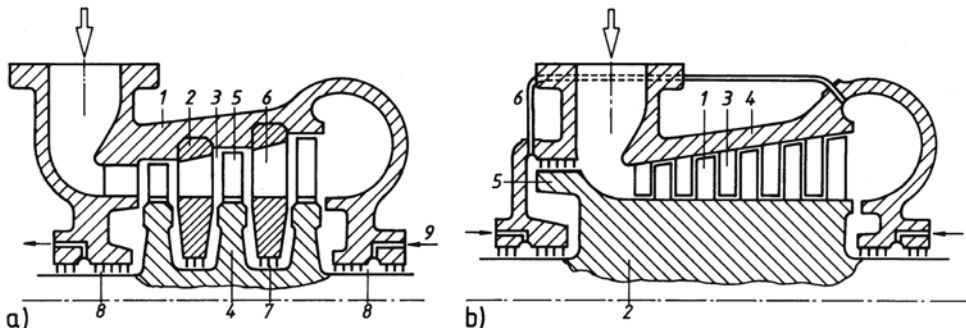
Vergleich der Expansionen einer Heißdampf-Turbine (H) und einer Satttdampfturbine (S)

3.3 Übersicht über Turbinenbauarten

3.3.1 Kammerturbinen und Trommelturbinen

Moderne Dampfturbinen sind von ganz kleinen einstufigen Maschinen abgesehen mehrstufige, meist axiale Turbinen. Dabei sind zwei Grundtypen zu unterscheiden, die gewöhnlich als Gleichdruck- und Überdruckturbinen bezeichnet werden. Da aber Gleichdruckturbinen im eigentlichen Wortsinn, nämlich solche mit dem Reaktionsgrad Null, im Dampfturbinenbau fast gar nicht vorkommen, sind die Bezeichnungen Kammerturbine und Trommelturbine treffender.

Kammerturbinen. Das Gehäuse (Position 1 in Bild 3.16 a) wird durch Zwischenböden (2), die aus Montagegründen in der Horizontalebene teilbar sind, in mehrere Kammern eingeteilt. In jeder von ihnen läuft ein scheibenförmiges Laufrad (4), an dessen Umfang die Laufschaufeln (5) angebracht sind, während die Leitschaufeln (6) in die Zwischenböden eingesetzt sind. Ein Vorteil der Kammerbauart liegt darin, dass die Zwischenböden an ihrem Innenrand recht wirkungsvoll mittels Labyrinthen (7) gegen die Welle abgedichtet werden können (Abschn. 3.5.4). Da der Dichtungsdurchmesser klein ist, werden auch die Spaltquerschnitte und damit die Spaltverlustströme klein. Dichtungen der gleichen Art werden auch als äußere Wellendichtungen (8) eingesetzt. Zwar ergeben sie keinen wirklich dichten Abschluss, aber bei den hohen Umfangsgeschwindigkeiten und Temperaturen thermischer Strömungsmaschinen kommen nur solche berührungsfreien Dichtungen in Frage. In die abdampfseitige Dichtung wird gegebenenfalls Sperrdampf (9) eingeführt, um das Eindringen von Luft zu verhindern.

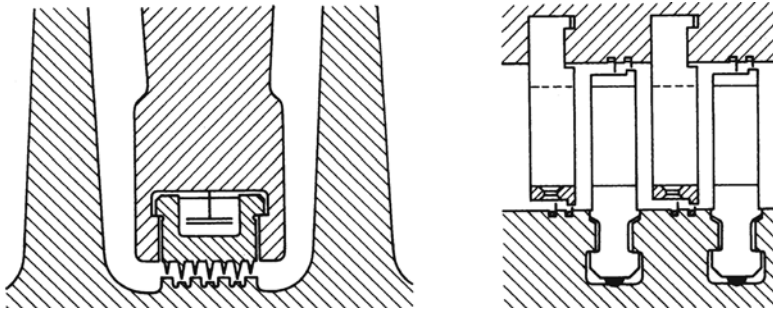
**Bild 3.16** Bauformen von Dampfturbinen

a) Kammerturbine b) Trommelturbine

Erläuterungen im Text

Der Aufwand für eine Kammerstufe und die axiale Baulänge sind groß. So wird diese Bauart nur bei geringen Reaktionsgraden, also großem Stufengefälle und damit geringer Stufenzahl verwendet. Der Druckunterschied zwischen beiden Seiten einer Laufradscheibe ist bei kleinem Reaktionsgrad gering oder im Grenzfall gleich Null. Der auf den Läufer ausgeübte Axialschub bleibt somit klein und kann von einem Axiallager aufgenommen werden.

Trommelturbinen. Die Laufschaufeln (Position 1 in Bild 3.16 b) sind am Umfang eines trommelförmigen Läufers (2) angeordnet. Die Leitschaufeln (3) sind entweder direkt in das Gehäuse (4) oder in einen besonderen Leitschaufelträger eingesetzt. Wenn die Schaufeln frei enden, muss zwischen den Blattspitzen und dem Läufer bzw. dem Gehäuse ein enger Spalt eingehalten werden. Die Schaufeln können aber auch mit Deckbändern versehen werden, an denen Labyrinthdichtungen untergebracht werden (Bild 3.17 b). Da die Dichtspalte aber auf großen Radien sitzen, sind die Spaltverlustströme in jedem Fall erheblich größer als bei Kammerturbinen. Wegen des höheren Reaktionsgrades, etwa $r = 0,5$ ergeben sich aber günstigere Strömungswege in den Schaufelkanälen und damit bessere Wirkungsgrade. Die axiale Baulänge und der Bauaufwand für eine einzelne Stufe sind geringer, die Stufenzahl muss allerdings größer sein, weil Reaktionsstufen ein kleines Gefälle verarbeiten.

**Bild 3.17** Innendichtungen

- a) am Zwischenboden einer Kammerturbine (Escher Wyss)
- b) an den Deckbändern einer Trommelturbine (Siemens)

Der in der Beschaufelung auftretende Axialschub ist beträchtlich. Um ihm entgegenzuwirken, wird ein Ausgleichkolben (5) vorgesehen und auf seine Vorderseite über eine Verbindungsleitung (6) der Druck des Austrittsstutzens gegeben. Bei richtiger Dimensionierung wird der auf den Ausgleichkolben wirkende Achsschub gerade den entgegengesetzten Schub der Läufertrommel aufheben. An seinem Umfang muss der Kolben durch Labyrinth abgedichtet werden, wobei ein weiterer Spaltverlust entsteht. Bei symmetrischer Anordnung einer zweiflutigen Maschine kann auf den Ausgleichkolben verzichtet werden, oder wenn mehrere Teilturbinenläufer so gegeneinander geschaltet werden, dass ihre Achsschübe einander aufheben.

Regelstufen. Als Stellglied für die Regelung wird den Trommel- und den Kammerturbinen oft eine teilbeaufschlagte Gleichdruckstufe in einfacher oder in Curtis-Bauart vorgeschaltet, bei der der Beaufschlagungsgrad durch das Zu- und Abschalten von Düsengruppen veränderbar ist (Bild 3.18). Der Dampf gelangt dabei vom Einströmkasten (1) über die Ventile (2) in die Kammern (3) durch die Düsensegmente (4) zum Laufrad (5).

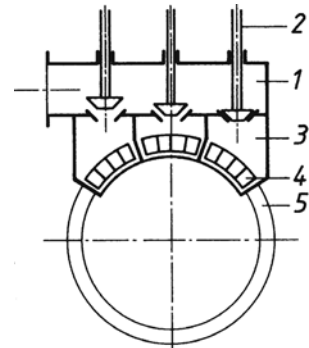


Bild 3.18
Regelstufe
Erläuterungen im Text

3.3.2 Kraftwerksturbinen

Dampfturbinen werden bis zu den größten Leistungen gebaut, die von keiner anderen Kraftmaschine auch nur annähernd erreicht werden. Zur Zeit liegt die Leistungsgrenze bei 1300 MW. Der Übergang zu noch größeren Leistungen erscheint möglich, falls dafür ein Bedarf entstehen sollte.

Aufbau. Derart große Maschinen gibt es nur in den Kraftwerken der öffentlichen Energieversorgung. Im Interesse guter Wirkungsgrade sind die Turbinen nach Abschn. 3.2 für hohe Eintrittsdrücke und -temperaturen und niedere Kondensationsdrücke ausgelegt. Daraus ergeben sich sehr große spezifische Enthalpiegefälle, so z. B. mit den Daten des Beispiels 3.4 $\Delta h_s = 1693 \text{ kJ/kg}$. Das ist etwa das hundertfache des Gefälles der langsamläufigsten Wasserturbinen des Pelton-Typs. Trotz der Schwächen eines solchen Vergleichs wird dadurch doch deutlich, dass Dampfturbinen großer Leistung viele Stufen haben müssen. Bei modernen Großturbinen ist die Zahl der Stufen so groß, dass sie nicht mehr in einem Gehäuse untergebracht werden kann. Vielmehr werden die Maschinen aus mehreren Teilturbinen aufgebaut. Wegen des starken Anwachsens der Volumina bei der Expansion müssen die Strömungsquerschnitte entsprechend zunehmen. Damit nicht unzulässig lange Schaufeln entstehen, werden die Niederdruckteilturbinen mehrflutig mit zwei bis sechs Fluten ausgeführt. Noch mehr als sechs Endstufen parallel zu schalten, erweist sich als nicht wirtschaftlich. Ist der Volumenstrom so groß, dass er auch bei sechsflutiger Ausführung und mit den größten ausführbaren Schaufellängen von etwa 1200 mm nicht mehr durchgesetzt werden kann, so muss von der sonst üblichen Drehzahl von $n = 50$ bzw. 60 1/s auf die nächste Synchrondrehzahl, also je nach der Netzfrequenz auf 25 bzw. 30 1/s heruntergegangen werden. Bei gleicher Fliehkraftbeanspruchung, also gleicher Umfangsgeschwindigkeit kann der Durchmesser doppelt und der Durchflussquerschnitt viermal so groß ausgeführt werden.

Viergehäusige Kraftwerksturbine. Die Turbine (Bild 3.19) ist für die Leistungsklasse von 600 bis 800 MW charakteristisch.

Gesamtanordnung. Die Maschine ist viergehäusig und besteht aus einem einflutigen Hochdruckteil, einem zweiflutigen Mitteldruckteil und einem vierflutigen Niederdruckteil. Die Zwischenüberhitzung liegt zwischen dem Hochdruck- und dem Mitteldruckteil. Die Beschaufelung ist nach dem Überdruckprinzip gestaltet und dementsprechend ist die Maschine eine Trommelturbine.

Die Wellen aller Teilturbinen sind geschmiedete Einstückwellen, die starr miteinander und mit der Generatorwelle gekuppelt sind. Während häufig jede Teilturbine zwei Radiallager und der ganze Wellenstrang ein Axiallager hat, ist bei der abgebildeten Maschine zwischen je zwei Teilturbinen nur ein Radiallager vorgesehen, von denen eines ein kombiniertes Radial-Axiallager ist. Durch diese Konstruktion wird an axialer Baulänge gespart, und es wird die Beeinflussung des statisch unbestimmt gelagerten Wellenstranges durch etwaige Verformungen des Fundamentes verringert.

Das Axiallager liegt zwischen dem Hochdruck- und dem Mitteldruckteil. Dadurch bleiben die Relativdehnungen zwischen Läufer und Gehäuse dort klein, und die Axialspiele können bei den kürzesten Schaufellängen am kleinsten gehalten werden.

Hochdruckturbine. Das zweischalige Gehäuse besteht aus warmfestem Stahlguss. Das Innengehäuse ist wärmebeweglich in das Außengehäuse eingehängt. Bei Temperaturänderungen kann sich das Innengehäuse ähnlich wie der Läufer frei dehnen, und so bleiben die Relativbewegungen zwischen beiden klein. Der Dampfzustand zwischen beiden Gehäuseschalen gleicht dem hinter den ersten Turbinenstufen, da dort Druckausgleichbohrungen im Innengehäuse vorhanden sind. Dadurch wird das Innengehäuse entlastet, und das Außengehäuse braucht nicht dem vollen Frischdampfzustand, sondern nur einem um etwa 4 MPa und 20 K verringertem Zustand standzuhalten.

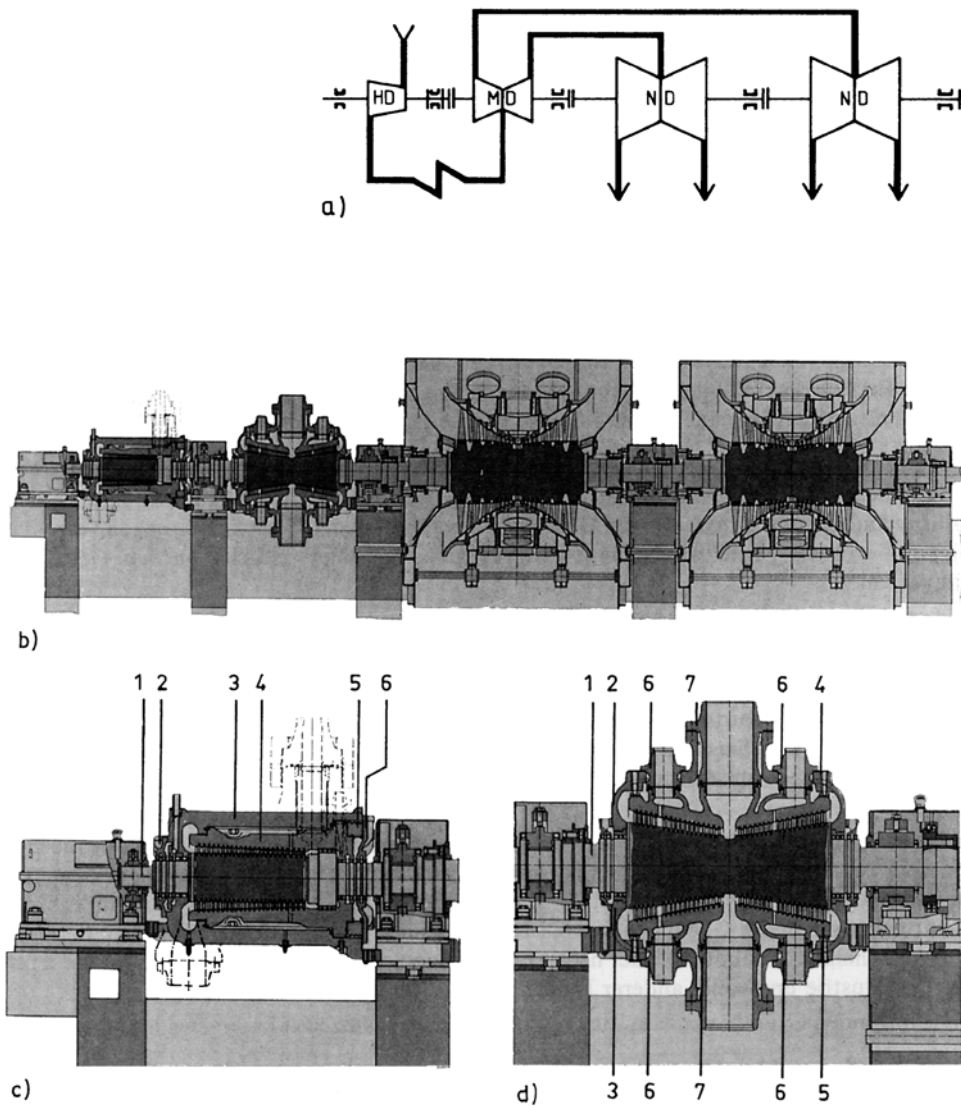


Bild 3.19 Viergehäuseige Kraftwerksturbine (KWU)

a) Prinzipdarstellung HD, MD, ND Hochdruck-, Mitteldruck-, Niederdruck-Teilturbine

b) Gesamtanordnung

c) Hochdruckturbine

1 Läufer

2 Wellendichtungsdeckel

3 Außengehäuse in Topfbauweise

4 Innengehäuse

5 Gewindering

6 Gehäusedeckel

d) Mitteldruckturbine

1 Läufer

2 Außengehäuse Oberteil

3 Außengehäuse Unterteil

4 Innengehäuse Oberteil

5 Innengehäuse Unterteil

6 Anzapfeinsatz

7 Einströmeinsatz

Das Außengehäuse ist ein sogenanntes Topfgehäuse, bei dem die sonst erforderlichen axialen Teilungsflansche vermieden werden. So entsteht eine besonders kompakte weitgehend rotations-symmetrische Form. Der Vorteil besteht vor allem darin, dass die bei schnellen Leistungs- und Temperaturänderungen entstehenden Wärmespannungen gering bleiben und Ausrichtänderungen durch asymmetrische Gehäuseverformungen vermieden werden. Das Innengehäuse muss selbstverständlich horizontal teilbar sein, da man sonst den Läufer nicht einlegen könnte.

Mitteldruckturbine. Das Gehäuse ist ebenfalls zweischalig, aber horizontal geteilt. Um auch hier ein günstiges Dehnungsverhalten bei Temperaturänderungen zu erreichen, wurde großer Wert auf eine kompakte und möglichst symmetrische Gestaltung gelegt. Unter anderem wird das durch die Anordnung von vier Abströmstützen auf jeder Seite des zweiflutigen Gehäuses, insgesamt also acht, erreicht. Es kann so auf große Gehäusequerschnitte verzichtet werden, und es werden Materialanhäufungen vor allem im kritischen Bereich der Teilfugenflansche vermieden. Die Ringräume und die Gehäusestützen für den Anzapfdampf sind in der Abbildung zu erkennen.

Niederdruckturbine. Die beiden aus Stahlblech geschweißten Gehäuse sind im Wesentlichen durch den Außendruck belastet. Sie werden durch Ringkastenträger in den Stirnwänden und durch innere Einbauten versteift. Die Überströmleitungen, die den Dampf von der Mitteldruckturbine aus zuführen, liegen hier seitlich neben den Gehäusen.

3.3.3 Industrieturbinen

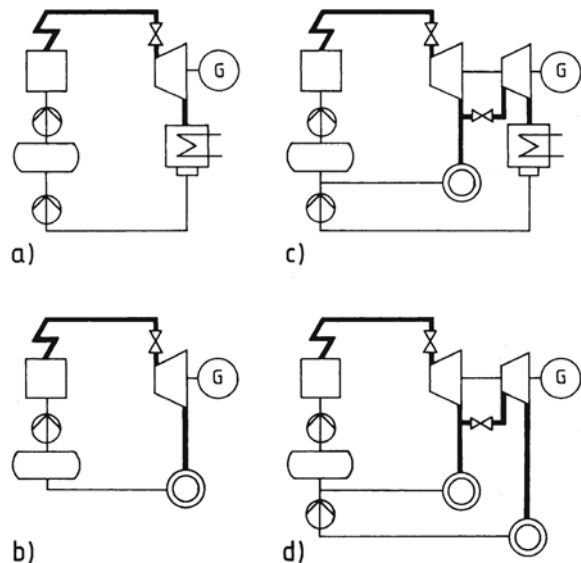
Als Industrieturbinen werden Maschinen kleiner bis mittlerer Leistung etwa bis zu 60 MW bezeichnet. Sie dienen in kommunalen Kraftwerken oder in den Kraftstationen der Industriebetriebe zum Antrieb von Generatoren aber auch von Pumpen, Verdichtern und dergleichen.

Dampfkraftanlagen sind immer dann besonders wirtschaftlich, wenn die Erzeugung mechanischer Leistung mit der Bereitstellung von Wärme kombiniert wird. Gerade bei kleineren Leistungen ist eine solche „Kraft-Wärme-Kopplung“ oft durchführbar. Außer dem Wärmebedarf für die Gebäudeheizung ist hier an die Wärme zu denken, die viele Betriebe der chemischen Industrie, der Holzverarbeitenden und der Papierindustrie, der Lebensmittelindustrie und vieler anderer Industriezweige für ihre Produktion benötigen.

Die folgenden Grundtypen von Turbinenschaltungen lassen sich unterscheiden (Bild 3.20):

Kondensationsturbine. Die Schaltung (Bild 3.20 a) ist die gleiche wie für die Kraftwerksturbinen großer Leistung, doch wird auf die Zwischenüberhitzung gewöhnlich verzichtet. Es wird nur mechanische Leistung erzeugt, gegebenenfalls unter Ausnutzung der Abwärme eines anderen Prozesses, falls diese bei hinreichend hoher Temperatur verfügbar ist. Die Abwärme des Turbinenprozesses wird bei möglichst niedriger Temperatur an das Kondensatorkühlwasser abgegeben. Bei gegebenem Frischdampfzustand werden mit einer Kondensationsturbinenanlage die größtmöglichen Enthalpiegefälle erreicht.

Gegendruckturbine. Am Turbinenausstritt (Bild 3.20 b) steht der Dampf unter einem Druck, der höher ist als der Atmosphärendruck. Die Dampftemperatur ist entsprechend hoch. Das Enthalpiegefälle wird dadurch zwar kleiner als bei der Kondensationsturbine, die Abwärme wird aber einem Wärmeverbraucher zugeführt. Auf diese Weise wird die gesamte im Frischdampf enthaltene Energie mit hohem Wirkungsgrad ausgenutzt. Der Dampfmassenstrom muss sich nach dem Bedarf des Wärmeverbrauchers richten, die erzeugte Leistung kann demnach nicht beeinflusst werden.

**Bild 3.20**

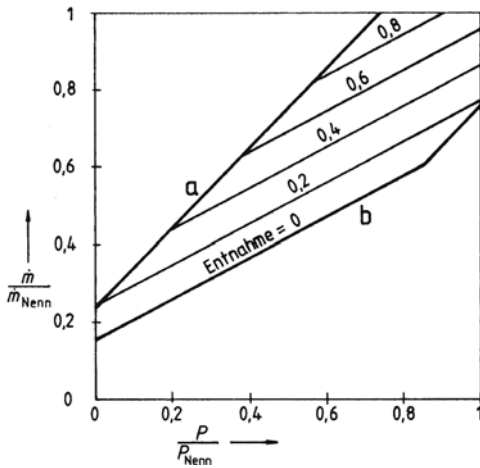
Schaltungen von Industrieturbinen

- a) Kondensationsturbine
- b) Gegendruckturbine
- c) Entnahmekondensationsturbine
- d) Entnahmegegendruckturbine

Entnahmekondensationsturbine. Als Kombination (Bild 3.20 c) der beiden zuvor beschriebenen Typen wird einer Gegendruckturbine eine Kondensationsturbine geringerer Schluckfähigkeit nachgeschaltet. Die beiden Teilturbinen können auch in einem gemeinsamen Gehäuse untergebracht sein. Sie sind dann durch eine Trennwand im Gehäuseinneren gegen einander abgegrenzt. Mit einer Entnahmeturbine lässt sich sowohl der Dampfmengestrom für den Wärmeverbraucher als auch die erzeugte Leistung an den jeweiligen Bedarf anpassen.

Von einer Anzapfung (Abschn. 3.2.2) unterscheidet sich die Entnahme dadurch, dass der Dampfdruck an der Entnahmestelle durch Regelventile konstant gehalten wird. An einer Anzapfstelle gibt es keine solchen Ventile, und der Druck ändert sich mit der Belastung der Turbine.

Die Betriebsgrenzen einer Entnahmeturbine sind der reine Kondensationsbetrieb, bei dem die Entnahmeleitung geschlossen ist, und der Gegendruckbetrieb, bei dem außer einer minimalen Kühldampfmenge für den Kondensationsteil fast der gesamte Massenstrom entnommen wird. Die erwähnte Mindestmenge ist nötig, weil die unvermeidlichen Verluste den im Gehäuse stagnierenden Dampf sonst in unzulässiger Weise aufheizen würden. Die zwischen diesen Grenzen möglichen Betriebsverhältnisse werden in einem Entnahmediagramm (Bild 3.21) dargestellt. Kurve a bedeutet den reinen Gegendruckbetrieb, sie stellt also den Leistungsanteil der Hochdruckteilturbine dar. Kurve b gibt die Summenleistung beider Teilturbinen im reinen Kondensationsbetrieb wieder. In diesem Beispiel wird im Gegendruckbetrieb eine Leistung von 75 % der Volllast und im Kondensationsbetrieb von 85 % erreicht. Der Niederdruckteil kann nur 60 % der maximalen Frischdampfmenge aufnehmen. Die volle Nennleistung der Maschine kann in diesem Beispiel nur im Entnahmebetrieb erreicht werden, da erst dann die größere Schluckfähigkeit der Hochdruckteilturbine ausgenutzt wird.

**Bild 3.21**

Entnahmediagramm

a) Gegendruckbetrieb

b) Kondensationsbetrieb

Entnahmegegendruckturbine. Dieser Turbinentyp entspricht der Entnahmekondensationsturbine, hat aber am Austritt keinen Kondensator sondern einen weiteren Wärmeverbraucher. Es können somit zwei Heizdampfnetze unterschiedlichen Druck- und Temperaturniveaus mit Dampf versorgt werden.

Baukastensysteme. Die vielfältigen Aufgaben erfordern eine große Zahl unterschiedlicher Konstruktionen. Um mit einer begrenzten Zahl von Standardtypen möglichst viele auftretende Bedarfsfälle abdecken zu können, haben die Turbinenfabriken Baureihen entwickelt, die sich bei weitgehender Standardisierung doch den individuellen Wünschen der Kunden anpassen lassen. Zu diesem Zweck werden die Maschinen, soweit das möglich ist, aus genormten Einzelteilen und Baugruppen aufgebaut.

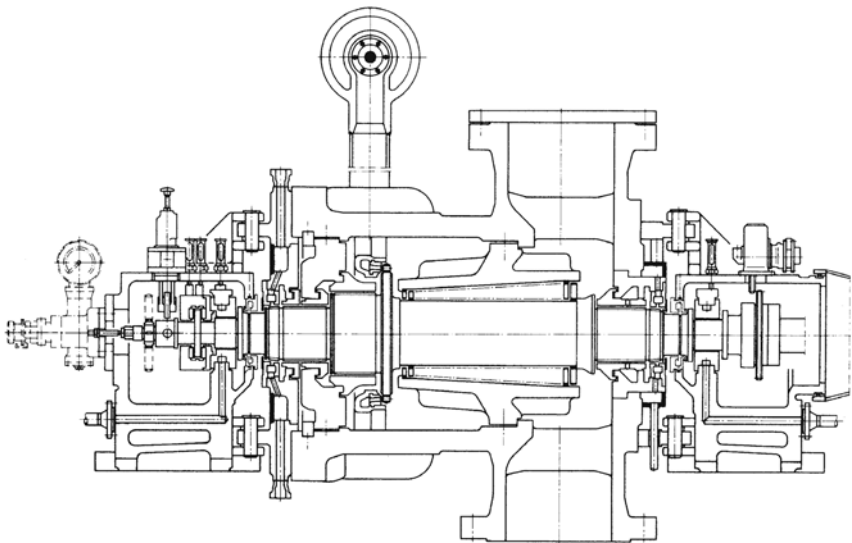
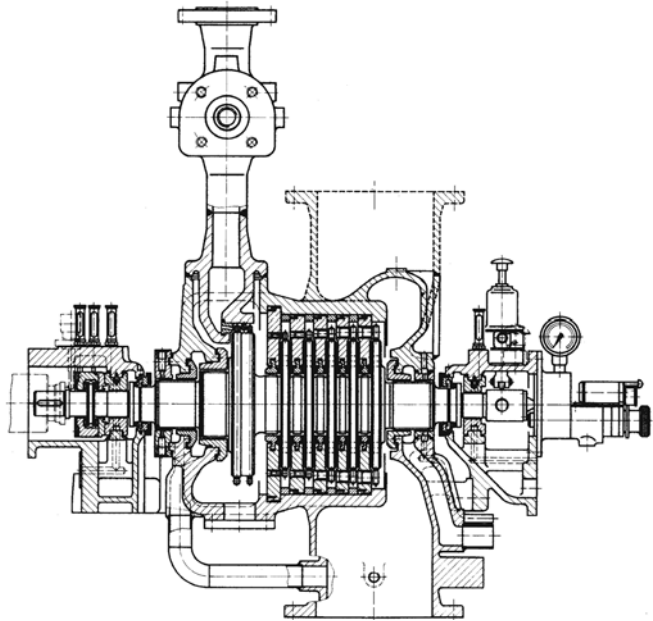
Die Maschinen werden für Drehzahlen von 50 bis 400 1/s ausgelegt, wobei die höheren Drehzahlen den kleineren Leistungen entsprechen. Die Turbinen können zum direkten Antrieb raschlaufender Arbeitsmaschinen eingesetzt werden, oder die Drehzahlen müssen mittels Zahnradgetrieben unteretzt werden. Fast immer sind die Turbinen einflutig und auch eingehäusig ausgeführt, doch kommen bei größeren Leistungen auch zweigehäusige Konstruktionen vor. Auf Anzapfungen zur Speisewasservorwärmung wird oft verzichtet, namentlich bei den kleineren Leistungen, sie sind aber grundsätzlich ebenso möglich wie bei den Großturbinen.

Ausführungsbeispiele.

Kleine Kondensationsturbine. Die Maschine in Kammerbauart (Bild 3.22) ist für einen Frischdampfzustand von 4 MPa, 450 °C und einen Kondensationsdruck von 0,008 MPa ausgelegt. Bei einer Drehzahl von 167 1/s leistet sie 2000 kW. Die erste Stufe, die sogenannte Regelstufe (Abschn. 3.3.1) ist eine zweikränzige Curtis-Stufe. Die Düsen dieser Regelstufe sind in einem Düsenkasten angeordnet, der von oben her in das Gehäuse eingeschweißt ist. Die übrigen Stufen sind vollbeaufschlagte Gleichdruckstufen. Die Leitradböden sind zentrisch, aber wärmebeweglich in das horizontal geteilte Gehäuse eingesetzt.

Bild 3.22

Kleine Kondensationsturbine (AEG-Kanis)
 Kupplungsleistung
 2000 kW, Drehzahl
 167 1/s, Frischdampf-
 zustrand 4 MPa, 450 °C
 Kondensationsdruck
 0,008 MPa

**Bild 3.23** Gegendruckturbine Bauart Röder (AEG-Kanis)

Frishdampfzustand bis zu 15 MPa, 550 °C

Röder-Turbine. Die Gegendruckturbine (Bild 3.23) entwickelt hohe Wirkungsgrade bei großer Betriebssicherheit und Unempfindlichkeit. Sie ist besonders für hohe Drücke und Temperaturen geeignet. Ihre günstigen Eigenschaften werden durch das horizontal ungeteilte Topfgehäuse und den

wärmeelastisch eingehängten Leitschaufelträger erreicht. Durch diese beiden Konstruktionsmerkmale werden enge Spalte und damit eine hohe innere Dichtigkeit möglich. Die Regelstufe ist eine einkränzige Gleichdruckstufe, die übrigen Stufen haben Überdruckbeschaufelungen.

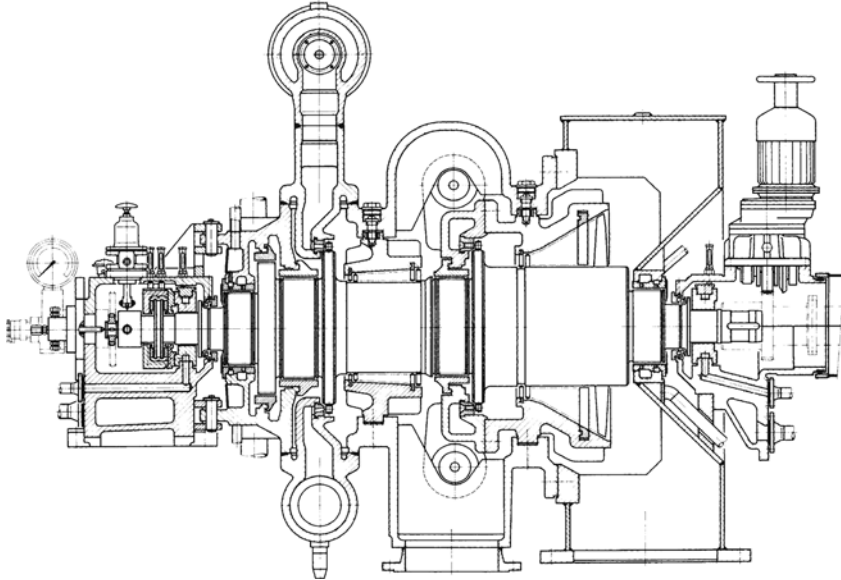


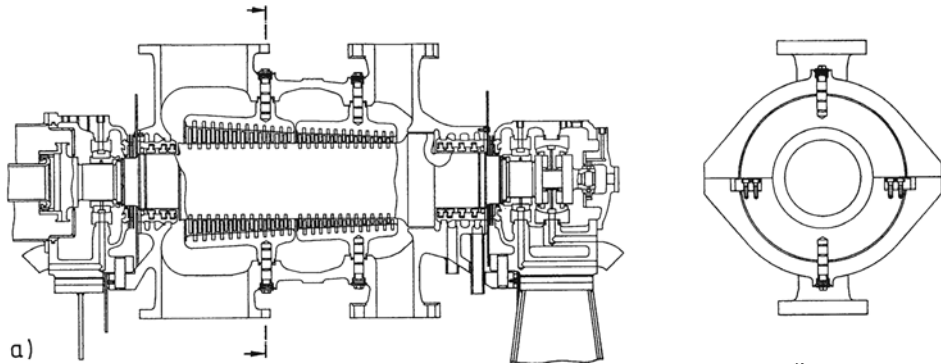
Bild 3.24 Entnahmekondensationsturbine (AEG-Kanis)
Frischdampfzustand bis zu 14 MPa, 540 °C

Entnahmekondensationsturbine. Die Baureihe, aus der die Maschine (Bild 3.24) stammt, wird für Frischdampfzustände bis zu 14 MPa, 540 °C gebaut. Die Drehzahlen variieren je nach der Leistung zwischen 50 und 233 1/s. Die Maschine hat eine Beschaufelung nach dem Reaktionsprinzip. Die jeweils erste Stufe des Hochdruck- und des Niederdruckteils sind bei den Entnahmeturbinen Gleichdruckregelstufen. Der Turbinenregler muss die doppelte Aufgabe erfüllen, die Turbinendrehzahl und den Druck an der Entnahmestelle konstant zu halten. Bei einer Änderung der Leistungsanforderung öffnen oder schließen die Frischdampf- und die Überströmventile gleichsinnig, bei einer Änderung der Entnahmemenge dagegen arbeiten beide Ventilgruppen gegensinnig, um den Entnahmedruck konstant zu halten.

3.3.4 Schiffsturbinen

Für den Antrieb kleiner bis mittlerer Schiffe ist die Dieselmachine deutlich überlegen. Nur bei sehr großen Schiffen kann die Turbine erfolgreich konkurrieren. Die Leistungsgrenze liegt in der Handelsschifffahrt bei etwa 50 MW.

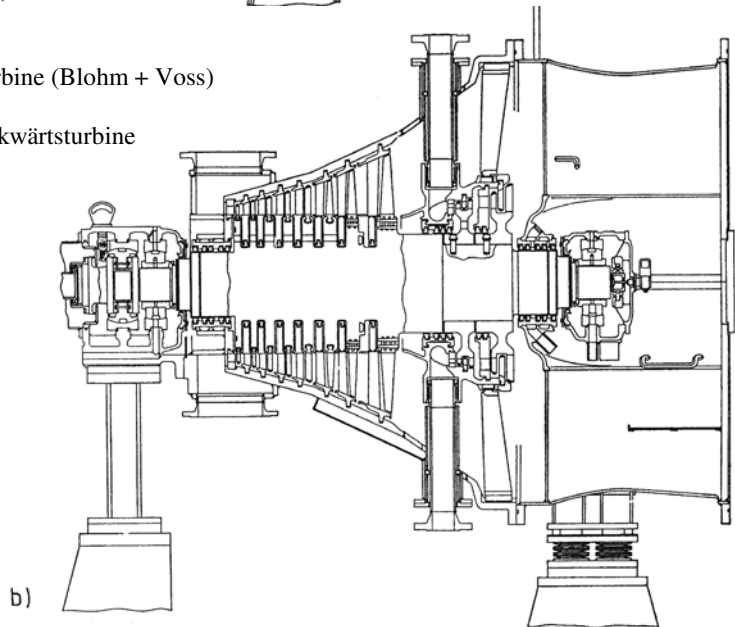
Übliche Frischdampfzustände liegen bei 6,4 MPa, 510 °C, die aber auch schon überschritten worden sind. Wie bei Landanlagen macht man von der Speisewasservorwärmung durch Anzapfdampf Gebrauch. Auch die Zwischenüberhitzung zur Steigerung des Wirkungsgrades ist bei Schiffsantriebsturbinen schon eingesetzt worden.

**Bild 3.25**

Zwegehäuseige Schiffsturbine (Blohm + Voss)

a) Hochdruckturbine

b) Niederdruck- und Rückwärtsturbine



Aufbau. Die Turbinen werden durchweg zweiehäusig in Zweiwellenbauart angeordnet. Dabei sind die Hochdruck- und die Niederdruckturbine parallel zueinander in der Längsrichtung des Schiffes aufgestellt. Sie laufen gewöhnlich mit unterschiedlichen Drehzahlen und vereinigen ihre Leistungen in einem Zahnradgetriebe. Da die Drehzahlen der Propeller mit etwa 1,3 bis 2 1/s ganz erheblich niedriger sind als die der Turbinen, bildet ein Untersetzungsgetriebe immer einen Hauptbestandteil einer Schiffsturbinenanlage. Für die Rückwärtsfahrt gibt es eine eigene Rückwärtsturbine im Gehäuse der Niederdruckturbine.

Beispiel. Die Hochdruckturbine der 24 MW-Anlage (Bild 3.25) ist in der Trommelbauweise mit Überdruckbeschauelung, die Niederdruckturbine in Kammerbauform mit niedrigem Reaktionsgrad ausgeführt. Um günstige thermische Eigenschaften der Gehäuse zu erreichen, sind sie teilfugensymmetrisch ausgebildet. Durch die Anordnung des querliegenden Kondensators werden außer der Symmetrie günstige Strömungswege erreicht.

Regelung. Die Maschine hat keine Regelstufe, sondern alle Stufen sind vollbeaufschlagt, auch die erste. Zur Regelung wird der Frischdampf mittels eines einzigen Ventils gedrosselt, wodurch das Enthalpiegefälle und der Massenstrom verringert werden. Diese Art der Regelung ist besonders einfach. Im unteren Lastbereich bis zu etwa 60 bis 70 % der Nennleistung ist sie der Düsengruppenregelung unterlegen, im oberen Lastbereich erreicht sie jedoch höhere Wirkungsgrade. Für Großtanker und Containerschiffe, für die diese Baureihe entwickelt wurde, erweist sich das als vorteilhaft, denn die Antriebsanlagen dieser Schiffe werden während etwa 95 % ihrer Betriebszeit im oberen Lastbereich gefahren.

Rückwärtsturbine. Hier spielt der Wirkungsgrad naturgemäß eine untergeordnete Rolle, vielmehr muss der Bauaufwand klein gehalten werden. Die Rückwärtsturbine besteht deshalb aus zwei zweikränzigen Curtis-Rädern. Das Gehäuse ist ähnlich wie die Leitschaufelträger des Hochdruckteils wärmeelastisch in das Niederdruckgehäuse eingehängt.

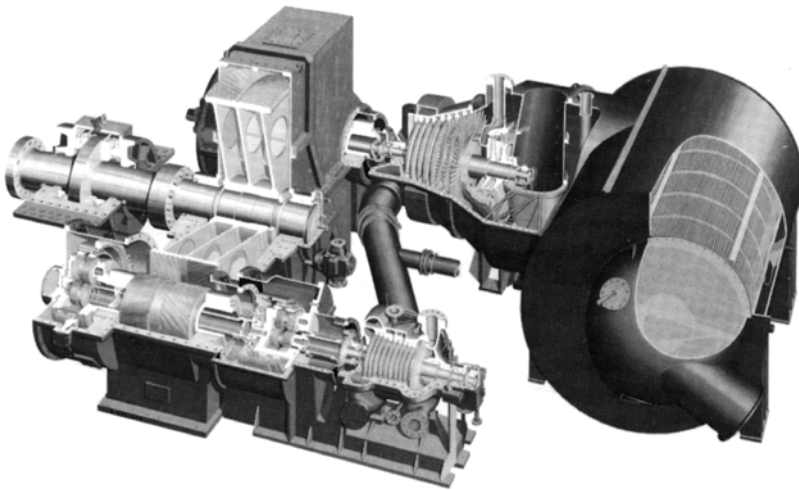


Bild 3.26 Gesamtanordnung einer Schiffsanlage ähnlich Bild 3.25 (STAL-Laval)

3.3.5 Kleinturbinen

Einstufige Kleindampfturbinen bis zu etwa 1000 kW Leistung finden in der Industrie vielfach Anwendung. Insbesondere als Hilfsantriebe in Betrieben, die ohnehin über Dampfnetze verfügen, da sich eigene Dampferzeuger für die kleinen Leistungen kaum lohnen.

Anforderungen. Ihrer Aufgabenstellung entsprechend stehen bei Kleinturbinen nicht die Wirkungsgrade sondern die Herstellungskosten im Vordergrund. Die Maschinen sollen kleine Abmessungen haben, sie müssen mit ihrem Getriebe als kompakte Einheiten fertig montiert aufgestellt werden. Wie bei größeren Maschinen gilt hier verstärkt, dass die Turbinen, um preiswert zu sein, aus genormten Teilen und Baugruppen zusammengestellt werden, die sich rationell fertigen lassen.

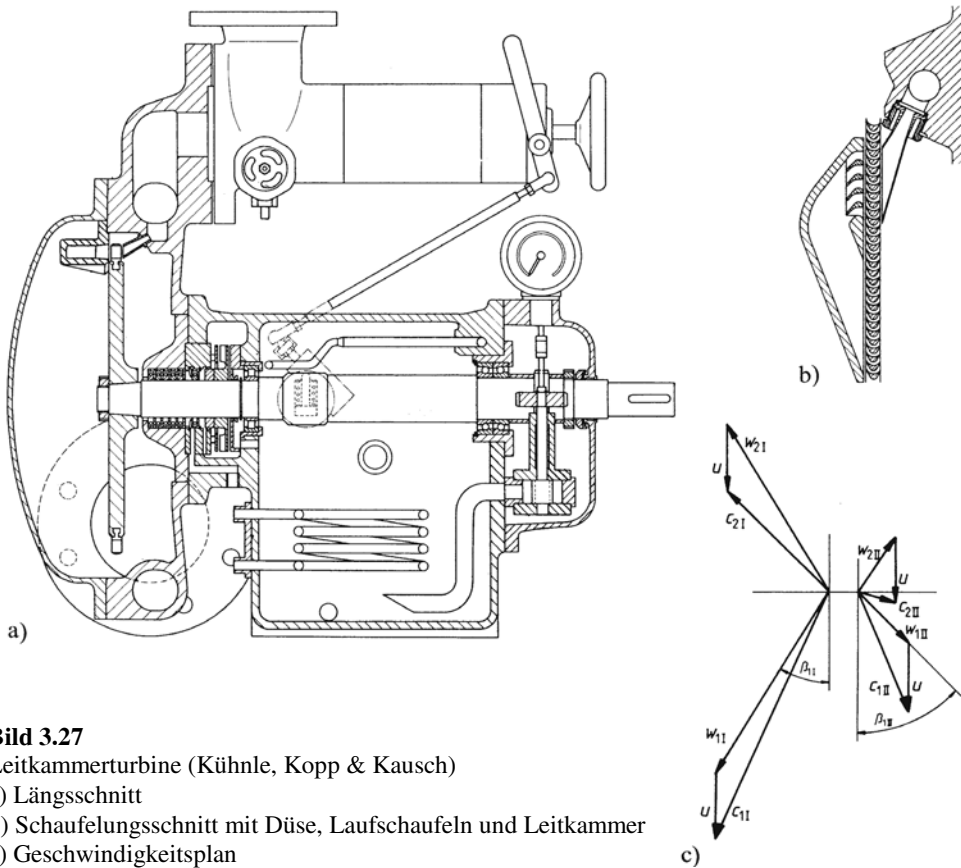


Bild 3.27

Leitkammerturbine (Kühnle, Kopp & Kausch)

a) Längsschnitt

b) Schaufelungsschnitt mit Düse, Laufschaufeln und Leitkammer

c) Geschwindigkeitsplan

Bauformen. Kleindampfturbinen können im Gegendruck- oder im Kondensationsbetrieb arbeiten. Sie werden als einstufige, teilbeaufschlagte Gleichdruckturbinen in der Laval- oder Curtis-Bauart ausgeführt. Eine weitere der Curtis-Turbine verwandte Bauform ist die Leitkammerturbine (Bild 3.27). Während die kinetische Energie des Dampfes bei der Curtis-Turbine in zwei Laufschaufelkränzen ausgenutzt wird, durchströmt der Dampf hier den gleichen Laufradkranz zweimal (Bild 3.27 b). Die Maschine kann mit der Durchströmungswasserturbine (Abschn. 2.1) verglichen werden.

Die Geschwindigkeitsdreiecke (Bild 3.27 c) zeigen, dass die Eintrittswinkel β_{I} und β_{II} für die erste und zweite Beaufschlagung verschieden sind. Die Winkel in den Laufschaufeln sind eine Kompromisslösung, Stoßverluste sind unvermeidlich. Der sehr geringe Bauaufwand wird also mit einem niedrigen Wirkungsgrad erkaufte.

3.4 Theorie der Einzelstufe

3.4.1 Einleitung

Im Dampfturbinenbau werden vor allem zwei Haupttypen angewendet, die Kammerturbine mit geringem und die Trommelturbine mit einem Reaktionsgrad von 50 % (Abschn. 3.3.1). Beide Bauformen können nach einer einheitlichen Theorie behandelt werden, was schon deshalb angebracht ist, weil es auch Übergangsformen zwischen beiden Grundtypen gibt.

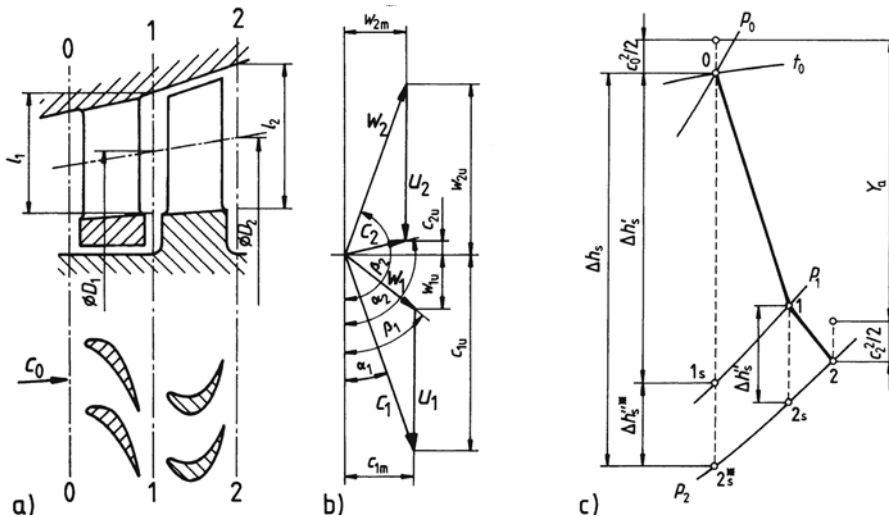


Bild 3.28 Axiale Turbinenstufe

a) Längsschnitt und Schaufelschnitt b) Geschwindigkeitsplan c) h,s -Diagramm

Die im Folgenden zu behandelnde Theorie gilt in gleicher Weise für axiale wie radiale Turbinenstufen und insbesondere für Zwischenformen, wie sie entstehen, wenn der mittlere Durchmesser einer im Wesentlichen axialen Turbine in der Strömungsrichtung anwächst, um der Volumenzunahme bei der Expansion Rechnung zu tragen (Bild 3.28). Denkt man sich eine kegelförmige Stromfläche auf einen mittleren Zylinder projiziert und diesen in die Ebene abgewickelt, so entstehen zwei gerade Schaufelgitter, und die Strömung wird zu einer zweidimensionalen Gitterströmung. Man sollte aber nicht vergessen, dass die Verhältnisse in Wahrheit weit verwickelter sind. Die Stromflächen sind keine Kegel, sie sind nicht einmal rotationssymmetrisch, vielmehr sind es Flächen, die überall dort, wo die Schaufeln sitzen, „Dellen“ aufweisen. Die Strömung ist somit ein komplizierter dreidimensionaler Vorgang, dessen wirklichkeitsnahe Berechnung und Optimierung nur mit sehr aufwändigen Rechenprogrammen gelingt.

Eine weitere Vereinfachung und damit eine noch weitergehende Trennung von der Realität entsteht, wenn die beschriebene Gitterströmung nach Abschn. 1.3.4 durch eine rotationsymmetrische Strömung ersetzt wird, wenn also der Einfluss der endlichen Schaufelzahl vernachlässigt wird. Es entsteht so die eindimensionale Stufentheorie.

Ist die Schauffellänge im Verhältnis zum mittleren Durchmesser klein, so genügt es, die Berechnung für einen mittleren Durchmesser durchzuführen und den Schauffeln über die ganze Länge die gleichen Profile zu geben. Bei längeren Schauffeln ist es dagegen notwendig, die Berechnung für mehrere Schnitte durchzuführen. Die Schauffeln sind dann in sich verwunden (Abschn. 3.4.5).

3.4.2 Eindimensionale Stufentheorie

In einem mittleren Schnitt durch eine Turbinenstufe sollen die Zustände in den Ebenen 1 und 2 (Bild 3.28) berechnet werden. Gegeben sei der Zustand des Fluids bei 0, also die thermodynamischen Zustandsgrößen p_0 und t_0 , sowie die Zuströmgeschwindigkeit c_0 , außerdem das isentrope Enthalpiegefälle der Stufe und der Reaktionsgrad.

Enthalpiegefälle. Mit dem Reaktionsgrad nach Gl. (1.55)

$$r = \frac{\Delta h_s''}{\Delta h_s' + \Delta h_s''} = \frac{\Delta_s''}{\Delta h_s}$$

ergeben sich die isentropen Enthalpiegefälle für das Leit- und das Laufschaufelgitter

$$\Delta_s' = (1 - r) \Delta h_s \quad \text{und} \quad \Delta_s'' = r \Delta h_s. \quad (3.8)$$

$\Delta h_s = \Delta h_s' + \Delta h_s''$ und damit Gl. (3.8) ist nur näherungsweise richtig. Da die Isobaren im h,s -Diagramm mit steigender Temperatur divergieren, ist $\Delta h_s''$ ein wenig größer als $\Delta h_s''^*$ (Bild 3.28 c), also $\Delta h_s < \Delta h_s' + \Delta h_s''$. Die Näherung der Gl. (3.8) ist aber wegen der Geringfügigkeit des Effektes stets zulässig. Mit $\Delta h_s'$ und $\Delta h_s''$ lassen sich die Punkte 1s und 2s* in das h,s -Diagramm eintragen und damit die Drücke p_1 und p_2 auf zeichnerischem Weg finden. Für idealen Dampf ergeben sie sich auch rechnerisch mit Gl. (1.17).

Leitgitter. Zur Berechnung der Geschwindigkeit c_1 wird davon ausgegangen, dass im feststehenden Leitgitter keine Arbeit geleistet werden kann, und weiter, dass dem Dampf dort auch keine Wärme entzogen wird. Das ist eine realistische Annahme, die der Wirklichkeit gut entspricht. Für diese adiabate Strömung gilt der Energieerhaltungssatz Gl. (1.6) in der Form

$$h_0 + \frac{c_0^2}{2} = h_1 + \frac{c_1^2}{2}$$

$$\frac{c_1^2}{2} = (h_0 - h_1) + \frac{c_0^2}{2}.$$

Für eine gedachte verlustfreie, also isentrope Strömung gilt entsprechend

$$\frac{c_{1s}^2}{2} = (h_0 - h_{1s}) + \frac{c_0^2}{2} = (1 - r) \Delta h_s + \frac{c_0^2}{2}.$$

Die kinetische Energie der wirklichen Strömung ist wegen der verschiedenen Verluste geringer. Ohne sie zunächst im Einzelnen zu untersuchen, werden sie durch einen Leitgitterwirkungsgrad η' berücksichtigt, also

$$\frac{c_1^2}{2} = \eta' \frac{c_{1s}^2}{2}; \quad c_1 = \sqrt{\eta' [(1-r) \Delta h_s + c_0^2]}. \quad (3.9)$$

Nach Kenntnis von c_1 lässt sich der wirkliche Expansionsendpunkt der Leitgitterströmung berechnen

$$h_1 = h_0 - \frac{c_1^2 - c_0^2}{2}. \quad (3.10)$$

Damit ergibt sich der Punkt 1 im h,s -Diagramm (Bild 3.28 c), also auch die Temperatur t_1 und das spezifische Volumen v_1 , das auch rechnerisch mit Gl. (1.15) gefunden werden kann. Die noch fehlenden Größen des Eintrittsdreiecks (Bild 3.28 b) lassen sich berechnen, indem geeignete Werte für α_1 und u_1 eingesetzt werden.

$$\begin{aligned} c_{1m} &= c_1 \sin \alpha_1; & c_{1u} &= c_1 \cos \alpha_1 \\ w_{1m} &= c_{1m}; & w_{1u} &= c_{1u} - u_1 \\ w_1 &= \sqrt{w_{1m}^2 + w_{1u}^2} \\ \beta_1 &= \arctan\left(\frac{w_{1m}}{w_{1u}}\right) & \text{falls } w_{1u} > 0 \\ \beta_1 &= 180^\circ + \arctan\left(\frac{w_{1m}}{w_{1u}}\right) & \text{falls } w_{1u} < 0. \end{aligned} \quad (3.11)$$

Laufgitter. Bei der weiteren Expansion gilt für die Relativströmung nach Gl. (1.52) bei einer gedachten isentropen Strömung

$$\begin{aligned} h_1 + \frac{w_1^2}{2} - \frac{u_1^2}{2} &= h_{2s} + \frac{w_{2s}^2}{2} - \frac{u_2^2}{2} \\ \frac{w_{2s}^2}{2} &= (h_1 - h_{2s}) + \frac{w_1^2 - u_1^2 + u_2^2}{2} = r \Delta h_s + \frac{w_1^2 - u_1^2 + u_2^2}{2}. \end{aligned}$$

Zur Berücksichtigung der Verluste wird entsprechend zu Gl. (3.9) ein Laufgitterwirkungsgrad eingeführt, sodass

$$w_2 = \sqrt{\eta'' (r \Delta h_s + w_1^2 - u_1^2 + u_2^2)}. \quad (3.12)$$

Die Enthalpie am Expansionsendpunkt ist

$$h_2 = h_1 - \frac{w_2^2 - w_1^2 - u_2^2 + u_1^2}{2}. \quad (3.13)$$

Für das Austrittsdreieck folgt wieder unmittelbar aus Bild 3.28 b, wobei das negative Vorzeichen von w_{2u} und gegebenenfalls auch von c_{2u} zu beachten ist,

$$\begin{aligned} w_{2m} &= w_2 \sin \beta_2; & w_{2u} &= w_2 \cos \beta_2 \\ c_{2m} &= w_{2m}; & c_{2u} &= w_{2u} + u_2 \\ c_2 &= \sqrt{c_{2m}^2 + c_{2u}^2} \\ \alpha_2 &= \arctan\left(\frac{c_{2m}}{c_{2u}}\right) & \text{falls } c_{2u} > 0 \\ \alpha_2 &= 180^\circ + \arctan\left(\frac{c_{2m}}{c_{2u}}\right) & \text{falls } c_{2u} < 0. \end{aligned} \quad (3.14)$$

Hauptabmessungen der Stufe. Für die Durchmesser D gilt mit den Umfangsgeschwindigkeiten u und der Drehzahl n

$$D_1 = \frac{u_1}{\pi n} \quad \text{und} \quad D_2 = \frac{u_2}{\pi n}.$$

Die Schaufellängen l (Bild 3.28 a) ergeben sich aus dem Kontinuitätssatz bzw. der daraus abgeleiteten Gl. (1.33) mit dem Massenstrom $\dot{m}$

$$l_1 = \frac{\dot{m} v_1}{\pi D_1 c_{1m} \tau_1 \varepsilon}; \quad l_2 = \frac{\dot{m} v_2}{\pi D_2 c_{2m} \tau_2 \varepsilon}.$$

Die spezifischen Volumina werden aus dem h,s -Diagramm abgelesen oder nach der Gleichung des idealen Dampfes (1.15) berechnet. Der Beaufschlagungsgrad ε ist gewöhnlich gleich 1 zu setzen, bei Kleinturbinen und in den Regelstufen größerer Turbinen kann ε jedoch Werte unter 1 annehmen. Die Verengungsfaktoren τ_1 und τ_2 berücksichtigen Minderungen der ringförmigen Querschnitte durch Grenzschichten und Totwasserzonen, sie können etwa zu $\tau_1 = \tau_2 = (0,9 \div 0,95)$ geschätzt werden.

Stufenarbeit. Nach der Hauptgleichung (1.49) und (1.50) ist

$$Y_a = u_1 c_{1u} - u_2 c_{2u} = \frac{c_1^2 - c_2^2 - w_1^2 + w_2^2 + u_1^2 - u_2^2}{2}. \quad (3.15)$$

Y_a wird als spezifische aerodynamische Stufenarbeit bezeichnet. Durch Einsetzen von c_1 und w_2 nach den Gln. (3.9) und (3.12) folgt auch

$$Y_a = h_0 - h_2 + \frac{c_0^2 - c_2^2}{2},$$

ein Ergebnis, das mit dem Energiesatz auch unmittelbar aus Bild 3.28 c herzuleiten wäre.

Wirkungsgrade. Y_a enthält nur die in den Gitterwirkungsgraden η' und η'' berücksichtigten Verluste und das sind durchaus nicht alle (Abschn. 3.4.8). Y_a wird deshalb allein von der aerodynamischen Qualität der Schaufelung beeinflusst. Zur Beurteilung dieser aerodynamischen Güte einer Turbinenstufe werden drei Wirkungsgrade gebildet:

$$\eta_{sa} = \frac{\Delta h}{\Delta h_s} = \frac{h_0 - h_2}{\Delta h_s} \quad (3.16)$$

$$\eta_a = \frac{Y_a}{\Delta h_s + \frac{c_0^2 - c_2^2}{2}} = \frac{h_0 - h_2 + \frac{c_0^2 - c_2^2}{2}}{\Delta h_s + \frac{c_0^2 - c_2^2}{2}} \quad (3.17)$$

$$\eta_{aE} = \frac{Y_a}{\Delta h_s + \frac{c_0^2}{2}} = \frac{h_0 - h_2 + \frac{c_0^2 - c_2^2}{2}}{\Delta h_s + \frac{c_0^2}{2}}. \quad (3.18)$$

Der isentrope aerodynamische Wirkungsgrad η_{sa} charakterisiert die thermodynamische Zustandsänderung innerhalb der Stufe ohne Rücksicht auf die kinetischen Energien. η_a und η_{aE} sind aerodynamische Arbeitswirkungsgrade, η_a vergleicht die spezifische Arbeit der realen mit einer idealen Stufe, die in den Querschnitten 0 und 2 gleiche Drücke und kinetische Energien hat. Bei η_{aE} schließlich wird die Stufenarbeit durch die Arbeit einer Idealstufe dividiert, bei der das Arbeitsfluid am Stufenende mit verschwindend kleiner Geschwindigkeit abfließt, sodass dort die kinetische Energie gleich null ist.

Dieser Wirkungsgrad wird sinnvollerweise benutzt, wenn die kinetische Austrittsenergie verloren ist, weil auf die Stufe keine weitere mehr folgt, also bei der letzten Stufe einer Turbine oder Teilturbine, aber auch wenn die betrachtete Stufe teilbeaufschlagt ist, und sich der Dampf hinter ihr auf den ganzen Umfang verteilen muss, wie bei den Regelstufen.

3.4.3 Kenngrößen von Turbinenstufen

Zur Bildung der Kennzahlen werden die innerhalb der Stufe veränderlichen Größen auf den Laufradaustritt bezogen. In die Definitionsgleichungen (Abschn. 1.4.2) werden also das spezifische Volumen v_2 , der Durchmesser D_2 und die Umfangsgeschwindigkeit u_2 eingesetzt.

Kennzahlen. Die Durchflusszahl beträgt nach G. 1.64

$$\varphi = \frac{4 \dot{m} v_2}{\pi u_2 D_2^2} = \frac{4 \dot{m} v_2}{\pi^2 n D_2^3}. \quad (3.19)$$

Für die Druckzahl gilt mit dem isentropen Enthalpiegefälle Δh_s nach Gl. (1.62)

$$\psi = \frac{2 \Delta h_s}{u_2^2} = \frac{2 \Delta h_s}{\pi^2 n^2 D_2^2}. \quad (3.20)$$

Die übrigen Kennzahlen, insbesondere die Laufzahl ν , die Schluckzahl μ und die Leistungszahl λ_a lassen sich nach Abschn. 1.4.2 hieraus ableiten

$$\nu = \frac{u_2}{c_a} = \frac{u_2}{\sqrt{2 \Delta h_s}} = \frac{1}{\sqrt{\psi}}; \quad \mu = \nu \varphi; \quad \lambda_a = \varphi \psi \eta_a. \quad (3.21)$$

Weitere Kenngrößen sind das Verhältnis der Schauffellänge zum mittleren Durchmesser, die Winkel α_1 und β_2 und nicht zuletzt der Reaktionsgrad.

Reaktionsgrad. Um seinen Einfluss zu untersuchen, zeigt Bild 3.29 vier axiale Turbinenstufen unterschiedlichen Reaktionsgrades mit Geschwindigkeitsplänen, Schauffelungschnitten und Entspannungskurven im h,s -Diagramm. In allen Fällen wurde der gleiche Volumenstrom und die gleiche Umfangsgeschwindigkeit angenommen und senkrechte Abströmung aus dem Laufrad vorausgesetzt. Unter diesen Bedingungen ergibt sich immer das gleiche Austrittsdreieck, während die Eintrittsdreiecke sehr unterschiedlich ausfallen.

Reine Gleichdruckstufe. Mit dem Reaktionsgrad $r = 0$ hat das Enthalpiegefälle den größten Wert. Da es allein in den Leitschaufeln verarbeitet wird, entsteht eine hohe Eintrittsgeschwindigkeit c_1 . Die Leitschaufeln bilden Kanäle mit starker Querschnittsabnahme. Die Umlenkungswirkung der Leit- und der Laufschaufeln ist groß, die Strömungsverluste sind entsprechend hoch.

Klassische Überdruckstufe. Mit $r = 0,5$ hat die Eintrittsgeschwindigkeit nur noch den halben Wert wie beim Gleichdruck. Die Geschwindigkeitsdreiecke und ebenso die Profile der Leit- und Laufschaufeln werden spiegelbildlich gleich.

Starke Reaktion. Mit $r = 0,75$ ergeben sich schlanke nur schwach gekrümmte Laufschaufeln mit verhältnismäßig großer Teilung. Obgleich Schaufeln dieser Form strömungsgünstig sind, werden die Wirkungsgrade η_a und η_{aE} (Gln. (3.17) und (3.18)) nicht größer als bei $r = 0,5$. η_{aE} wird sogar deutlich niedriger, weil die Austrittsenergie $c_2^2/2$ im Vergleich zum kleinen Enthalpiegefälle dieser Stufe groß ist.

Anwendung. Im Dampfturbinenbau werden fast ausschließlich die Stufe mit $r = 0,5$ und die Gleichdruckstufe angewendet. Letztere aber nicht mit dem Reaktionsgrad null. Der Reaktionsgrad einer Stufe ist nämlich über die radiale Erstreckung der Schaufeln hin veränderlich (Abschn. 3.4.5), und beim Reaktionsgrad null im Mittelschnitt entsteht am Schauffelfuß eine negative Reaktion ($r < 0$) verbunden mit einem ungünstigen Druckanstieg in den Laufschaufeln. Deshalb werden auch in den Gleichdruckstufen der Kammerturbinen im Mittelschnitt Reaktionsgrade von $r = 0,05 \div 0,25$ je nach der Schauffellänge vorgesehen.

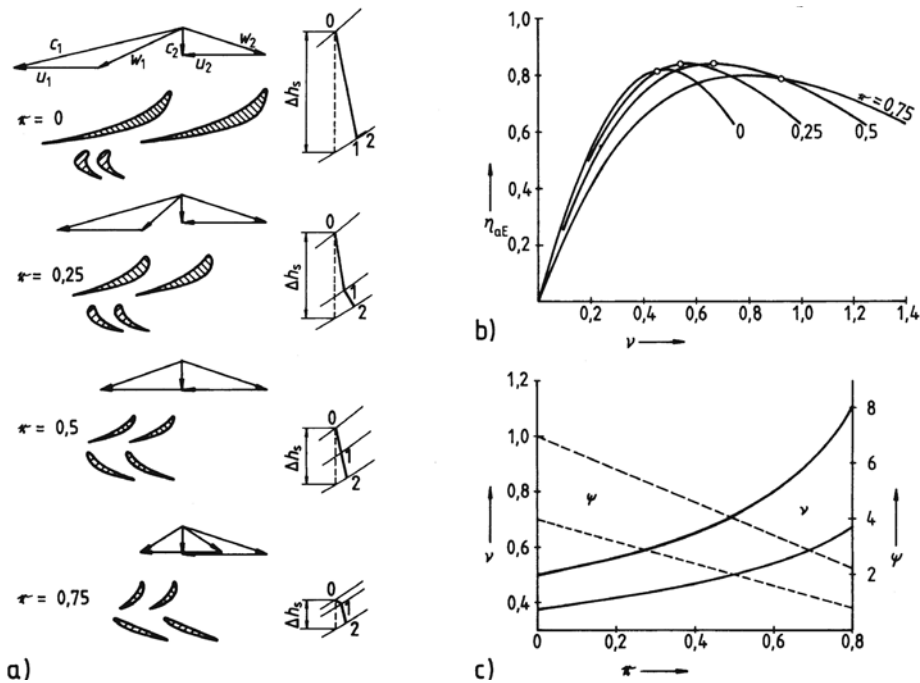


Bild 3.29 Turbinenstufen mit unterschiedlichem Reaktionsgrad

- Schaufelschnitte, Geschwindigkeitspläne bei senkrechtem Austritt und Expansionslinien im h,s -Diagramm
- Wirkungsgrade η_{aE} in Abhängigkeit von der Laufradzahl
- Laufradzahl und Druckzahl in Abhängigkeit vom Reaktionsgrad

Wirkungsgrade. In Bild 3.29 b sind die Wirkungsgrade η_{aE} der vier Stufen über der Laufradzahl aufgetragen. Hier wurde noch die Umfangsgeschwindigkeit variiert, vom Zustand mit senkrechter Abströmung also abgewichen. Das Diagramm ist aber nicht dazu bestimmt, in der Praxis benötigte Werte daraus abzulesen, es soll nur allgemeine Tendenzen zeigen. Die Kurven machen deutlich, dass der Punkt drallfreier Abströmung, der durch einen Nullenkreis hervorgehoben ist, ungefähr mit dem Wirkungsgradmaximum zusammenfällt. Die Laufradzahl sollte nahe bei diesem günstigsten Wert liegen, und daraus ergeben sich die Lauf- und Druckzahlbereiche in Bild 3.29 c.

Abschätzung der Durchflusszahl. Aus Gl. (3.19)

$$\varphi = \frac{4\dot{m}v_2}{\pi u_2 D_2^2} \quad \text{folgt mit} \quad \dot{m}v_2 = \pi D_2 l_2 c_{2m} \tau_2 \varepsilon$$

$$\varphi = 4 \left(\frac{l_2}{D_2} \right) \left(\frac{c_{2m}}{u_2} \right) \tau_2 \varepsilon.$$

Da die Volumenströme in Dampfturbinenstufen sehr unterschiedlich sein können, sollten die Durchflusszahlen einen großen Bereich überdecken. Bei der Schaufellänge sind die Grenzen etwa durch $l_2/D_2 = 0,02 \div 0,4$ gegeben. Unter der Voraussetzung senkrechter Abströmung ist $c_{2m}/u_2 = \tan(180^\circ - \beta_2)$, und für β_2 kann der Bereich $\beta_2 = 165^\circ \div 135^\circ$ angenommen werden. Damit und mit $\tau = 0,9 \div 0,95$; $\varepsilon = 1$ ergibt sich für vollbeaufschlagte Stufen

$$\varphi = 4 (0,02 \div 0,4) (\tan 15^\circ - \tan 45^\circ) (0,95 \div 0,95)$$

$$\varphi = 0,02 \div 1,52.$$

Dieser Bereich kann bei kleiner Reaktion noch nach unten durch Teilbeaufschlagung $\varepsilon < 1$ erweitert werden. Sind die Volumenströme so groß, dass sie auch mit den höchsten Durchflusszahlen nicht durchgesetzt werden können, so müssen Stufen in mehrflutiger Anordnung parallel geschaltet werden.

Zur besseren Übersicht sind die Kennzahlen für Kammer- und Trommelstufen in Tabelle 3.6 zusammengefasst.

Tabelle 3.6 Kenngrößen axialer Dampfturbinenstufen

	r	v	ψ	φ	l_2/D_2	α_1	β_2
Kammerstufen	0,05 0,2	0,38 0,5	7 4	0 1,52	0,02 0,4	12° 30°	165° 135°
Trommelstufen	0,5	0,5 0,71	4 2	0,02 1,52	0,02 0,4	15° 45°	165° 135°

Beispiel 3.5. Es soll je eine Kammer- und eine Trommelstufe ausgelegt werden. Für beide Fälle ist gegeben:

$$p_0 = 2,5 \text{ MPa}; \quad t_0 = 400^\circ \text{C}; \quad c_0 = 100 \text{ m/s}; \quad u_1 = u_2 = 300 \text{ m/s}; \quad n = 50 \text{ 1/s}; \quad \dot{m} = 120 \text{ kg/s}.$$

Diese Daten sind aus der Auslegung der Turbine als Ganzes bzw. der Berechnung der vorangehenden Stufe bekannt. Gesucht sind die Zustände am Stufenende, die Geschwindigkeitspläne, die Leistung und der Wirkungsgrad sowie die Hauptabmessungen der Stufen.

Lösung.

Mit dem Mollier-Programm (Abschn. 1.2.5), hilfsweise mit den Gleichungen des idealen Dampfes (Gln. 1.14 bis 1.19) findet man:

$$v_0 = 0,1201 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$h_0 = 3239,96 \text{ kJ/kg}$$

$$s_0 = 7,0168 \text{ kJ/(kgK)}$$

$$\kappa = 1,2866.$$

Damit ergibt sich die Berechnung der beiden Turbinenstufen

Tabelle 3.7 Zu Beispiel 3.5

		Kammer- stufe	Trommel- stufe	
r	1	0,1	0,5	gewählt nach Tabelle 3.6
ψ	1	6	3,6	“
α_1	°	15	20	“
β_2	°	160	160	“
Δh_s	kJ/kg	270	162	$\Delta h_s = \psi u_2^2/2$ (3.20)
$\Delta h_s'$	kJ/kg	243	81	$\Delta h_s' = (1 - r) \Delta h_s$ (3.8)
$\Delta h_s''$	kJ/kg	27	81	$\Delta h_s'' = r \Delta h_s$ (3.8)
h_1	kJ/kg	2969,96	3158,96	Mollier-Programm oder (3.10)
p_1	MPa	1,02305	1,89266	Mollier-Programm oder (1.14)
v_1	m³/kg	0,2397	0,1499	Mollier-Programm oder (1.15)
h_2	kJ/kg	2969,96	3077,96	Mollier-Programm oder (3.13)
p_2	MPa	0,9151	1,4066	Mollier-Programm oder (1.14)
v_2	m³/kg	0,2612	0,1875	Mollier-Programm oder (1.15)
η'	1	0,9	0,9	geschätzt
c_1	m/s	668,13	393,45	$c_1 = \sqrt{\eta' (2 \Delta h_s' + c_0^2)}$ (3.10)
c_{1m}	m/s	172,93	134,57	$c_{1m} = c_1 \sin \alpha_1$ (3.11)
c_{1u}	m/s	645,37	369,72	$c_{1u} = c_1 \cos \alpha_1$ (3.11)
w_{1u}	m/s	345,37	69,72	$w_{1u} = c_{1u} - u$ (3.11)
w_1	m/s	386,24	151,56	$w_1 = \sqrt{c_{1m}^2 + w_{1u}^2}$ (3.11)
β_1	°	26,6	62,6	$\beta_1 = \arctan(c_{1m}/w_{1u})$ (3.11)
η''	1	0,8	0,9	geschätzt
w_2	m/s	403,17	408,01	$w_2 = \sqrt{\eta'' (2 \Delta h_s'' + w_1^2)}$ (3.13)
w_{2m}	m/s	137,89	139,55	$w_{2m} = w_2 \sin \beta_2$ (3.14)
w_{2u}	m/s	-378,86	-383,40	$w_{2u} = w_2 \cos \beta_2$ (3.14)
c_{2u}	m/s	-78,86	-83,40	$c_{2u} = w_{2u} + u$ (3.14)
c_2	m/s	158,85	162,57	$c_2 = \sqrt{w_{2m}^2 + c_{2u}^2}$ (3.14)
α_2	°	119,8	120,9	$\alpha_2 = 180^\circ + \arctan(w_{2m}/c_{2u})$

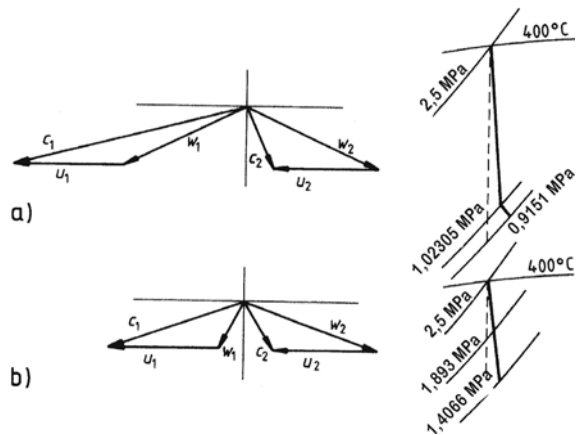
Tabelle 3.7 Fortsetzung

		Kammer- stufe	Trommel- stufe	
D	m	1,91	1,91	$D = u/(\pi n)$
τ_1	1	0,9	0,92	geschätzt
l_1	m	0,0308	0,0242	$l_1 = \dot{m} v_1 / (\pi D c_{1m} \tau_1)$
τ_2	1	0,92	0,92	geschätzt
l_2	m	0,0412	0,029	$l_2 = \dot{m} v_2 / (\pi D w_{2m} \tau_2)$
Y_a	kJ/kg	217,27	135,94	$Y_a = u(c_{1u} - c_{2u})$ (3.15)
D	kW	26064	16312	$P_a = \dot{m} Y_a$
η_a	1	0,828	0,884	$\eta_a = Y_a / (\Delta h_s + (c_0^2 - c_2^2)/2)$ (3.17)

Bild 3.30

Geschwindigkeitspläne und
Expansionslinien zu Beispiel 3.5

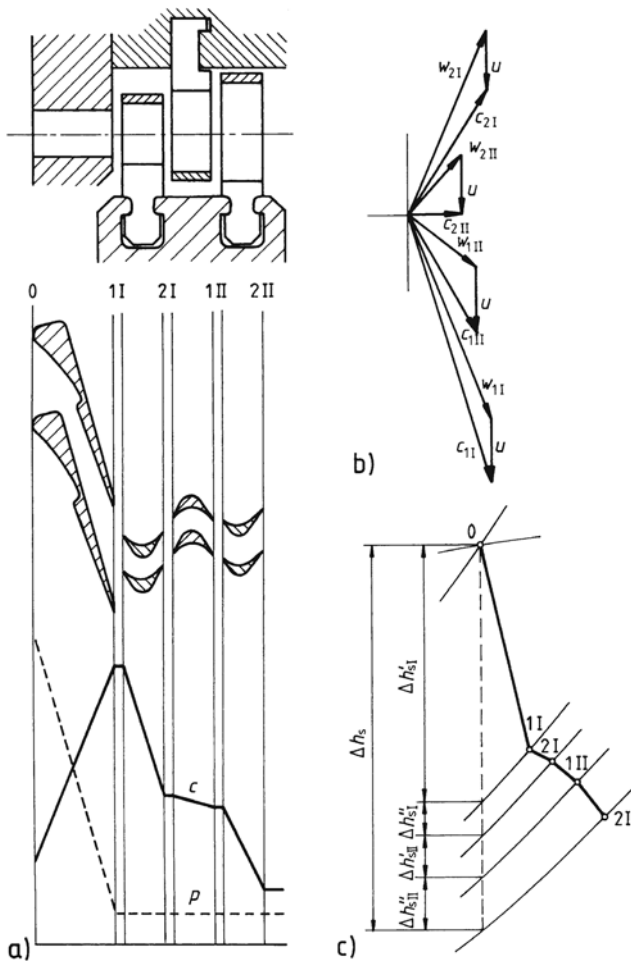
- a) Kammerstufe
b) Trommelstufe



3.4.4 Curtis-Stufen

Eine Stufe nach dem Curtis-Prinzip (Abschn. 3.1) ist eine fast immer teilbeaufschlagte Gleichdruckstufe, die zur Verarbeitung großer Enthalpiegefälle bei sparsamem Bauaufwand geeignet ist, aber einen kleinen Wirkungsgrad hat.

Arbeitsprinzip. Aus dem Druckverlauf (Bild 3.31) ist zu entnehmen, dass das gesamte Enthalpiegefälle in der Leitschaufelung in Geschwindigkeitsenergie umgesetzt wird. Da die Curtis-Stufe große Enthalpiegefälle verarbeitet, wird die Schallgeschwindigkeit in der Regel überschritten, und die Leitschaufelkanäle sind erweiterte Laval-Düsen.

**Bild 3.31**

Zweikränzige Curtis-Stufe

a) Schaufeln mit Druck- und Geschwindigkeitsverlauf

b) Geschwindigkeitsplan

c) h,s -Diagramm bei Reaktion

Würde die hohe Geschwindigkeitsenergie des Dampfes in einer gewöhnlichen Gleichdruckstufe ausgenutzt, so ergäbe sich bei einer günstigen Laufzahl eine hohe, aus Festigkeitsgründen nicht ausführbare Umfangsgeschwindigkeit. Daher wird eine kleinere Laufzahl gewählt, was eine große Geschwindigkeit c_{2I} zur Folge hat. Der Dampf verlässt also den ersten Laufschaufelkranz mit hoher kinetischer Energie. Zu deren Ausnutzung ist der zweite Laufschaufelkranz vorgesehen. Bevor der Dampf in ihn eintritt, wird er aber im Umlenkblech in eine geeignete Richtung gebracht, seine Geschwindigkeit erhält also eine positive Umfangskomponente. Beide Laufgitter und auch das Umlenkblech sind Gleichdruckgitter.

Das beschriebene Verfahren der Energieumsetzung nennt man auch Geschwindigkeitsstufung. Das darf aber nicht zu einer Verwechslung mit der Druckstufung einer mehrstufigen Maschine führen. Im Sinne der Druckstufung ist die gesamte Curtis-Anordnung eine einzige Stufe.

Berechnung. Im Gegensatz zur Prinzipskizze (Bild 3.31 a) erhalten praktisch ausgeführte Curtis-Stufen ebenso wie normale Gleichdruckstufen eine schwache Reaktion (Bild 3.31 c). Das gesamte Enthalpiegefälle verteilt sich dann auf die vier Schaufelgitter folgendermaßen:

$$\begin{aligned} \text{Leitgitter: } \Delta h'_{\text{sl}} &= (1 - r) \Delta h_s \text{ mit } r = r_1 + r_2 + r_3 & \text{Umlenkigitter: } \Delta h'_{\text{sl}} &= r_2 \Delta h_s \\ 1. \text{ Laufgitter: } \Delta h''_{\text{sl}} &= r_1 \Delta h_s & 2. \text{ Laufgitter: } \Delta h''_{\text{sl}} &= r_3 \Delta h_s. \end{aligned}$$

Nach Gl. (3.9), die unverändert gültig bleibt, da im Leitgitter ja noch kein Unterschied zur einfachen Stufe besteht, ist

$$c_{11} = \sqrt{\eta'_1 [(1 - r) 2 \Delta h_s + c_0^2]}.$$

Ähnlich wie in 3.12 aber hier mit r_1 statt r wird

$$w_{21} = \sqrt{\eta'_1 (r_1 2 \Delta h_s + w_{11}^2 - u_{11}^2 + u_{21}^2)}.$$

Sinngemäß sind auch die anderen Gleichungen des Abschnitts 3.4.2 abzuwandeln, wie es das folgende Beispiel zeigt.

Beispiel 3.6. Eine Kleinturbine in Curtis-Bauart soll berechnet werden. Gegeben ist:

Frischdampfzustand	12 MPa, 500 °C
Gegendruck	2,4 MPa
Kupplungsleistung	1200 kW
Drehzahl	150 1/s.

Lösung. Die Druckverluste in den Einströmorganen der Turbine werden auf 1 MPa geschätzt, sodass unmittelbar vor den Düsen ein Druck von 11 MPa angenommen wird. Mit dem Mollier-Programm wird damit ein isentropes Enthalpiegefälle $\Delta h_s = 416,55 \text{ kJ/kg}$ ermittelt. Mit einem geschätzten Kupplungswirkungsgrad $\eta_K = 0,65$ ergibt sich damit der erforderliche Massenstrom

$$\dot{m} = \frac{P_K}{\Delta h_s \eta_K} = \frac{1200 \text{ kW}}{416,55 \text{ kJ/kg} \cdot 0,65} = 4,43 \text{ kg/s}.$$

Zur Aufteilung des Enthalpiegefälles auf die vier Schaufelkränze der Maschine werden gewählt

$$r_1 = 0; \quad r_2 = 0,02; \quad r_3 = 0,04,$$

$$\text{sodass } \Delta h'_{\text{sl}} = (1 - r) \Delta h_s = 0,94 \cdot 416,55 \text{ kJ/kg} = 391,56 \text{ kJ/kg}$$

$$\Delta h''_{\text{sl}} = r_1 \Delta h_s = 0$$

$$\Delta h'_{\text{sl}} = r_2 \Delta h_s = 0,02 \cdot 416,55 \text{ kJ/kg} = 8,33 \text{ kJ/kg}$$

$$\Delta h''_{\text{sl}} = r_3 \Delta h_s = 0,04 \cdot 416,55 \text{ kJ/kg} = 16,66 \text{ kJ/kg}.$$

Damit errechnen sich die Drücke mit dem Mollier-Diagramm:

$$p_{11} = p_{21} = 2,67 \text{ MPa}; \quad p_{111} = 2,58 \text{ MPa}.$$

In Anlehnung an Tabelle 3.8 wird $\nu = 0,22$ gewählt, und daraus

$$u = \nu \sqrt{2\Delta h_s} = 0,22 \sqrt{2 \cdot 416,55 \cdot 10^3 \text{ J/kg}} = 201 \text{ m/s.}$$

Tabelle 3.8 Kenngrößen von Curtis-Stufen

	r	ν	ψ	α_{II}	$\beta_{2\text{I}}$	$\alpha_{1\text{II}}$	$\beta_{2\text{II}}$
Curtis-Stufen (zweikränzig)	0,05 0,15	0,2 0,25	24 16	16° 18°	158° 156°	29° 32°	142° 135°

Für die Berechnung der Geschwindigkeitsdreiecke (Tabelle 3.9) wurde eine rein axiale Strömung mit $u_{\text{II}} = u_{2\text{I}} = u_{1\text{II}} = u_{2\text{II}}$ vorausgesetzt und die Zuströmgeschwindigkeit c_0 vernachlässigt.

Tabelle 3.9 Berechnung der Geschwindigkeitsdreiecke (Beispiel 3.6)

		I	II	
α_1	°	16	30	gewählt nach Tabelle 3.8
η'	1	0,86	0,8	geschätzt
c_1	m/s	821		$c_{1\text{II}} = \sqrt{\eta'_1 [(1-r)2\Delta h_s + c_0^2]}$
			354	$c_{1\text{II}} = \sqrt{\eta'_1 [r_2 2\Delta h_s + c_{2\text{I}}^2]}$
$c_{1\text{m}}$	m/s	226	177	$c_{1\text{m}} = c_1 \sin \alpha_1$
$c_{1\text{u}}$	m/s	789	306	$c_{1\text{u}} = c_1 \cos \alpha_1$
$w_{1\text{u}}$	m/s	588	105	$w_{1\text{u}} = c_{1\text{u}} - u$
w_1	m/s	630	206	$w_1 = \sqrt{c_{1\text{m}}^2 + w_{1\text{u}}^2}$
β_1	°	21,0	59,3	$\beta_1 = \arctan(c_{1\text{m}}/w_{1\text{u}})$
β_2	°	158	140	gewählt nach Tabelle 3.8
η''	1	0,77	0,83	geschätzt
w_2	m/s	553		$w_{2\text{I}} = \sqrt{\eta''_1 [r_1 2\Delta h_s + w_{1\text{II}}^2]}$
			251	$w_{2\text{II}} = \sqrt{\eta''_1 [r_3 2\Delta h_s + w_{1\text{II}}^2]}$
$w_{2\text{m}}$	m/s	207	161	$w_{2\text{m}} = w_2 \sin \beta_2$
$w_{2\text{u}}$	m/s	-513	-192	$w_{2\text{u}} = w_2 \cos \beta_2$
$c_{2\text{u}}$	m/s	-312	9	$c_{2\text{u}} = w_{2\text{u}} + u$
c_2	m/s	374	161	$c_2 = \sqrt{w_{2\text{m}}^2 + c_{2\text{u}}^2}$
α_2	°	146,4	86,8	$\alpha_2 = 180^\circ + \arctan(w_{2\text{m}}/c_{2\text{u}})$

Mit den abgewandelten Gleichungen (3.10) und (3.13) lassen sich jetzt die Enthalpien und die spezifischen Volumina berechnen

$$h_0 = 3349,97 \text{ kJ/kg}$$

$$h_{1I} = h_0 - \frac{c_{1I}^2 - c_0^2}{2} = 3012,95 \text{ kJ/kg}; \quad v_{1I} = 0,0929 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$h_{2I} = h_{1I} - \frac{w_{2I}^2 - w_{1I}^2}{2} = 3058,50 \text{ kJ/kg}; \quad v_{2I} = 0,0968 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$h_{1II} = h_{2I} - \frac{c_{1II}^2 - c_{2I}^2}{2} = 3065,78 \text{ kJ/kg}; \quad v_{1II} = 0,1009 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$h_{2II} = h_{1II} - \frac{w_{2II}^2 - w_{1II}^2}{2} = 3055,50 \text{ kJ/kg}; \quad v_{2II} = 0,1075 \text{ m}^3/\text{kg}.$$

Zur Festlegung der Hauptabmessungen wird zunächst der mittlere Durchmesser berechnet:

$$D = \frac{u}{\pi n} = \frac{201 \text{ m/s}}{\pi \cdot 150 \text{ 1/s}} = 0,427 \text{ m}.$$

Bei voller Beaufschlagung ergäbe sich $l_{1I} = 1,5 \text{ mm}$. Um eine so kleine Schaufelhöhe zu vermeiden, die hohe Randverluste zur Folge hätte, wird die Turbine teilbeaufschlagt, und zur Festlegung des Beaufschlagungsgrades eine Schaufelhöhe von 12 mm vorgeschrieben. Damit wird

$$\varepsilon = \frac{\dot{m} v_{1I}}{\pi D l_{1I} c_{1mI} \tau_{1I}} = \frac{4,43 \text{ kg/s} \cdot 0,0929 \text{ m}^3/\text{kg}}{\pi \cdot 0,427 \text{ m} \cdot 0,012 \text{ m} \cdot 226 \text{ m/s} \cdot 0,9} = 0,1256$$

und die übrigen Schaufelhöhen

$$l_{2I} = \frac{\dot{m} v_{2I}}{\pi D c_{2mI} \tau_{2I} \varepsilon} = \frac{4,43 \text{ kg/s} \cdot 0,0968 \text{ m}^3/\text{kg}}{\pi \cdot 0,427 \cdot 207 \text{ m/s} \cdot 0,9 \cdot 0,1256} = 0,0137 \text{ m}$$

$$l_{1II} = \frac{\dot{m} v_{1II}}{\pi D c_{1mII} \tau_{1II} \varepsilon} = \frac{4,43 \text{ kg/s} \cdot 0,1009 \text{ m}^3/\text{kg}}{\pi \cdot 0,427 \cdot 177 \text{ m/s} \cdot 0,9 \cdot 0,1256} = 0,0167 \text{ m}$$

$$l_{2II} = \frac{\dot{m} v_{2II}}{\pi D c_{2mII} \tau_{2II} \varepsilon} = \frac{4,43 \text{ kg/s} \cdot 0,1075 \text{ m}^3/\text{kg}}{\pi \cdot 0,427 \cdot 161 \text{ m/s} \cdot 0,9 \cdot 0,1256} = 0,0194 \text{ m}.$$

Um die Beschaukelung der Turbine im Meridianschnitt aufzuzeichnen, fehlt noch die axiale Breite der Schaufeln. Sie kann nicht nach strömungstechnischen Gesichtspunkten festgelegt werden. Hier wird zunächst $b = 16 \text{ mm}$ angenommen, was gegebenenfalls nach einer Festigkeitsberechnung noch zu korrigieren ist.

Die aerodynamische Stufenarbeit errechnet sich analog zu Gl. (3.15)

$$Y_a = u(c_{1uI} - c_{2uI} + c_{1uII} - c_{2uII}) = 201 \text{ m/s}(789 + 312 + 306 - 9) \text{ m/s} = 281,00 \cdot 10^3 \text{ m}^2/\text{s}^2 = 281 \text{ kJ/kg}$$

und der aerodynamische Wirkungsgrad nach Gl. (3.18) mit $c_0 = 0$

$$\eta_{aE} = \frac{Y_a}{\Delta h_s} = \frac{281,00 \text{ kJ/kg}}{416,55 \text{ kJ/kg}} = 0,675.$$

Er ist etwas größer als der geschätzte Kupplungswirkungsgrad, aber in η_{aE} sind auch noch nicht alle Verluste berücksichtigt.

3.4.5 Das radiale Gleichgewicht der Strömung

Bisher wurden im Sinne der eindimensionalen Stromfadentheorie nur die Verhältnisse in einem mittleren Schnitt durch eine Stufe berücksichtigt und die Änderungen der interessierenden Größen mit dem Radius nicht beachtet. Solange die radiale Länge der Schaufeln gering ist, ist das auch zulässig, nicht aber bei langen Schaufeln, z. B. bei den Endstufen der Kondensationsturbinen.

Wie bei der eindimensionalen Theorie (Abschn. 3.4.3) wird wieder eine adiabate stationäre Strömung vorausgesetzt. Die Meridiankomponente der Geschwindigkeit soll über den Radius konstant sein. Das ist zwar zunächst eine willkürliche Annahme, führt aber zu einer besonders einfachen und einleuchtenden Theorie.

Potentialwirbel. In einer der drei Kontrollebenen 0, 1 und 2 (Bild 3.28 a), also im Ringspalt zwischen den Schaufeln, kann der Strömung keine Energie zugeführt werden, deshalb ist dort

$$h + \frac{c^2}{2} = h + \frac{1}{2} (c_m^2 + c_u^2) = \text{konst},$$

wobei c_m und c_u die Komponenten der Absolutgeschwindigkeit in Meridian- und Umfangsrichtung sind. Durch Differenzieren nach r entsteht

$$\frac{dh}{dr} + c_m \frac{dc_m}{dr} + c_u \frac{dc_u}{dr} = 0$$

und da voraussetzungsgemäß $c_m = \text{konst}$, also $dc_m = 0$

$$\frac{dh}{dr} = -c_u \frac{dc_u}{dr}. \quad (3.22)$$

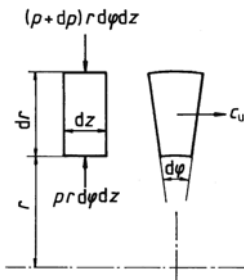


Bild 3.32

Zum radialen Gleichgewicht. Abmessungen eines Fluidelements und radiale Druckkräfte

An einem Fluidelement (Bild 3.32) mit der Masse $dm = \rho r d\phi dr dz$ greift in radialer Richtung die Druckkraft $dp r d\phi dz$ an. Mit der Zentripetalbeschleunigung $r\omega^2 = c_u^2/r$ lautet damit die Gleichgewichtsbedingung

$$dp r d\phi dz = \rho r d\phi dr dz \frac{c_u^2}{r}$$

mit $v = 1/\rho$ folgt daraus

$$\frac{v dp}{dr} = \frac{c_u^2}{r}. \quad (3.23)$$

Da für die Adiabate nach Gl. (1.5) $v dp = dh$ ist, können die Gln. (3.22) und (3.23) gleichgesetzt werden

$$\frac{c_u^2}{r} = -c_u \frac{dc_u}{dr}.$$

Durch Trennung der Veränderlichen und Integration folgt

$$r c_u = \text{konst}; \quad c_u = \frac{K}{D}. \quad (3.24)$$

Das ist die Gleichung eines Potentialwirbels (Abschn. 1.3.3), der sich also im Spalraum zwischen den Schaufeln einer axialen Strömungsmaschine unter den eingangs genannten Bedingungen ausbildet. Da die Konstante K aus der Berechnung des Mittelschnitts folgt, ist die Umfangskomponente der Absolutgeschwindigkeit für jeden Durchmesser zu ermitteln. Mit der Umfangsgeschwindigkeit $u = \pi n D$ lassen sich die Geschwindigkeitsdreiecke für jeden Durchmesser berechnen.

Folgerungen. Aus dem Ergebnis dieser Betrachtung ergeben sich die folgenden Schlüsse:

Die Schaufelwinkel sind über den Radius hin veränderlich, und die Schaufelprofile müssen deshalb unterschiedlich gestaltet sein. Die Lauf- und in geringerem Maße auch die Leitschaufeln sind in sich verwunden.

Stufenarbeit. Da c_u dem Durchmesser umgekehrt, u dagegen direkt proportional ist, bleibt deren Produkt konstant. Aus Gl. (3.15) folgt dann, dass die Stufenarbeit in jedem Zylinderschnitt den gleichen Wert hat. Auch das Enthalpiegefälle der Stufe ist vom Radius unabhängig, jedenfalls dann, wenn $c_0 = c_2$, was zumindest ungefähr der Fall ist.

Reaktionsgrad. Die Aufteilung des Gefälles auf das Leit- und Laufgitter und damit der Reaktionsgrad ändern sich auffallend mit dem Radius. Da c_u wegen Gl. (3.24) mit wachsendem Radius abnimmt, ist der Differentialquotient dc_u/dr negativ, und dh/dr nach Gl. (3.22) positiv. Die Enthalpie nimmt also nach außen hin zu. Wegen der großen Umfangskomponente der Absolutgeschwindigkeit im Querschnitt 1 ist der Effekt dort groß, bei 0 und 2 dagegen gering oder gar nicht vorhanden, weil c_{0u} und c_{2u} klein oder gleich null sind. Der Gefälleanteil des Leitgitters wird demnach mit wachsendem Radius kleiner, der Reaktionsgrad nach außen größer und nach innen kleiner.

Ist der Reaktionsgrad im Mittelschnitt nicht groß genug, kann er am Schaufelfuß negativ werden. Das ist zu vermeiden, denn dann strömt das Fluid im Laufgitter gegen wachsenden Druck, sodass Ablösungen der Grenzschicht und Totwassergebiete entstehen können. Damit treten aber zusätzliche Verluste auf, und ein Teil des Strömungsquerschnitts wird versperrt. Diese nachteiligen Folgen begründen den Mindestreaktionsgrad, der auch bei den Kammerstufen vorgeschrieben wird (Abschn. 3.4.3).

Beispiel 3.7. Aus dem Niederdruckteil einer Kondensationsturbine soll eine Einzelstufe berechnet werden.

Gegeben sind:

Eintrittszustand	$p_0 = 0,06 \text{ MPa}; \quad h_0 = 2631,00 \text{ kJ/kg}; \quad c_0 = 89 \text{ m/s}$
isentropes Enthalpiegefälle	$\Delta h_s = 65,00 \text{ kJ/kg}$
Massenstrom	$\dot{m} = 28,7 \text{ kg/s}$
mittlerer Durchmesser	$D = 1,511 \text{ m}$
Drehzahl	$n = 50 \text{ 1/s}$
Reaktionsgrad im Mittelschnitt	$r = 0,5$.

Lösung. Zunächst werden für den Mittelschnitt die Geschwindigkeitsdreiecke berechnet, die hier symmetrisch sind.

Tabelle 3.10 Berechnung der Geschwindigkeitsdreiecke im Mittelschnitt (Beispiel 3.7)

$u_1 = u_2 = 237 \text{ m/s}$	$u = \pi n D$
$\eta' = \eta'' = 0,92$	geschätzt
$c_1 = w_2 = 259 \text{ m/s}$	$c_1 = \sqrt{\eta' [(1-r) 2 \Delta h_s + c_0^2]}$
$\alpha_1 = 180^\circ - \beta_1 = 20^\circ$	gewählt
$c_{1m} = w_{2m} = 89 \text{ m/s}$	$c_{1m} = c_1 \sin \alpha_1$
$c_{1u} = -w_{2u} = 243 \text{ m/s}$	$c_{1u} = c_1 \cos \alpha_1$
$w_{1u} = -c_{2u} = 6 \text{ m/s}$	$w_{1u} = c_{1u} - u$
$w_1 = c_2 = 89 \text{ m/s}$	$w_1 = \sqrt{c_{1m}^2 + w_{1u}^2}$

Die Enthalpie am Expansionsendpunkt errechnet sich nach den Gln. (3.10) und (3.13) zu $h_2 = 2571,84 \text{ kJ/kg}$. Damit liefert das Mollier-Programm $v_2 = 3,9012 \text{ m}^3/\text{kg}$. Mit einem geschätzten $\tau_2 = 0,915$ wird damit die Schaufellänge

$$l_2 = \frac{\dot{m} v_2}{\pi D_2 c_{2m} \tau_2} = \frac{28,7 \text{ kg/s} \cdot 3,9012 \text{ m}^3/\text{kg}}{\pi \cdot 1,511 \text{ m} \cdot 89 \text{ m/s} \cdot 0,915} = 0,290 \text{ m}.$$

Damit ist der Durchmesser am Innenrand des Strömungskanal $D_i = 1,221 \text{ m}$ und am Außenrand $D_a = 1,801 \text{ m}$. Innerhalb dieses Bereiches werden nun für fünf verschiedene Durchmesser die Geschwindigkeitsdreiecke nach dem Potentialwirbelgesetz (Gl. (3.24)) umgerechnet, wobei von den Daten des Mittelschnitts ausgegangen wird. Durch Auflösen der Gln. 3.9 und 3.12 nach $\Delta h_s'$ bzw. $\Delta h_s''$ ist auch der Reaktionsgrad in den fünf Zylinderschnitten zu berechnen

$$r = \frac{\Delta h_s''}{\Delta h_s' + \Delta h_s''}.$$

Tabelle 3.11 Umrechnung auf andere Durchmesser (Beispiel 3.7)

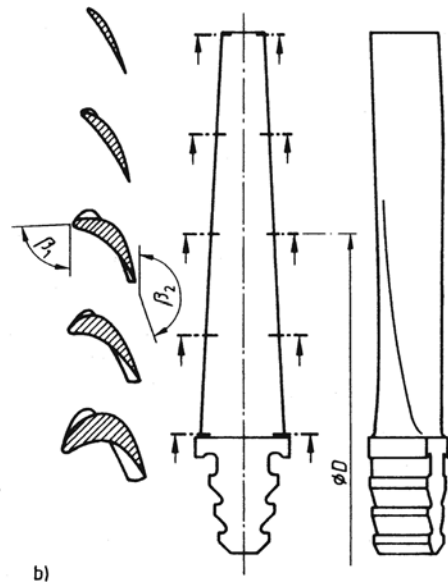
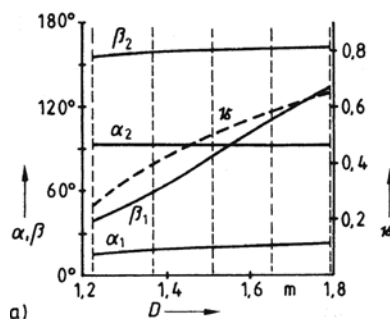
D	m	1,221	1,366	1,511	1,656	1,801	
c_{1u}	m/s	301	269	243	222	204	$= 243 \text{ m/s} \cdot 1,511 \text{ m/D}$
c_{1m}	m/s	89	89	89	89	89	$= 89 \text{ m/s} = \text{konst}$
c_1	m/s	314	283	259	239	223	$= \sqrt{c_{1m}^2 + c_{1u}^2}$
u	m/s	192	214	237	260	282	$= 237 \text{ m/s} \cdot D/1,511 \text{ m}$
w_{1u}	m/s	109	55	6	-38	-78	$= c_{1u} - u$
w_1	m/s	141	105	89	97	118	$= \sqrt{c_{1m}^2 + w_{1u}^2}$
c_{2u}	m/s	-7,4	-6,6	-6	-5,5	-5,0	$= -6 \text{ m/s} \cdot 1,511 \text{ m/D}$
w_{2m}	m/s	89	89	89	89	89	$= 89 \text{ m/s} = \text{konst}$
w_{2u}	m/s	-199	-222	-243	-265	-287	$= c_{2u} - u$
w_2	m/s	218	239	259	280	300	$= \sqrt{w_{2m}^2 + w_{2u}^2}$
α_1	°	16,5	18,3	20,1	21,8	23,6	$= \arctan(c_{1m}/c_{1u})$
β_1	°	39,2	58,2	86,1	113,1	131,2	$= \arctan(c_{1m}/w_{1u})$
β_2	°	155,9	158,2	159,9	161,4	162,8	$= 180^\circ + \arctan(w_{2m}/w_{2u})$
α_2	°	94,8	94,2	93,9	93,5	93,2	$= 180^\circ + \arctan(w_{2m}/c_{2u})$
$\Delta h'_s$	kJ/kg	49,62	39,57	32,50	27,08	23,07	$= (c_1^2/\eta' - c_0^2)/2$
$\Delta h''_s$	kJ/kg	15,89	25,53	32,50	37,90	41,95	$= (w_2^2/\eta'' - w_1^2)/2$
r	1	0,243	0,392	0,500	0,583	0,645	$= \Delta h'_s/(\Delta h'_s + \Delta h''_s)$

Bild 3.33

Stufe mit verwundener Laufschaufel (Beispiel 3.7)

a) Winkel und Reaktionsgrad als Funktion des Durchmessers

b) Laufschaufel



In Bild 3.33 a sind die vier Winkel und der Reaktionsgrad über dem Durchmesser aufgetragen. Der Winkel α_1 , der die Form der Leitschaufel kennzeichnet, ändert sich nur geringfügig. Erheblich ändert sich dagegen der Laufradeintrittswinkel β_1 und damit die Laufschaufelprofilform (Bild 3.33 b). In der Nähe des Schaufelfußes ergeben sich dicke, am Blattende dagegen schlanke Profile. In günstiger Übereinstimmung mit den Erfordernissen der Festigkeit entsteht so eine Schaufelform, die einem Körper gleicher Zugfestigkeit nahe kommt. Damit die Fliehkräfte keine Biegemomente in die Schaufel einleiten, werden die Flächenschwerpunkte der Querschnitte auf eine radiale Gerade gelegt.

3.4.6 Nassdampfstufen

Wird bei der Entspannung des Dampfes in der Turbine die Grenzkurve zum Nassdampfgebiet unterschritten, wie bei Kondensationsmaschinen, so entsteht zunächst ein unterkühlter Dampf, dessen Temperatur unter der zum Dampfdruck gehörigen Sättigungstemperatur liegt. In diesem instabilen Zustand ist der Dampf noch rein gasförmig, denn wegen des Fehlens sogenannter Kondensationskerne bilden sich zunächst keine Flüssigkeitströpfchen. Bei einer bestimmten Unterkühlung setzt jedoch eine spontane Kondensation ein, die so rasch abläuft, dass man von einem Kondensationsstoß spricht. Die Nebeltröpfchen, die sich dabei bilden, die Primärtröpfchen, sind sehr klein. Auch bei der weiteren Expansion wachsen sie durch die fortschreitende Kondensation kaum auf Durchmesser über etwa $0,2 \mu\text{m}$ an.

Durch die Stromlinienkrümmung in der Beschaukelung wird ein Teil der Feuchtigkeit auszentrifugiert und sammelt sich in Form eines Wasserfilms oder einzelner Wasserstrahlen auf den Hohlseiten der Leit- und Laufschaufeln. Von deren Hinterkanten löst sich der Wasserfilm ab und bildet die größeren Sekundärtropfen mit Durchmessern bis zu etwa $400 \mu\text{m}$. Noch größere Wasserteilchen sind in der Turbinenströmung nicht stabil, da sie wieder zerstäubt werden.

Verluste. Durch die Anwesenheit der Primär- und Sekundärtropfen entsteht eine Reihe zusätzlicher Verluste.

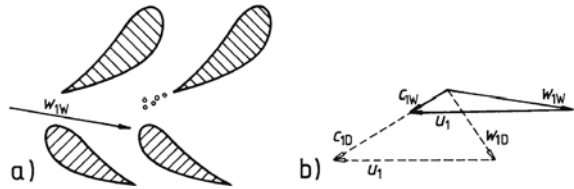
Schleppverlust. Wegen ihrer um mehrere Zehnerpotenzen höheren Dichte werden die Wasserteilchen in den Schaufelgittern nicht annähernd auf die Geschwindigkeiten beschleunigt, die der Dampf erreicht. Sie müssen von der umgebenden Dampfströmung durch Reibung mitgeschleppt werden.

Bremsverlust. Da die langsamen Wasserteilchen hinter dem Dampf zurückbleiben, treffen sie auf die Vorderseite der Laufschaufeln und bremsen diese ab.

Zentrifugierverschwendung. Von den Laufschaufeln wird das Wasser nach außen abgeschleudert, die dazu erforderliche Arbeit geht der Energieumsetzung verloren.

Mengenverlust. Um die Wirkungen der Dampfnässe zu verringern, werden an der äußeren Kanalbegrenzung, manchmal auch an den Leitschaufeln, Entwässerungsschlitze angeordnet. So geht mit dem abgeführten Wasser auch ein Teil des Dampfes verloren.

Die gesamte Wirkungsgradminderung in einer Nassdampfstufe kann nur mit Schwierigkeiten rechnerisch behandelt werden (s. [8]). Ihre Größenordnung liegt bei etwa 1 % je Prozent Dampfeuchte.

**Bild 3.34** Tropfenschlagerosion

a) Schaufelschnitt

b) Eintrittsdreiecke mit den Geschwindigkeiten der gesunden Dampfströmung (Index D) und der Wasserteilchen (Index W)

Materialverschleiß. Außer der Wirkungsgradminderung hat die Anwesenheit flüssigen Wassers noch eine andere nachteilige Wirkung. Die metallischen Werkstoffe können angegriffen werden, wobei zwei unterschiedliche Mechanismen zu unterscheiden sind.

Tropfenschlagerosion kann an den Eintrittskanten der Laufschaufeln auftreten (Bild 3.34). Im Nachlauf der Leitschaufeln, wo die Dampfgeschwindigkeit wegen des Grenzschichteneinflusses kleiner ist als in der gesunden Strömung (Index D) werden die Wassertropfen (Index W) nur mäßig beschleunigt. Ihre Relativgeschwindigkeit ist wegen der hohen Umfangsgeschwindigkeit von Endstufenschaufeln dennoch groß. Beim Aufprall auf die Laufschaufel kann es zu einem Materialabtrag kommen, und zwar dann, wenn die Tropfen Durchmesser in der Größenordnung von 50 bis 400 μm haben. Wesentlich kleinere Tropfen sind harmlos und größere kommen nicht vor.

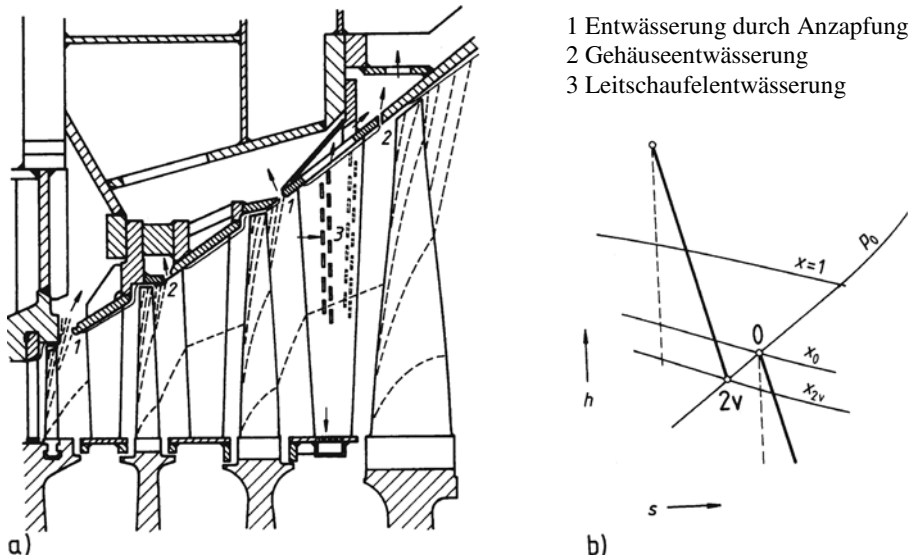
Entwässerung. Bei erheblicher Gefährdung sind Gegenmaßnahmen erforderlich. So können Entwässerungsschlitze in der äußeren Kanalbegrenzung vorgesehen werden. Die Schlitze liegen im Nachlauf der Laufschaufeln, damit sie das von diesen abgeschleuderte Wasser erfassen. Wo Anzapfungen zur Speisewasservorwärmung vorgesehen sind, werden sie mit den Entwässerungen kombiniert.

Besonders wirkungsvoll kann der Wasserfilm direkt an der Leitschaufeloberfläche abgesaugt werden. Dazu wird die hohle Leitschaufel mit Schlitzen versehen und ihr Inneres mit dem Kondensator verbunden. Wegen der Kosten lohnt sich das nur in den letzten Stufen besonders gefährdeter Maschinen.

In Bild 3.35 sind die verschiedenen Arten der Entwässerung dargestellt. Da nur die Sekundärfeuchte abgeführt werden kann, und diese auch nur teilweise, ist die Verminderung der gesamten Feuchtigkeit gering, etwa 12 bis 15 %, sodass nach Bild 3.35 b mit dem Dampfgehalt x folgt

$$(1 - x_0) = (0,85 \div 0,88)(1 - x_{2v}).$$

Hierbei kennzeichnet der Index 0 den Eintrittszustand der Stufe hinter der Entwässerung und $2v$ den Austrittszustand der vorherigen Stufe. Außer der Verringerung der Erosionsschäden wirken sich die Entwässerungen günstig auf die Verluste aus, weil die Minderung der Bremsverluste die Mengenverluste übersteigt.

**Bild 3.35** Entwässerung

a) Wasserbahnen und Maßnahmen zur Wasserabscheidung (KWU)

b) Darstellung im h,s -Diagramm

Weitere Maßnahmen zur Minderung der Erosion haben das Ziel, die Bildung großer Wassertropfen von vornherein zu verhindern. Das gelingt durch optimal gestaltete Profile und dünne Austrittskanten der Leitschaufeln, ferner durch ausreichend große Axialspalte zwischen Leit- und Laufschaufeln, weil dadurch lange Beschleunigungs- und Zerstäubungstrecken für die großen Wassertropfen gebildet werden. Schließlich wird die Widerstandskraft der Laufschaufeln erhöht, indem sie im gefährdeten Bereich im äußeren Drittel der Eintrittskanten örtlich gehärtet oder durch aufgelötete Stelliteiten gepanzert werden.

Dampfgehalt. Mit Rücksicht auf die erosive Wirkung der Dampfnässe, aber auch wegen der durch sie vermehrten Verluste, sollte im Expansionsendpunkt der Kondensationsturbinen der Dampfgehalt x größer oder mindestens gleich 0,85 sein.

Erosionskorrosion. Bei höheren Drücken innerhalb des Nassdampfgebiets gibt es auch einen Verschleiß durch chemische Reaktion des Eisens. Bei konventionellen Turbinen besteht keine Gefahr, weil ihre Expansionsverläufe das kritische Gebiet nicht berühren. Anders ist es dagegen bei den Sattedampfturbinen der Kernkraftwerke. Hier sind die Bauteile der Hochdruckteilturbinen, der Überström- und Anzapfleitungen sowie der Wasserabscheider gefährdet. Man mindert oder vermeidet Schäden an diesen Teilen durch den Einsatz chromlegierter Stähle.

3.4.7 Gitterwirkungsgrade

In Abschn. 3.4.2 wurden die zur Berechnung der Geschwindigkeiten benötigten Wirkungsgrade η' und η'' in den Gleichungen (3.9) und 3.12) als gegeben angenommen. Sie können aus der Grenzschicht und der Nachlaufströmung theoretisch berechnet werden oder in Gitterwindkanälen experimentell untersucht werden. Auf die Praxis direkt übertragbare

Ergebnisse liefern Messungen an Versuchsturbinen, die allein eine ausreichende Modellähnlichkeit ermöglichen.

In [8] sind Unterlagen angegeben, die eine systematische Auswertung rechnerischer und experimenteller Ergebnisse darstellen, und mit denen sich die Gitterwirkungsgrade recht genau abschätzen lassen. Im Folgenden wird eine vereinfachte Zusammenfassung gegeben, bei der für η' und η'' einfach η geschrieben ist, da für die Leit- und Laufgitter die gleichen Unterlagen gelten.

Statt der Wirkungsgrade η werden die Verluste $\zeta = 1 - \eta$ untersucht und in mehrere einzelne Bestandteile zerlegt.

$$\zeta = 1 - \eta = (\zeta_p + \zeta_{\text{Rest}} + \zeta_z + \zeta_f) + \Delta\zeta. \quad (3.25)$$

Profilverlust ζ_p . Durch die Umlenkung im Gitter, durch Reibung an den Schaufeloberflächen und durch Wirbelablösungen an den endlich dicken Austrittskanten entsteht ein von der Profilform abhängiger Verlust. In Bild 3.36 a ist ζ_p für Beschleunigungsgitter, wie sie in jedem Fall die Leitschaufeln und bei Reaktionsstufen auch die Laufschaufeln bilden, und in Bild 3.36 b für Umlenkigitter, also die Laufgitter der Gleichdruckstufen und die Umlenkigitter der Curtis-Stufen in Abhängigkeit vom Austrittswinkel α_1 bzw. β_2 und von der Profilsehnenlänge angegeben. Die Werte gelten unter der Voraussetzung, dass ein günstiges Teilungsverhältnis t/s eingehalten ist, das gestrichelt eingetragen ist.

Die Angaben gelten im Unterschallbereich bis zu einer Machzahl von etwa 0,8. Im schallnahen Bereich tritt eine geringfügige Verbesserung ein, bei Machzahlen über 1,2 nehmen die Verluste dagegen erheblich zu.

Restverlust ζ_{Rest} . Durch Störungen der Strömung in den Randzonen an den Schaufelfüßen und -spitzen entsteht ein weiterer Verlust. Er kann aus dem in Bild 3.36 angegebenen dimensionslosen Ausdruck $\zeta_{\text{Rest}} l/s$ bei bekannter Länge der Schaufel und der Profilsehne berechnet werden.

Zusatzverlust ζ_z . Wenn die Strömung axiale Spalträume mit freien Strahlgrenzen überqueren muss, wie bei Deckbandbeschaukelungen, entsteht ein zusätzlicher Verlust. Er wird mit den Beziehungen von Bild 3.37 a für Leit- und Laufgitter folgendermaßen abgeschätzt.

$$\begin{aligned} \zeta'_z &= \frac{0,05 + 0,06}{\sin \beta_{2v}} \left(\frac{\delta_{a2}}{l_2} \right)_v \left(\frac{w_{2v}}{c_1} \right)^2 \\ \zeta''_z &= \frac{0,05 + 0,06}{\sin \alpha_1} \left(\frac{\delta_{a1}}{l_1} \right) \left(\frac{c_1}{w_2} \right)^2. \end{aligned} \quad (3.26)$$

Durch den Index v ist angegeben, dass die Werte der vorangehenden Stufe einzusetzen sind.

Fächerverlust ζ_f . Korrekterweise müssten die Verluste nicht nur im Mittelschnitt sondern für verschiedene Radien bestimmt und durch Integration über die Schaufellänge Mittelwerte gebildet werden. Tut man dies nicht, so sind die für den Mittelschnitt gerechneten

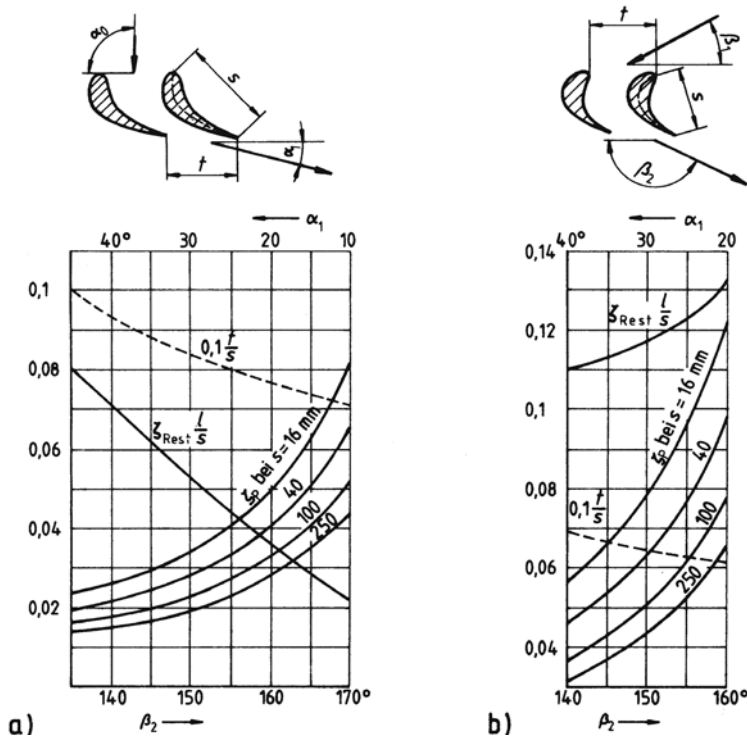


Bild 3.36 Profil und Restverluste ζ_p und ζ_{Rest} in Abhängigkeit vom Austrittswinkel α_1 (Leitgitter) bzw. β_2 (Laufgitter) und von der Profilsehnenlänge s unter der Voraussetzung günstiger Teilungsverhältnisse t/s (gestrichelt). Nach Unterlagen in [8]

a) Beschleunigungsgitter

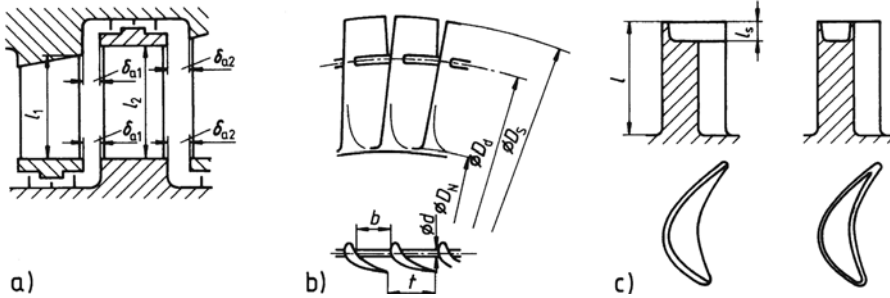
b) Umlenkgritter

Werte mit dem Fächerverlust zu korrigieren. Mit der Schauffellänge l und dem mittleren Durchmesser D_m gilt für unverwundene Schaufeln

$$\zeta_f = \frac{1}{3} \left(\frac{l}{D_m} \right)^2. \quad (3.27)$$

Da der Fächerverlust bei großer Schauffellänge beträchtlich würde, sollen unverwundene Schaufeln nur bis zu $l/D_m = 0,15 \div 0,2$ verwendet werden. Wenn hohe Wirkungsgrade angestrebt werden, müssen aber auch kürzere Schaufeln verwunden werden, für die dann kein Fächerverlust zu berücksichtigen ist.

Korrekturen für Beschaukelungen mit Dämpfungsdrähten und mit Zuschärfungen $\Delta\zeta$. Zur Vermeidung oder Dämpfung von Schaufelschwingungen werden frei endende Schaufeln gelegentlich mit Dämpfungsdrähten versehen. Der dadurch verursachte zusätzliche Verlust beträgt mit den Bezeichnungen von Bild 3.37 b

**Bild 3.37** Einflüsse auf die Gitterverluste

- a) Deckbandbeschäufelung
- b) Dämpfungsdraht
- c) Zuschärfungen

$$\Delta \zeta = 8 \zeta_w \sin^2 \beta_2 \left(\frac{l}{b} \right)^2 \frac{D_d d}{D_s^2 - D_N^2}. \quad (3.28)$$

Dabei ist der Widerstandbeiwert für einen runden Draht $\zeta_w = 1,2$.

Um Folgeschäden beim Anstreifen zu vermeiden, werden frei endende Schaufeln zugeschärft. Entweder geschieht das einseitig, und zwar so, dass das Profil auf der konvexen Seite erhalten bleibt, oder in Form der Kronenzuschärfung, bei der durch elektroerosive Bearbeitung die Stirnfläche des Schaufelblattes ausgetieft wird, sodass längs der Profilbeurandung nur ein schmaler Grat stehen bleibt (Bild 3.37 c). Während im letzten Fall kein zusätzlicher Verlust entsteht, weil das Schaufelprofil unangetastet bleibt, beträgt bei einseitiger Zuschärfung die Korrektur

$$\Delta \zeta = 0,2 \left(\frac{l_s}{l} \right). \quad (3.29)$$

Beispiel 3.8. Für die Kammerstufe des Beispiels 3.5 sind die dort geschätzten Gitterwirkungsgrade nachzurechnen. Die Profilschnehlänge der Leitschaufeln soll mit $s' = 70 \text{ mm}$ und der Laufschaufeln mit $s'' = 25 \text{ mm}$ gegeben sein. Ferner wird vorausgesetzt, dass der betrachteten Stufe eine ähnliche Kammerstufe mit den gleichen Geschwindigkeitsdreiecken vorausgeht, bei der die Laufschaufelhöhe $l_{2v} = 25 \text{ mm}$ ist. Die axialen Spalte sind mit $\delta_{a1} = \delta_{a2v} = 3 \text{ mm}$ gegeben.

Lösung. Mit $\alpha_1 = 15^\circ$ und $s = 70 \text{ mm}$ ist nach Bild 3.36 a

$$\zeta_p' = 0,044$$

und mit $l_1 = 31,6 \text{ mm}$

$$\zeta_{\text{Rest}}' = 0,028 \frac{70 \text{ mm}}{31,6 \text{ mm}} = 0,062.$$

Mit $\beta_{2v} = 160^\circ$; $w_{2v} = 403,1 \text{ m/s}$, $c_1 = 668,1 \text{ m/s}$ folgt aus Gl. (3.26)

$$\zeta'_Z = \frac{0,055}{\sin 160^\circ} \cdot \left(\frac{3 \text{ mm}}{25 \text{ mm}} \right) \left(\frac{403,1 \text{ m/s}}{668,1 \text{ m/s}} \right)^2 = 0,007$$

und aus Gl. (3.27) mit $D_m = 1910 \text{ mm}$

$$\zeta'_f = \frac{1}{3} \left(\frac{31,6 \text{ mm}}{1910 \text{ mm}} \right)^2 = 0,00009.$$

Der Fächerverlust ist demnach vernachlässigbar, und es ist

$$\zeta' = \zeta'_P + \zeta'_{\text{Rest}} + \zeta'_Z = 0,044 + 0,062 + 0,007 = 0,133; \quad \eta' = 1 - \zeta' = 0,867.$$

In entsprechender Weise wird für das Laufgitter berechnet

$$\zeta''_P = 0,108$$

$$\zeta''_{\text{Rest}} = 0,132 \frac{25 \text{ mm}}{43 \text{ mm}} = 0,077$$

$$\zeta''_Z = \frac{0,055}{\sin 15^\circ} \cdot \left(\frac{3 \text{ mm}}{31,6 \text{ mm}} \right) \left(\frac{668,1 \text{ m/s}}{403,1 \text{ m/s}} \right)^2 = 0,055$$

$$\zeta'' = \zeta''_P + \zeta''_{\text{Rest}} + \zeta''_Z = 0,108 + 0,077 + 0,055 = 0,240; \quad \eta'' = 1 - \zeta'' = 0,760.$$

Mit diesen Wirkungsgraden ist das Beispiel 3.5 noch zu korrigieren.

Mit den Teilungsverhältnissen nach Bild 3.36 folgt für die Schaufelzahlen von Leit- und Laufrad

Tabelle 3.12 Schaufelzahlen (zu Beispiel 3.8)

	Leitrad	Laufrad	
t/s	0,73	0,62	Bild 3.36
$t \text{ mm}$	51,1	15,5	$t = s \text{ (} t/s \text{)}$
z	117	387	$z = \pi D / t$

3.4.8 Weitere Stufenverluste

Außer den direkt in der Beschauelung entstehenden Verlusten, die durch die Gitterwirkungsgrade bzw. den daraus folgenden aerodynamischen Wirkungsgrad (Abschn. 3.4.2) erfasst werden, gibt es noch die folgenden Verluste.

Spaltverlust. Wie bei jeder Strömungsmaschine müssen zwischen den umlaufenden und den feststehenden Teilen hinreichend große Spalte vorhanden sein, durch die ein Teil des Dampfes strömt, ohne in der Beschauelung Arbeit zu leisten.

Sind $\dot{m}'_{sp}$ und $\dot{m}''_{sp}$ die Spaltmengenströme im Leit- und Laufschaufelspalt, so beträgt die um den Spaltverlust verringerte Stufenleistung

$$P_a - P_{verlsp} = (\dot{m} - \dot{m}'_{sp} - \dot{m}''_{sp}) Y_a$$

und der spezifische Spaltverlust

$$\Delta h_{verlsp} = \frac{P_{verlsp}}{\dot{m}} = \frac{\dot{m}'_{sp} + \dot{m}''_{sp}}{\dot{m}} Y_a.$$

Durch den Ansatz $\Delta h_{verlsp} = \zeta_{sp} \Delta h_s = (\zeta'_{sp} + \zeta''_{sp}) \Delta h_s$

wird der Spaltverlust auf das isentrope Enthalpiegefälle der Stufe bezogen. Die dadurch definierte Größe heißt Spaltverlustbeiwert. Durch Vergleich der beiden letzten Gleichungen folgt

$$\zeta'_{sp} = \frac{\dot{m}'_{sp}}{\dot{m}} \frac{Y_a}{\Delta h_s}; \quad \zeta''_{sp} = \frac{\dot{m}''_{sp}}{\dot{m}} \frac{Y_a}{\Delta h_s}.$$

Für die Massenströme gilt der Kontinuitätssatz, und damit folgt

$$\begin{aligned} \zeta'_{sp} &= \frac{c'_{sp} \sin \alpha'_{sp} A'_{sp}}{c_1 \sin \alpha_1 A_1} \frac{Y_a}{\Delta h_s} = K'_{sp} \frac{A'_{sp}}{\sin \alpha_1 A_1} \\ \zeta''_{sp} &= \frac{w''_{sp} \sin \beta''_{sp} A''_{sp}}{w_2 \sin \beta_2 A_2} \frac{Y_a}{\Delta h_s} = K''_{sp} \frac{A''_{sp}}{\sin \beta_2 A_2}. \end{aligned} \quad (3.30)$$

In den Koeffizienten K'_{sp} und K''_{sp} sind einige Größen, insbesondere die schwer zu bestimmenden Geschwindigkeiten der Spaltströme c'_{sp} und w''_{sp} und deren Winkel α'_{sp} und β''_{sp} zusammengefasst. Diese Koeffizienten sind experimentell durch Wirkungsgradmessungen mit veränderlichen Spaltweiten ermittelt worden. Sie können für frei endende Schaufeln in Abhängigkeit vom Umlenkwinkel der Schaufeln $\Delta \alpha$ bzw. $\Delta \beta$ aus Bild 3.38 a entnommen werden. Bei Deckbandbeschaufelungen ist der Spaltverlust von der Anzahl der Dichtungsspitzen z' bzw. z'' abhängig und zwar nach Abschn. 3.5.4 der Wurzel aus z umgekehrt proportional. Im Diagramm (Bild 3.38 b) ist deshalb das Produkt $K_{sp} \sqrt{z}$ aufgetragen.

Deckbänder und Dämpfungsdrähte. Beschaufelungen mit Deckbändern sind weit besser gegen Spaltverluste abzudichten und werden deshalb bevorzugt angewendet. Die Deckbänder bestehen aus einzelnen Deckplatten, die mit den Schaufeln in einem Stück gefräst (Bild 3.39) und nach dem Einbau in den Läufer gemeinsam abgedreht werden. Die Schwerpunkte von Schaufelfuß, Schaufelblatt und Deckplatte müssen auf einer radialen Geraden liegen, damit durch die Fliehkräfte keine Biegemomente entstehen. Der Vorteil der Deckbandbeschaufelung liegt außer in der Verminderung der Spaltverluste darin, dass Schaufelschwingungen nahezu vollständig vermieden werden.

Da die Masse einer Deckplatte die Fliehkraftbelastung der Schaufel vergrößert, können die langen Endstufenschaufeln nur frei endend ausgeführt werden. Wegen der großen Strömungsquerschnitte, die in Gl. (3.30) im Nenner stehen, sind die Spaltverluste hier ohnehin klein. Zur Dämpfung der Schaufelschwingungen werden bei diesen Schaufeln gegebenenfalls Dämpfungsdrähte (Bild 3.37 b) vorgesehen.

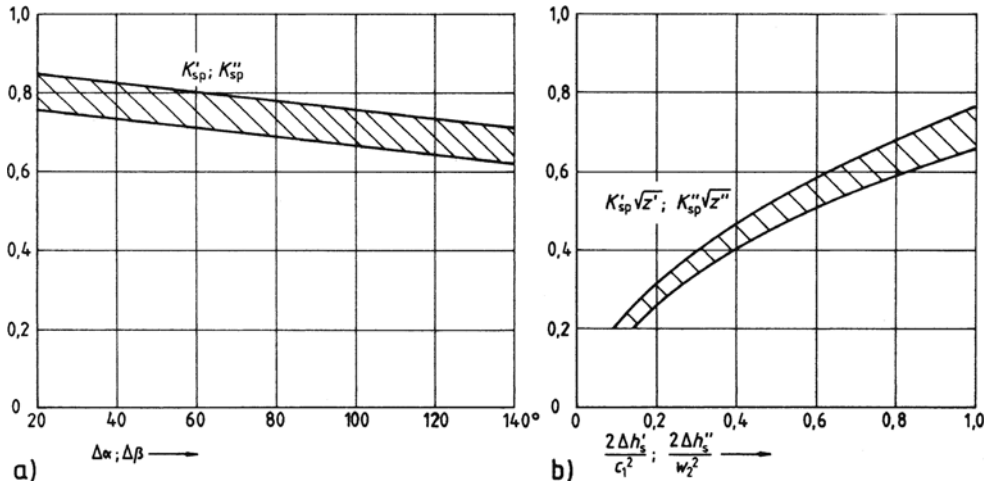


Bild 3.38 Spaltverlustkoeffizienten (nach [12])

- a) Frei endende Schaufeln. K_{sp} in Abhängigkeit vom Umlenkwinkel $\Delta\alpha$ bzw. $\Delta\beta$
 b) Deckbandbeschaufelung. $\sqrt{z} K_{sp}$ in Abhängigkeit von $2\Delta h'_s/c_1^2$ bzw. $2\Delta h''_s/w_2^2$
 mit z = Anzahl der Dichtspitzen

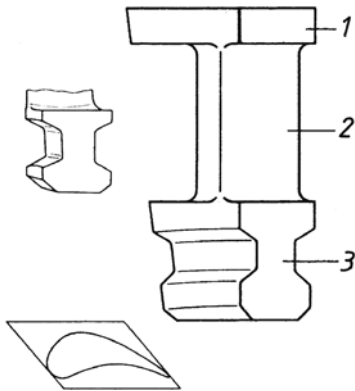


Bild 3.39

Laufschaufel mit Deckplatte (AEG-Kanis)

- 1 Deckplatte
 2 Schaufelblatt
 3 Schaufelfuß

Spaltquerschnitte. Die Ringflächen A_{sp}^I und A_{sp}^{II} in Gl. (3.30) errechnen sich zu

$$A_{sp} = \pi D_{sp} \delta_{sp}.$$

Dabei ist D_{sp} der Durchmesser am Spalt und δ_{sp} die radiale Spaltweite, die aus Gründen der Betriebsicherheit ausreichend groß sein muss. Als Anhalt dient

$$\delta_{sp} \geq \frac{D_{sp}}{1000} + 0,2 \text{ mm}; \quad \delta_{sp} \geq 0,4 \frac{L_{sp}}{1000}, \quad (3.31)$$

wo L_{sp} den Abstand vom nächstgelegenen Lager des Rotors bedeutet. Der jeweils größere Wert der beiden Bedingungen ist einzuhalten.

Radreibungsverluste. Nach Gl. (1.60) wird die Leistung, die durch die Reibung der Rotorflächen, insbesondere der großen Radseitenflächen der Kammerturbinen im umgebenden Fluid entsteht, der Fluidichte, der dritten Potenz der Drehzahl und der fünften Potenz des Scheibendurchmessers proportional sein. Daraus ergibt sich der Ansatz

$$P_{\text{verlR}} = k_R \frac{n^3 D_N^5}{\nu}.$$

Hier ist D_N der Scheiben- bzw. der Nabendurchmesser der Beschaukelung und ν der Mittelwert der spezifischen Volumina vor bzw. hinter dem Laufrad. Für den Koeffizienten k_R gilt nach [12]

$$k_R = 0,37 \left(\frac{\pi D_N^2 n}{\nu} \right)^{-0,2}. \quad (3.32)$$

Dabei ist ν die kinematische Zähigkeit des Dampfes (Tabelle 9.4 und 9.5). Der Klammerausdruck ist die mit dem Durchmesser D_N und der Umfangsgeschwindigkeit der Scheibe $u_N = \pi n D_N$ gebildete Reynoldszahl.

Indem mit $\Delta h_{\text{verlR}} = P_{\text{verlR}} / \dot{m}$ ein spezifischer Radreibungsverlust eingeführt wird und auf die isentrope Enthalpiedifferenz der Stufe bezogen wird, entsteht der dimensionslose Ausdruck für den Radreibungsverlust.

$$\zeta_R = \frac{\Delta h_{\text{verlR}}}{\Delta h_s} = \frac{P_{\text{verlR}}}{\dot{m} \Delta h_s} = k_R \frac{n^3 D_N^5}{\dot{m} \nu \Delta h_s}. \quad (3.33)$$

Ventilationsverlust. Bei teilbeaufschlagten Gleichdruckturbinen wirken die Laufschaufeln im nicht beaufschlagten Teil des Umfangs ähnlich wie die Flügel eines Ventilators, da sie notwendigerweise im dampferfüllten Raum umlaufen müssen. Die entsprechende Förderleistung bildet den Ventilationsverlust.

Da die Ventilationsleistung der Dichte, der dritten Potenz der Umfangsgeschwindigkeit $(\pi n D_2)^3$ und dem nicht beaufschlagten Teil des Ringquerschnitts $(1 - \epsilon) \pi D_2 l_2$ proportional sein wird, ergibt sich mit dem Koeffizienten k_V der Ansatz

$$P_{\text{verlV}} = k_V (1 - \epsilon) \frac{n^3 D_2^4 l_2}{\nu}.$$

Hier ist D_2 der mittlere Beschaukelungsdurchmesser, l_2 die Länge der Schaufel und ν das spezifische Volumen im Laufschaufelbereich.

Der dimensionslose Ventilationsverlust ist

$$\zeta_V = \frac{\Delta h_{\text{verlV}}}{\Delta h_s} = \frac{P_{\text{verlV}}}{\dot{m} \Delta h_s} = k_V (1 - \epsilon) \frac{n^3 D_2^4 l_2}{\dot{m} \nu \Delta h_s}. \quad (3.34)$$

Der Koeffizient k_v (Tabelle 3.13) ist davon abhängig, ob der nicht beaufschlagte Teil des Laufschaufelkranzes frei oder durch einen Ring abgedeckt ist (Bild 3.40), wodurch die Ventilationsverluste gemindert werden. In der Tabelle ist auch der Rückwärtslauf berücksichtigt, der bei den Rückwärtsturbinen der Schiffsantriebe bei Vorwärtsfahrt vorkommt (Abschn. 3.3.4).

Tabelle 3.13 Ventilationskoeffizient

	frei	eingehüllt ($l/D < 1/8$)
vorwärts	$k_v = 1,95 + 25l/d$	$k_v = 0,92 + 54(1/8 - l/d)^2$
rückwärts	$k_v = 43 - 633(l/d)^2$	$k_v = 0,97 + 146(1/8 - l/d)^2$

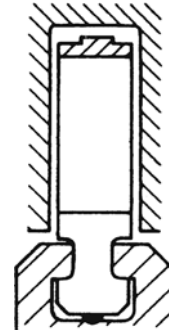


Bild 3.40

Durch einen Ring zur Verminderung des Ventilationsverlustes abgedeckte Laufschaufel

Bei Curtis-Stufen ist k_v bei freien Schaufelkranzen mit der Wurzel aus der Zahl der Laufradkränze zu multiplizieren, während bei Abdeckung einfach die Summe der einzelnen Ventilationsleistungen zu nehmen ist.

Teilbeaufschlagung ist bei thermischen Strömungsmaschinen wegen des Ventilationsverlustes nur ein Notbehelf, um unzulässig kurze Schaufeln zu vermeiden. Vergleicht man eine teilbeaufschlagte Dampfturbine mit einer Pelton-Wasserturbine, die grundsätzlich teilbeaufschlagt ist (Abschn. 2.3.1), so liegt ein wesentlicher Unterschied darin, dass bei der Wasserturbine der nicht beaufschlagte Teil nicht im Arbeitsfluid, sondern in Luft, einem Fluid wesentlich geringerer Dichte umläuft. Die Ventilationsverluste sind deshalb gering, und die Teilbeaufschlagung ist in diesem Fall kein Notbehelf sondern ein „legitimes“ Mittel des Konstrukteurs.

Im Dampfturbinenbau wird die Teilbeaufschlagung nur bei Kleinturbinen, bei denen der Wirkungsgrad weniger wichtig ist, und bei den Regelstufen mittelgroßer Turbinen, bei denen die partielle Beaufschlagung für die Funktion unerlässlich ist, angewendet. Bei mehrstufigen Maschinen wird der Verlust der ersten Stufe auch zum Teil durch den Rückgewinn (Abschn. 3.5.1) ausgeglichen.

Bei Großmaschinen setzen die dann auftretenden sehr hohen Wechselbeanspruchungen der Laufschaufeln des Regelrades der Anwendung der Teilbeaufschlagung eine natürliche Grenze.

Nassdampfverluste. Unter Verzicht auf eine exakte Berechnung wird hier eine Abschätzung gegeben, und für eine vollständig im Nassdampfgebiet arbeitende Stufe folgender Ansatz benutzt

$$P_{\text{verlN}} = k_N \dot{m} \Delta h_s \left(1 - \frac{x_0 + x_2}{2}\right),$$

worin der Koeffizient k_N etwa gleich eins ist. Der Klammerausdruck kennzeichnet den Mittelwert aus der Dampfeuchte am Ein- und Austritt der Stufe.

Bei einer Stufe, die nur teilweise im Nassdampfgebiet arbeitet, ist nur das unterhalb der Wilson-Linie gelegene Teilgefälle einzusetzen. Die Wilson-Linie ist eine Kurve im h,s -Diagramm, bei deren Unterschreiten nach anfänglicher Unterkühlung die Kondensation einsetzt. Für die hier beabsichtigte Näherung kann jedoch die Wilson-Linie durch die Grenzkurve ersetzt werden (Bild 3.41). Damit und mit $x_0 = 1$ ergibt sich

$$P_{\text{verlN}} = k_N \dot{m} \Delta_{sN} \left(\frac{1-x_2}{2} \right).$$

Wie bei den anderen Verlusten wird auf das isentrope Stufengefälle bezogen, also

$$\zeta_N = \frac{\Delta h_{\text{verlN}}}{\Delta h_s} = \frac{P_{\text{verlN}}}{\dot{m} \Delta h_s} = k_N \left(1 - \frac{x_0 + x_2}{2} \right)$$

bzw.
$$\zeta_N = k_N \frac{\Delta h_{sN}}{\Delta h_s} \left(\frac{1-x_2}{2} \right). \quad (3.35)$$

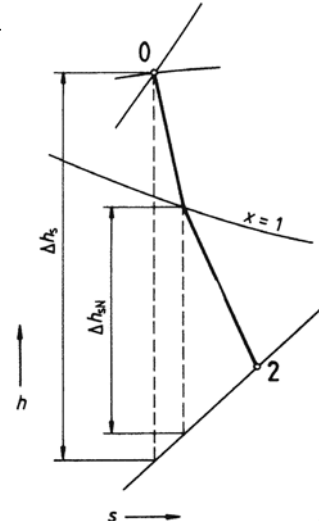


Bild 3.41

h,s -Diagramm einer teilweise im Nassdampfgebiet arbeitenden Stufe

Innere Stufenarbeit und innerer Wirkungsgrad. Die jetzt vollständig behandelten Stufenverluste, einschließlich der Beschauelungsverluste (Abschn. 3.4.2) haben die Eigenschaft gemeinsam, dass die „verlorene“ Energie vom Arbeitsfluid aufgenommen wird, dessen Enthalpie sich um den genau entsprechenden Betrag erhöht. Man nennt sie innere Verluste. Die Enthalpie am Stufenende ist

$$h_3 = h_2 + \Sigma \Delta h_{\text{verl}} = h_2 + \Delta h_s (\zeta_{\text{sp}} + \zeta_{\text{R}} + \zeta_{\text{V}} + \zeta_{\text{N}}) = h_2 + \Delta h_s \Sigma \zeta. \quad (3.36)$$

Die Beschauelungsverluste sind bereits in h_2 enthalten (Gl. (3.10) und Gl. (3.13)).

Die innere Stufenarbeit (Bild 3.42) ist

$$Y_i = Y_a - \Delta h_s \Sigma \zeta. \quad (3.37)$$

Innerer Wirkungsgrad. Analog zum aerodynamischen (Gl. (3.16) bis Gl. (3.18)) werden innere Stufenwirkungsgrade definiert

$$\eta_{\text{si}} = \frac{\Delta h_i}{\Delta h_s} = \frac{h_0 - h_3}{\Delta h_s} = \eta_{\text{sa}} - \Sigma \zeta \quad (3.38)$$

$$\eta_i = \frac{Y_i}{\Delta h_s + (c_0^2 - c_2^2)/2} = \eta_a - \frac{\Delta h_s}{\Delta h_s + (c_0^2 - c_2^2)/2} \Sigma \zeta \quad (3.39)$$

$$\eta_{iE} = \frac{Y_i}{\Delta h_s + c_0^2/2} = \eta_{aE} - \frac{\Delta h_s}{\Delta h_s + c_0^2/2} \Sigma \zeta. \quad (3.40)$$

Weil c_0 und c_2 ungefähr gleich sind, ist der Bruch $\Delta h_s / [\Delta h_s + (c_0^2 - c_2^2)/2]$ nur wenig von 1 verschieden, und es bedeutet keinen nennenswerten Fehler, einfach $\eta_i = \eta_a - \Sigma \zeta$ zu setzen. Bei η_{iE} ist die Abweichung durch die entsprechende Vereinfachung zwar etwas größer, sie ist aber wegen der Unsicherheit der ζ -Werte ebenfalls gerechtfertigt, sodass

$$\eta_i = \eta_a - \Sigma \zeta; \quad \eta_{iE} = \eta_{aE} - \Sigma \zeta. \quad (3.41)$$

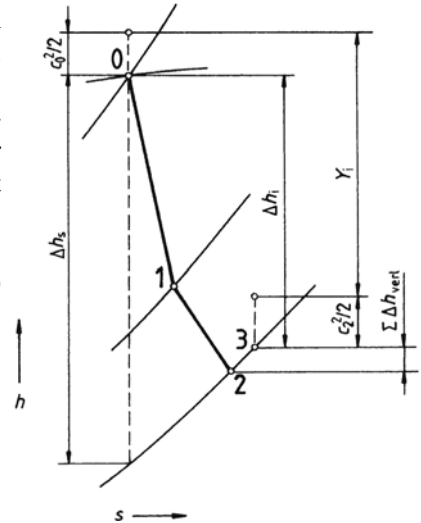


Bild 3.42

Innere Stufenarbeit im h,s -Diagramm

Beispiel 3.9. In Fortsetzung des Beispiels 3.5 sollen die inneren Wirkungsgrade je einer Stufe der Kammer- und der Trommelbauart, beide mit Deckbandbeschäufelungen berechnet werden.

Aus dem Beispiel 3.5 und aus der Entwurfszeichnung sind die folgenden Daten bekannt (Tabelle 3.14).

Tabelle 3.14 zu Beispiel 3.9

		Kammerstufe	Trommelstufe
n	1/s	50	50
$\dot{m}$	kg/s	120	120
Δh_s	kJ/kg	270	162
$\Delta h_s'$	kJ/kg	243	81
$\Delta h_s''$	kJ/kg	27	81
c_1	m/s	668,1	393,5
α_1	°	15	20
w_2	m/s	403,2	408,0
β_2	°	160	160
v_1	m³/g	0,240	0,150
v_2	m³/kg	0,271	0,188
$D_1 = D_2$	m	1,910	1,910

Tabelle 3.14 Fortsetzung

		Kammerstufe	Trommelstufe
l_1	m	0,0308	0,0242
l_2	m	0,0412	0,0292
η_a	l	0,828	0,884
D_{sp}'	m	0,450	1,868
D_{sp}''	m	1,970	1,958
D_N	m	1,867	1,880
δ_{sp}'	mm	0,8	1,5
δ_{sp}''	mm	1,5	1,5
z'	l	5	3
z''	l	3	3

Tabelle 3.15 zu Beispiel 3.9

1. Spaltverlust

		Kammerstufe	Trommelstufe	
A_{sp}'	m^2	$1,131 \cdot 10^3$	$7,04 \cdot 10^3$	$\pi D_{sp}' \delta_{sp}'$
A_1	m^2	0,1848	0,1452	$\pi D_1 l_1$
$2\Delta h_s'/c_1^2$	l	1,09	1,05	
$K_{sp}'\sqrt{z'}$	l	0,69	0,69	Bild 3.38 b
K_{sp}'	l	0,31	0,40	
ζ_{sp}'	l	0,007	0,057	Gl. (3.30)
A_{sp}''	m^2	$9,28 \cdot 10^3$	$9,23 \cdot 10^3$	$\pi D_{sp}'' \delta_{sp}''$
A_2	m^2	0,247	0,175	$\pi D_2 l_2$
$2\Delta h_s''/w_2^2$	l	0,332	0,984	
$K_{sp}''\sqrt{z''}$	l	0,40	0,69	Bild 3.38 b
K_{sp}''	l	0,23	0,40	
ζ_{sp}''	l	0,024	0,061	Gl. (3.30)

Tabelle 3.15 Fortsetzung

2. Radreibung

		Kammerstufe	Trommelstufe	
ν	m^2/s	$5,5 \cdot 10^{-6}$		Bild 9.1
k_R	l	$9,3 \cdot 10^{-3}$		Gl. (3.32)
ν	m^3/kg	0,258		$(\nu_1 + \nu_2)/2$
ζ_R	l	0,003		Gl. (3.33)

Tabelle 3.15 Fortsetzung

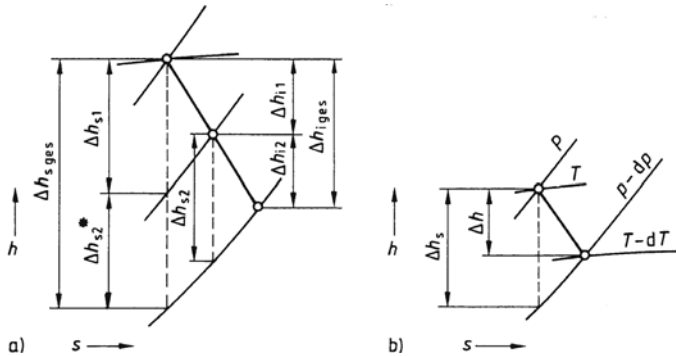
3. Innerer Wirkungsgrad

		Kammerstufe	Trommelstufe	
$\Sigma \zeta$	1	0,034	0,118	$\zeta_{sp}' + \zeta_{sp}'' + \zeta_R$
η_i	1	0,794	0,760	$\eta_a - \Sigma \zeta$

3.5 Auslegung mehrstufiger Turbinen

3.5.1 Rückgewinn

Der innere Wirkungsgrad einer aus mehreren Einzelstufen bestehenden Turbine ist besser als der Mittelwert der inneren Wirkungsgrade nach Abschn. 3.4.8.

**Bild 3.43**

Wärmehückgewinn

- a) Expansion in zwei Stufen
- b) Expansion bei differentiell kleiner Druckdifferenz

Zweistufige Turbine. Aus dem h,s -Diagramm (Bild 3.43 a) lassen sich die isentropen inneren Wirkungsgrade beider Stufen ablesen

$$\eta_{si1} = \frac{\Delta h_{i1}}{\Delta h_{s1}} \quad \text{und} \quad \eta_{si2} = \frac{\Delta h_{i2}}{\Delta h_{s2}}.$$

Der innere Wirkungsgrad der Gesamtturbine ist

$$\eta_{si\text{ges}} = \frac{\Delta h_{i\text{ges}}}{\Delta h_{s\text{ges}}} = \frac{\Delta h_{i1} + \Delta h_{i2}}{\Delta h_{s\text{ges}}}. \quad (3.42)$$

Nun ist die Summe der beiden isentropen Stufengefälle Δh_{i1} und Δh_{i2} etwas größer als das isentrope Gesamtgefälle $\Delta h_{i\text{ges}}$

$$\Delta h_{i1} + \Delta h_{i2} > \Delta h_{i\text{ges}}.$$

Anders ausgedrückt: Infolge der Verluste der ersten Stufe steht der zweiten Stufe ein etwas größeres isentrope Enthalpiegefälle zur Verfügung als bei einer verlustlosen Expansion in der ersten Stufe.

$$\Delta h_{i2} > \Delta h_{i2}^*.$$

Ein Teil der Verluste der ersten Stufe wird also bei der nachfolgenden Expansion „zurückgewonnen“.

Zur rechnerischen Berücksichtigung wird eine Rückgewinnziffer f eingeführt. Es gilt

$$\Delta h_{s1} + \Delta h_{s2} = (1 + f) \Delta h_{s\text{ges}}$$

und mit Gl. (3.42)

$$\eta_{\text{si ges}} = (1 + f) \frac{\Delta h_{i1} + \Delta h_{i2}}{\Delta h_{s1} + \Delta h_{s2}} = (1 + f) \frac{\eta_{\text{si1}} \Delta h_{s1} + \eta_{\text{si2}} \Delta h_{s2}}{\Delta h_{s1} + \Delta h_{s2}} = (1 + f) \overline{\eta_{\text{si}}} \quad (3.43)$$

hierbei ist $\overline{\eta_{\text{si}}}$ der gewichtete Mittelwert der inneren Stufenwirkungsgrade.

Polytrope Zustandsänderung. Diese Überlegungen lassen sich auf beliebig vielstufige Turbinen übertragen. Für die thermodynamische Berechnung ist aber eine gedachte Expansion in unendlich vielen Stufen besonders einfach. Die Rückgewinnziffer nähert sich dann dem Grenzwert f_{∞} und der innere Stufenwirkungsgrad dem polytropen Wirkungsgrad η_p . Für die Expansion um ein differentiell kleines dp kann nämlich die polytrope Zustandsänderung zugrundegelegt werden.

Polytroper Wirkungsgrad. Aus der Polytropengleichung

$$\frac{T}{p^{\frac{n-1}{n}}} = \text{konst}$$

folgt durch Logarithmieren und Differenzieren

$$\frac{dT}{T} = \frac{n-1}{n} \frac{dp}{p}.$$

Damit errechnet sich das Gefälle dh Bild (3.42 b)

$$dh = c_p dT = c_p \frac{T}{p} \frac{n-1}{n} dp$$

und entsprechend bei isentroper Expansion um das gleiche differentiell kleine dp

$$dh_s = c_p \frac{T}{p} \frac{\kappa-1}{\kappa} dp.$$

Hiermit ergibt sich der polytrope Wirkungsgrad

$$\eta_p = \frac{\Delta h}{\Delta h_s} = \frac{\kappa(n-1)}{n(\kappa-1)}, \quad (3.44)$$

womit der Zusammenhang zwischen den drei Größen κ , n und η_p hergestellt ist.

Rückgewinzziffer. Ausgehend vom 1. Hauptsatz in der Form $Tds = dh - vdp$ ergibt sich mit $ds = 0$ das isentrope Enthalpiegefälle

$$dh_s = vdp.$$

Mit Gl. (3.44) und durch Einsetzen des spezifischen Volumens aus der Polytropengleichung $pv^n = p_1 v_1^n$ folgt das Enthalpiedifferential

$$dh = \eta_p v_1 p_1^{1/n} p^{-1/n} dp.$$

Die Integration ergibt

$$\begin{aligned} \int_{h_2}^{h_1} dh &= \eta_p p_1 v_1 p_1^{1/n} \int_{p_2}^{p_1} p^{-1/n} dp \\ h_1 - h_2 &= \eta_p p_1 v_1 \frac{n}{n-1} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right]. \end{aligned}$$

Für die isentrope Expansion gilt entsprechend mit $\eta_p = 1$ und $n = \kappa$

$$h_1 - h_{2s} = p_1 v_1 \frac{\kappa}{\kappa-1} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right].$$

Damit wird der innere Wirkungsgrad der Gesamtexpansion

$$\eta_{\text{siges}} = \frac{h_1 - h_2}{h_1 - h_{2s}} = \eta_p \frac{n(\kappa-1)}{\kappa(n-1)} \frac{1 - \left(p_2/p_1 \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}}{1 - \left(p_2/p_1 \right)^{\frac{n-1}{n}}}.$$

Nach Gl. (3.43) ist aber auch

$$\eta_{\text{siges}} = (1 + f_\infty) \eta_p.$$

Durch Gleichsetzen ergibt sich unter Benutzung von Gl. (3.44)

$$1 + f_\infty = \frac{1}{\eta_p} \frac{1 - \left(p_2/p_1 \right)^{\eta_p \frac{\kappa-1}{\kappa}}}{1 - \left(p_2/p_1 \right)^{\frac{n-1}{n}}}. \quad (3.45)$$

Beispiel 3.10. In einer Kondensationsturbine expandiert Dampf von $p_1 = 6 \text{ MPa}$ auf $p_2 = 0,004 \text{ MPa}$. Welcher Rückgewinnfaktor $(1 + f_\infty)$ und welcher innere Wirkungsgrad sind zu erwarten, wenn folgende vereinfachende Annahmen getroffen werden?

Die Turbine hat sehr viele (fast unendlich viele) Stufen, die alle den gleichen inneren Wirkungsgrad $\eta_p = 0,76$ haben. Der Isentropenexponent ist mit $\kappa = 1,322$ im ganzen Bereich konstant.

Lösung.

$$\frac{\kappa - 1}{\kappa} = \frac{0,322}{1,322} = 0,2436$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{0,004 \text{ MPa}}{6 \text{ MPa}} = \frac{1}{1500}$$

$$1 + f_\infty = \frac{1}{0,76} \frac{1 - (1/1500)^{0,76 \cdot 0,2436}}{1 - (1/1500)^{0,2436}} = 1,1737$$

$$\eta_{\text{iges}} = (1 + f_\infty) \eta_p = 1,1737 \cdot 0,76 = 0,892.$$

3.5.2 Stufeneinteilung

Eine mehrstufige Turbine kann nicht aus gleichartigen Stufen aufgebaut werden, da die Strömungsquerschnitte wegen des Anwachsens der Volumina größer werden müssen. Man kann jedoch Stufen vorsehen, die sich bei gleichen oder ähnlichen Schaufelprofilen durch die Länge der Schaufeln unterscheiden.

Stufengruppen. Nur in Ausnahmefällen gelingt es, eine ganze Turbine so einfach auszulegen. Normalerweise ist die Volumenzunahme so groß, dass die Maschine in mehrere Gruppen von Stufen der beschriebenen Art unterteilt werden muss. Eine solche Stufengruppe kann etwa durch zwei Anzapfungen begrenzt sein. Sehr oft wird die erste Stufe als eine Gruppe für sich behandelt, insbesondere dann, wenn sie als Regelstufe ausgebildet ist (Abschn. 3.5.6).

Auslegungsdiagramm. Innerhalb einer Stufengruppe haben die Beschaukelungen ähnliche Profile aber unterschiedliche Längen. Die Durchflussszahlen nach Gl. (3.19), die den Volumenstrom charakterisieren, ändern sich dann erheblich. Eine solche Beschaukelung wird nun nach Abschn. 3.4 durchgerechnet und insbesondere der innere Stufenwirkungsgrad für verschiedene Werte der Durchflussszahl ermittelt und in einem Diagramm über φ aufgetragen. Bei kleinen und, falls die Schaufeln unverwunden ausgeführt werden, auch bei großen Werten von φ fallen die Wirkungsgrade stark ab. Bei kurzen Schaufeln, die kleinen Durchflussszahlen entsprechen, wachsen die Rest- und Zusatzverluste sowie die Spaltverluste an, weil die Randzonen und die Spaltquerschnitte im Vergleich zur gesunden Strömung an Einfluss gewinnen. Bei großen Durchflussszahlen und damit langen Schaufeln sind es die Fächerverluste, die immer fühlbarer werden. Beiden Einflüssen lässt sich in begrenztem Umfang entgegenwirken, indem für kleine Durchflussszahlen kleine Winkel α_1 und $(180^\circ - \beta_2)$ und umgekehrt große Winkel für große Durchflussszahlen vorgesehen werden. Mit großen Winkeln wachsen nämlich auch die Meridianschwindigkeiten und die Schaufeln können kürzer bleiben.

In Bild 3.44 sind Beispiele der Abhängigkeit des Wirkungsgrades von der Durchflussszahl wiedergegeben. Es zeigt sich, dass die Überdruckstufe ($r = 0,5$) im Bereich mittlerer und großer Durchflussszahlen der Gleichdruckstufe etwas überlegen ist, dass aber die kleinen Durchflussszahlen nur mit teilbeaufschlagten Gleichdruckstufen ausführbar sind. Obgleich das Diagramm keinen allgemeingültigen sondern nur beispielhaften Charakter hat, kann es als Hilfsmittel für die Auslegung einer Stufengruppe benutzt werden, solange keine

genaueren Unterlagen vorliegen. Einen eindeutigen Zusammenhang zwischen dem Wirkungsgrad und der Durchflusszahl gibt es jedoch nicht, denn die Wirkungsgrade hängen außer von den dimensionslosen Kenngrößen auch von den Stufenabmessungen und von konstruktiven Einzelheiten ab.

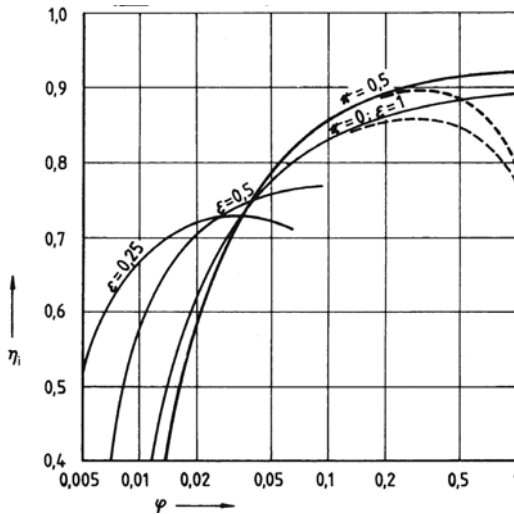


Bild 3.44

Auslegungsdiagramm
innerer Wirkungsgrad in Abhängigkeit
von der Durchflusszahl

Stufendurchmesser. Für die Auslegung einer Stufengruppe (Bild 3.45) können der Eintrittszustand α und der Gegendruck p_ω als bekannt vorausgesetzt werden. Mit einem geschätzten inneren Wirkungsgrad der Stufengruppe lässt sich auch der Diagrammpunkt ω festlegen. Außerdem ist der Massenstrom und häufig auch die Drehzahl vorgegeben.

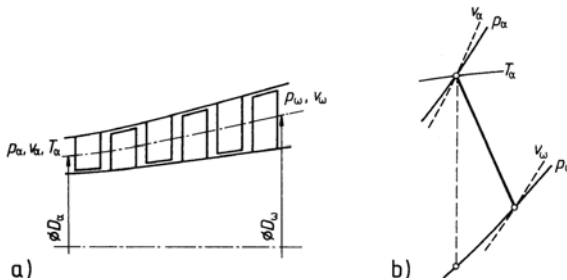


Bild 3.45

Stufengruppe

- a) schematischer Längsschnitt
b) h,s -Diagramm

Aus der Definitionsgleichung der Durchflusszahl (Gl. (3.19)) ist der Austrittsdurchmesser einer Stufe zu berechnen, wenn v_2 und φ gegeben sind.

$$D_2 = \sqrt[3]{\frac{4 \dot{m} v_2}{\pi^2 n \varphi}}$$

Da in den Zustandspunkten α und ω (Bild 3.45 b) die spezifischen Volumina bekannt sind, müssen nur noch geeignete Werte der Durchflusszahl angenommen werden, um die Austrittsdurchmesser der α - und der ω -Stufe festzulegen. Die ω -Stufe ist die letzte Stufe der Gruppe, während die α -Stufe eine nur gedachte, der Gruppe vorausgehende Stufe ist, da ja der Zustand α für den Austritt der α -Stufe, zugleich aber für den Eintritt in die Stufengruppe gilt.

Durch die Wahl der Durchflusszahlen φ_α und φ_ω lässt sich ein Entwurf so variieren, dass die ganze Stufengruppe im günstigen Bereich, etwa nach Bild 3.44 liegt. Außerdem ist es möglich, die Nabendurchmesser aller Stufen gleich zu machen, was oft gewünscht wird. Schließlich soll das Verhältnis l_2/D_2 bei nicht allzu großen Volumenströmen unterhalb der Grenze bleiben, die verwundene Schaufeln erfordert.

Stufenzahl. Wenn die Durchmesser der α - und der ω -Stufe festliegen, kann die Stufenzahl berechnet werden, wozu die folgende Überlegung dient. Aus der Definition der Druckzahl nach Gl. (3.20) folgt das Enthalpiegefälle der j -ten Stufe

$$\Delta h_{sj} = \psi_j u_{2j}^2 / 2 = \frac{\psi_j \pi^2 n^2 D_{2j}^2}{2}$$

über alle Stufen summiert ergibt das unter Berücksichtigung des Rückgewinns

$$(1+f)\Delta h_{s\text{ges}} = \frac{\pi^2 n^2}{2} \Sigma(\psi_j D_{2j}^2).$$

Oder mit $\bar{\psi}$ als mittlerer Druckzahl, $(D_{2\alpha}^2 + D_{2\omega}^2)/2$ als Mittelwert der Durchmesserquadrate und z als Anzahl der Stufen

$$(1+f)\Delta h_{s\text{ges}} = \frac{z \pi^2 n^2 \bar{\psi}}{4} (D_{2\alpha}^2 + D_{2\omega}^2),$$

woraus sich die Stufenzahl berechnen lässt

$$z = \frac{4(1+f)\Delta h_{s\text{ges}}}{\bar{\psi} \pi^2 n^2 (D_{2\alpha}^2 + D_{2\omega}^2)}. \quad (3.46)$$

Im Interesse einer kleinen Stufenzahl wird man $\bar{\psi}$ möglichst groß, mit Rücksicht auf die Stufenwirkungsgrade nicht zu groß wählen (s. Tabelle 3.6). Schließlich muss $\bar{\psi}$ so korrigiert werden, dass sich ein ganzzahliges z ergibt.

Gefälleaufteilung. Haben alle Stufen einer Gruppe den gleichen mittleren Durchmesser, so verarbeiten sie bei gleicher Druckzahl auch das gleiche Enthalpiegefälle Δh_s . Meist nehmen aber die mittleren Durchmesser bei der Expansion zu, weil dann bei noch ausreichend langen Schaufeln der ersten Stufen, die Stufenzahl etwas kleiner wird. Dann ist eine Aufteilung des gesamten Enthalpiegefälles auf die Stufen nach einer geometrischen Zahlenfolge naheliegend:

$$\Delta h_{s1} = q \Delta h_{s\alpha}; \quad \Delta h_{s2} = q^2 \Delta h_{s\alpha} \dots \Delta h_{s\omega} = q^z \Delta h_{s\alpha},$$

wobei der Quotient

$$q = \left(\frac{\Delta h_{s\omega}}{\Delta h_{s\alpha}} \right)^{1/z}$$

noch so zu korrigieren ist, dass die Summe $\Sigma \Delta h_{sj} = (1+f) \Delta h_{s\text{ges}}$ eingehalten wird.

Beispiel 3.11. Für eine Stufengruppe ist gegeben:

$$p_{\alpha} = 4 \text{ MPa}; h_{\alpha} = 3309,00 \text{ kJ/kg}; p_{\omega} = 0,5 \text{ MPa}; \dot{m} = 30 \text{ kg/s}; n = 150 \text{ 1/s}.$$

Der Isentropenexponent kann mit $\kappa = 1,322$ angenommen werden. Zu ermitteln sind die Stufenzahl und die Hauptabmessungen der Stufengruppe.

Lösung. Nach Bild 3.44 wird im Bereich günstiger Durchflussszahlen ein innerer Stufenwirkungsgrad $\eta_i = 0,86$ geschätzt und vereinfachend mit dem polytropen Wirkungsgrad η_p gleichgesetzt. Damit:

$$1 + f_{\omega} = 1,033 \quad \text{Gl. (3.45)}$$

$$\eta_{si\text{ ges}} = 0,889 \quad \text{Gl. (3.43)}$$

$$v_{\alpha} = 0,0788 \text{ m}^3/\text{kg} \quad \text{Mollier-Programm}$$

$$\Delta h_{s\text{ ges}} = 523,17 \text{ kJ/kg} \quad \text{Mollier-Programm}$$

$$\Delta h_{i\text{ ges}} = \eta_{si\text{ ges}} \Delta h_{s\text{ ges}} = 465,09 \text{ kJ/kg}$$

$$h_{\omega} = h_{\alpha} - \Delta h_{i\text{ ges}} = 2843,91 \text{ kJ/kg}$$

$$v_{\omega} = 0,4194 \text{ m}^3/\text{kg} \quad \text{Mollier-Programm.}$$

ω -STUFE. Mit den Annahmen $(l_2/D_2)_{\omega} = 0,25$; $(c_{2m}/u_2)_{\omega} = 0,9$ und $\tau_{2\omega} = 0,93$ wird

$$\varphi_{\omega} = 4 \left(\frac{l_2}{D_2} \right)_{\omega} \left(\frac{c_{2m}}{u_2} \right)_{\omega} \tau_{2\omega} = 0,837$$

$$D_{2\omega} = \sqrt[3]{\frac{4 \dot{m} v_{\omega}}{\pi^2 n \varphi_{\omega}}} = 0,344 \text{ m}$$

$$l_{2\omega} = \left(\frac{l_2}{D_2} \right)_{\omega} D_{2\omega} = 0,086 \text{ m}$$

$$D_{N\omega} = D_{2\omega} - l_{2\omega} = 0,258 \text{ m}.$$

α -STUFE. Mit einem angenommenen $\varphi_\alpha = 0,22$ und mit $D_{N\alpha} = D_{N\omega}$ ist

$$D_{2\alpha} = \sqrt[3]{\frac{4 \dot{m} v_\alpha}{\pi^2 n \varphi_\alpha}} = 0,309 \text{ m}$$

$$l_{2\alpha} = D_{2\alpha} - D_{N\alpha} = 0,051 \text{ m}$$

$$\left(\frac{c_{2m}}{u_2}\right)_\alpha = \varphi_\alpha / (4(l_2/D_2)_\alpha \tau_{2\alpha}) = 0,358.$$

Die weitere Berechnung der beiden Stufen ist nun nach Abschn. 3.4 ohne weiteres möglich.

Stufenzahl. Für eine Kammerturbine mit $\bar{\psi} = 6,52$ wird nach Gl. (3.46) $z = 7$ und für eine Trommelturbine mit $\bar{\psi} = 3,8$

$$z = \frac{4(1+f_\infty)\Delta h_{s\text{ges}}}{\bar{\psi} \pi^2 n^2 (D_{2\alpha}^2 + D_{2\omega}^2)} = 12.$$

Gefälleaufteilung. Im Falle der Trommelturbine wird

$$\Delta h_{s\alpha} = \frac{\bar{\psi} \pi^2 n^2 D_{2\alpha}^2}{2} = 40,3 \cdot 10^3 \text{ J/kg}$$

$$\Delta h_{s\omega} = \frac{\bar{\psi} \pi^2 n^2 D_{2\omega}^2}{2} = 49,9 \cdot 10^3 \text{ J/kg}$$

$$q = \left(\frac{\Delta h_{s\omega}}{\Delta h_{s\alpha}}\right)^{1/z} = 1,018.$$

Damit ergibt sich die Gefälleaufteilung nach Tabelle 3.16

Tabelle 3.16 zu Beispiel 3.11

j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$\Delta h_{sj} \text{ kJ/kg}$	41,0	41,8	42,5	43,3	44,1	44,8	45,6	46,5	47,3	48,2	49,0	49,9

3.5.3 Verluste und Wirkungsgrade

Innere Verluste. Der Wirkungsgrad einer Dampfturbine wird im Wesentlichen von den Verlusten der Einzelstufen (Abschn. 3.4.7 und 3.4.8) bestimmt. Gemeinsames Merkmal aller dieser Verluste ist, dass sie die Enthalpie des Dampfes gegenüber dem gedachten Austrittszustand bei isentroper Expansion erhöhen. Der Dampf ist also gewissermaßen das Kühlmittel, das die verlorene Energie aufnimmt. Der damit verbundene Rückgewinn wurde in Abschn. 3.5.1 besprochen.

Äußere Verluste. Im Gegensatz zu den inneren sind Undichtigkeitsverluste und mechanische Verluste der Turbine als Ganzes und nicht den einzelnen Stufen anzurechnen.

Undichtigkeitsverluste. An den äußeren Wellendichtungen gehen kleinere Teilmengen des Arbeitsdampfes verloren. Anders als bei den Spaltverlusten der Einzelstufen (Abschn. 3.4.8) handelt es sich dabei um einen äußeren Verlust.

Mechanische Verluste sind, wie bei allen Strömungsmaschinen gering. Außer der Reibung in den Trag- und Axiallagern ist an den Leistungsbedarf der Hilfsantriebe, also der Pumpen für Lager- und Steueröl sowie den Reglerantrieb zu denken. Bei den Getriebeturbinen werden manchmal der Einfachheit halber auch die Getriebeverluste der Turbine angerechnet.

Wirkungsgrade. Zur Berechnung der Verluste werden Wirkungsgrade definiert, indem die Kupplungsleistung der Turbine auf die theoretische Leistung bei isentroper Expansion bezogen wird.

$$P_K = \eta_K \dot{m} \Delta h_s = \eta_i \eta_m \dot{m} \Delta h_s. \quad (3.47)$$

Dabei bedeuten: η_i innerer Wirkungsgrad, η_m mechanischer Wirkungsgrad und $\eta_K = \eta_i \eta_m$ Kupplungswirkungsgrad

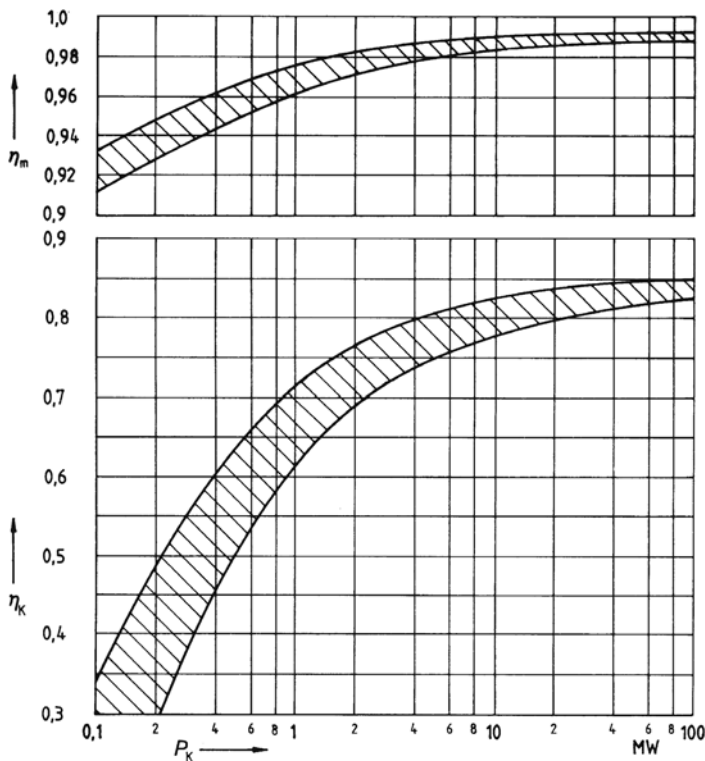


Bild 3.46 Mechanischer Wirkungsgrad und Kupplungswirkungsgrad η_m und η_K als Funktionen der Kupplungsleistung

Beispiel 3.12. Für eine Dampfkraftanlage mit Anzapfvorwärmung und Zwischenüberhitzung ist gegeben:

Frischdampfzustand	19 MPa, 535 °C
Kondensationsdruck	0,004 MPa
Leistung an den Generatorklemmen	$P_{el} = 100 \text{ MW}$
Generatorwirkungsgrad	$\eta_G = 0,97$.

Im Beispiel 3.4 ist der Kreisprozess dieser Anlage behandelt worden. Dort wurde unter anderem das Verhältnis der inneren Leistung zur Frischdampfmenge berechnet: $P_i/\dot{m} = 1059,8 \text{ kW/s/kg}$.

Gesucht ist der erforderliche Frischdampfmassenstrom..

Lösung. Der mechanische Wirkungsgrad wird nach Bild 3.46 auf $\eta_m = 0,995$ geschätzt, sodass

$$P_i = \frac{P_{el}}{\eta_G \eta_m} = \frac{100\,000 \text{ kW}}{0,97 \cdot 0,995} = 103\,500 \text{ kW}.$$

Damit wird

$$\dot{m} = \frac{P_i}{P_i/\dot{m}} = \frac{103\,500 \text{ kW}}{1059,8 \text{ kW/s/kg}} = 97,7 \text{ kg/s}.$$

3.5.4 Labyrinthdichtungen

Zur Abdichtung der Wellendurchführungen durch die Gehäuse dienen, wie bei den anderen thermischen Strömungsmaschinen, berührungsfreie Labyrinthdichtungen (Bild 3.47).

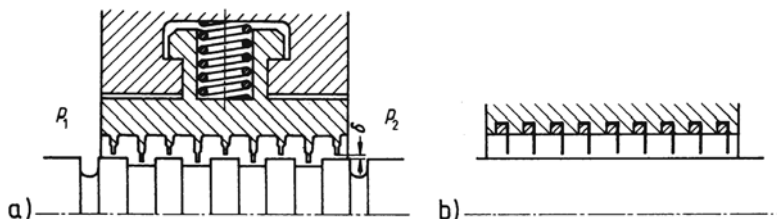


Bild 3.47 Labyrinthdichtungen

- a) Volllabyrinth mit aus dem Vollen gedrehten Spitzen
- b) Halblabyrinth mit eingestemmten Blechstegen

Aufbau und Wirkungsweise. Der Spaltstrom, den diese Dichtungen stets durchtreten lassen, wird klein gehalten, indem der Dampf unter Druckabsenkung in engen Spalten beschleunigt, und die erreichte kinetische Energie in den anschließenden Ringräumen verwirbelt wird.

Dichtungen dieser Art werden auch an den Wellendurchführungen durch die Zwischenböden der Kammerturbinen und an den Deckbändern der Beschaufelungen (Abschn. 3.4.8) sowie an den Schubausgleichkolben der Trommelturbinen (Abschn. 3.5.5) verwendet.

Die Dichtungsspitzen können aus dem Vollen gedreht oder durch dünne Blechstege gebildet sein, die in das Grundmaterial eingestemmt sind. In jedem Fall müssen die Stege sehr dünn sein, etwa 0,2 bis 0,3 mm, damit sie sich bei einem eventuellen Anstreifen gefahrlos abschleifen können, ohne dass die Reibungswärme im Grundmaterial oder auf der Gegenseite unzulässig hohe Temperaturen erzeugt. Die Spitzen können auf der Wellen- oder auf der Gehäuseseite angeordnet sein. Sitzen die Spitzen auf der Welle, so bringt man sie oft zu deren Schutz vor Verzug durch einseitige Erwärmung auf einer Schonbüchse an. Nach einem Anstreifen tritt nämlich an der beschädigten Stelle ein vermehrter Durchfluss auf und, da die schadhafte Stelle mit der Welle umläuft, wird diese einseitig aufgewärmt.

Das radiale Spiel soll wegen der Leckverluste klein sein, muss aber groß genug sein, um ein Anlaufen zu verhindern. Anhaltswerte gibt Gl. (3.31).

Fanno-Kurve. Im h,s -Diagramm stellt sich die wiederholte Beschleunigung und Verwirbelung als eine gezackte Linie dar, die in Bild (3.48) unter der vereinfachenden Annahme gezeichnet ist, dass die Expansionen isentrop und die Verwirbelungen isobar sind. Insgesamt ist der Vorgang eine isenthalpe Drosselung.

Wird in den Kontinuitätssatz $\dot{V}_{sp} = c_{sp} A_{sp}$ für den Volumenstrom $\dot{V}_{sp} = \dot{m}_{sp} v$ und für die Geschwindigkeit der Wert eingesetzt, der am Ende der gedachten isentropen Expansionen erreicht ist, also $c_{sp} = \sqrt{2\Delta h}$ und wird schließlich vorausgesetzt, dass die Spaltringflächen A_{sp} an allen Dichtungsspitzen den gleichen Wert haben, so folgt mit

$$\frac{\dot{m}_{sp}}{A_{sp}} = \frac{\sqrt{2\Delta h}}{v} = \text{konst} \quad (3.48)$$

die Gleichung für eine Kurve im h,s -Diagramm, die den Ort aller Expansionsendpunkte beschreibt, die Fanno-Kurve.

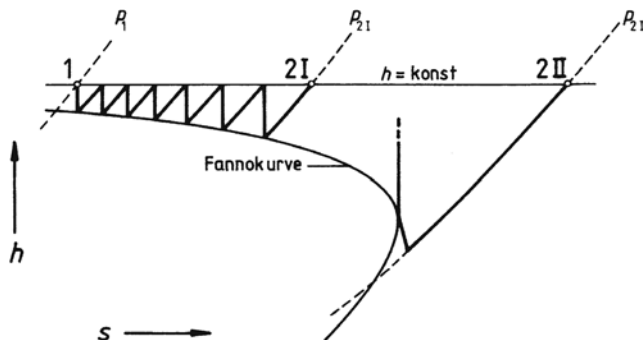


Bild 3.48
Fanno-Kurve

Schneidet die Isobare p_2 , die den Druck hinter dem Labyrinth beschreibt, den oberen Ast der Fanno-Kurve, so bleibt die Geschwindigkeit in allen Dichtspalten unterhalb der Schallgrenze. Hat die Isobare p_2 keinen gemeinsamen Punkt mit dem oberen Teil der Fanno-Kurve, so wird im letzten Spalt die Schallgeschwindigkeit erreicht.

Spaltmassenstrom. Zur Berechnung wird das Verhalten idealen Dampfes vorausgesetzt. Nach Gl. (1.15) ist dann längs der Drossellinie $p v = p_1 v_1 = \text{konst.}$

Unterschallströmung (Fall I in Bild 3.48). Aus Gl. (3.48) folgt mit $\Delta h = v \Delta p$ (Gl. (1.5))

$$\left(\frac{\dot{m}_{\text{sp}}}{A_{\text{sp}}} \right)^2 = \frac{2 v \Delta p}{v^2} = \frac{2 p \Delta p}{p v} = \frac{2 p \Delta p}{p_1 v_1}$$

$$p \Delta p = \frac{p_1 v_1}{2} \left(\frac{\dot{m}_{\text{sp}}}{A_{\text{sp}}} \right)^2$$

für alle z Spalte ergibt das die Summe

$$\sum p \Delta p = \frac{z}{2} p_1 v_1 \left(\frac{\dot{m}_{\text{sp}}}{A_{\text{sp}}} \right)^2,$$

die näherungsweise durch ein bestimmtes Integral ersetzt wird

$$\int_{p_2}^{p_1} p \, dp = \frac{1}{2} (p_1^2 - p_2^2) = \frac{z}{2} p_1 v_1 \left(\frac{\dot{m}_{\text{sp}}}{A_{\text{sp}}} \right)^2.$$

Mit $A_{\text{sp}} = \mu \pi D_{\text{sp}} \delta$ ergibt das den Spaltmassenstrom

$$\dot{m}_{\text{sp}} = \mu \pi D_{\text{sp}} \delta \sqrt{\frac{p_1^2 - p_2^2}{z p_1 v_1}}. \quad (3.49)$$

Der Faktor μ berücksichtigt dabei die Einschnürung der Strömungsquerschnitte an den scharfen Kanten und die durch die Näherungen verursachten Ungenauigkeiten. Er ist von der konstruktiven Gestaltung der Labyrinth abhängig und beträgt etwa $\mu = 0,75 \div 0,8$.

Schallströmung (Fall II in Bild 3.48). Sind p' und v' Druck und spezifisches Volumen vor dem letzten Spalt, in dem die Schallgeschwindigkeit auftritt, so gilt nach Gl. (1.23)

$$\dot{m}_{\text{sp}} = \Psi_L A_{\text{sp}} \sqrt{p' / v'} \quad \text{mit} \quad \Psi_L = \left(\frac{2}{\kappa + 1} \right)^{\frac{1}{\kappa - 1}} \sqrt{\frac{2 \kappa}{\kappa + 1}}.$$

Für die $z - 1$ Dichtungsspitzen vor der letzten Labyrinthkammer gilt dagegen Gl. (3.49), also

$$\dot{m}_{\text{sp}} = A_{\text{sp}} \sqrt{\frac{p_1^2 - p'^2}{(z - 1) p_1 v_1}}.$$

Durch Gleichsetzen folgt

$$\frac{\Psi_L^2 p'^2}{p' v'} = \frac{p_1^2 - p'^2}{(z - 1) p_1 v_1}$$

und mit $p'v' = p_1 v_1$

$$p'^2 = \frac{p_1^2}{1 + \Psi_L^2(z-1)}. \quad (3.50)$$

Damit wird der Spaltmassenstrom durch Einsetzen in Gl. (3.49)

$$\dot{m}_{sp} = \mu \pi D_{sp} \delta \sqrt{\frac{1}{1/\Psi_L^2 + z - 1} \left(\frac{p_1}{v_1}\right)}.$$

Mit $\kappa = 1,3$; $\Psi_L = 0,667$ gilt auch

$$\dot{m}_{sp} = \mu \pi D_{sp} \delta \sqrt{\frac{1}{1,25 + z} \left(\frac{p_1}{v_1}\right)}. \quad (3.51)$$

Kriterium für das Erreichen der Schallgeschwindigkeit. Der Vergleich des Druckverhältnisses p_2/p' mit dem Laval-Druckverhältnis nach Gl. (1.24) liefert die Bedingung

$$\frac{p_2}{p'} \leq \left(\frac{2}{\kappa+1}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}$$

oder mit Gl. (3.50)

$$\frac{p_2}{p_1} \leq \frac{\left(\frac{2}{\kappa+1}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}}{\sqrt{1 + \Psi_L^2(z-1)}}.$$

Mit $\kappa = 1,3$; $\Psi_L = 0,668$ wird schließlich

$$\frac{p_2}{p_1} \leq \frac{0,82}{\sqrt{1,25 + z}}. \quad (3.52)$$

Ist diese Bedingung erfüllt, so wird Gl. (3.51), andernfalls Gl. (3.49) benutzt.

Halblabyrinth. Wenn die axiale Verschiebbarkeit des Läufers nicht beeinträchtigt werden darf, werden Dichtungen nach Bild 3.47 b benutzt. Hier kann nicht mehr vorausgesetzt werden, dass der Spaltdampf in den Kammern vollständig verwirbelt wird. Er tritt mit beträchtlicher kinetischer Energie in den nachfolgenden Dichtungsspalt ein, sodass der Durchfluss gegenüber einem Vollabyrinth deutlich vergrößert wird. Es ist nicht möglich, diesen Einfluss theoretisch zu erfassen, näherungsweise gelten aber die Gln. (3.49) und (3.51) mit $\mu = 1,2$.

Abdichtung gegen Unterdruck. Ein Eindringen der Außenluft in das Gehäuse ist zu verhindern, da diese mit großem Aufwand aus dem Kondensator der Anlage entfernt werden müsste, um das Vakuum aufrecht zu erhalten. Die Dichtung wird in einem solchen Fall in zwei Teillabyrinth unterteilt, und in der Mitte wird Sperrdampf zugeführt, der

dann in der Dichtung teils nach außen, teils aber nach innen expandiert. Der Sperrdampf wird aus einer passenden Zwischenstufe der Turbine meist aber von der druckseitigen Wellendichtung abgezweigt.

Auch wenn kein Sperrdampf benötigt wird, etwa bei einer Gegendruckturbine, kann es zweckmäßig sein, einen Teil des Spaltmengenstromes aus einer Dichtung abzuzweigen, um ihn einer Zwischenstufe der Turbine zuzuführen und den Undichtigkeitsverlust zu verringern. Die Labyrinthdichtungen sind demnach in der Regel an mehr oder weniger verzweigte Leitungssysteme angeschlossen, die bei großen mehrgehäusigen Maschinen recht kompliziert werden können, sodass ihre Auslegung sorgfältiger Planung bedarf.

3.5.5 Axialschub und Schubausgleich

Der Axialschub einer einzelnen Dampfturbinenstufe kann als Summe der Druckkräfte und Impulsströme berechnet werden.

Kammerstufen. Mit den Bezeichnungen von Bild 3.49 a gilt

$$F_{ax} = \frac{\pi}{4} [(D_N^2 - D_{W1}^2)p_{1N} + (D_S^2 - D_N^2)p_1 - (D_S^2 - D_{W2}^2)p_2] + \dot{m}(c_{1m} - c_{2m}).$$

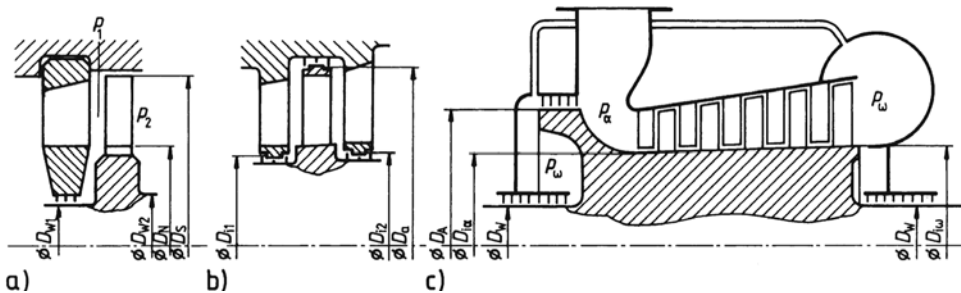


Bild 3.49 Zur Berechnung des Axialschubes und seines Ausgleichs

a) Kammerstufe b) Trommelstufe c) Trommelturbine mit Ausgleichkolben

Mit hinreichender Genauigkeit kann die Druckdifferenz zwischen Laufradeintritt und Austritt $\Delta p''$ durch $r\Delta h_s/v_2$ ersetzt werden. Dann ist

$$p_1 = p_2 + \Delta p'' = p_2 + \frac{r\Delta h_s}{v_2}$$

$$p_{1N} = p_2 + \beta\Delta p'' = p_2 + \frac{\beta r\Delta h_s}{v_2},$$

wobei durch den Faktor $\beta < 1$ berücksichtigt ist, dass an der Nabe eintrittseitig ein etwas kleinerer Druck herrscht als im Mittelschnitt. Denn nach Abschn. 3.4.5 nimmt der Reaktionsgrad mit dem Radius ab. Durch Einsetzen entsteht

$$F_{ax} = \frac{\pi}{4} [p_2(D_{w2}^2 - D_{w1}^2) + \frac{r\Delta h_s}{v_2}(D_s^2 + D_N^2(\beta - 1) - \beta D_{w1}^2)] + \dot{m}(c_{1m} - c_{2m}). \quad (3.53)$$

Bei der Herleitung wurde vorausgesetzt, dass die Spitzen- und Nabendurchmesser der Laufschaufeln D_s und D_N auf der Ein- und Austrittsseite jeweils gleich sind. Wenn das nicht zutrifft, wird der Fehler durch die Unsicherheit des Faktors β überdeckt, sodass sich der Aufwand einer genaueren Berechnung kaum lohnt.

Wegen des kleinen Reaktionsgrades werden die Axialkräfte bei Kammerturbinen verhältnismäßig klein und können vom Drucklager aufgenommen werden.

Trommelturbinen. Die wesentlich größeren Axialkräfte sind nach Bild 3.49 b

$$F_{ax} = \frac{\pi}{4} [p_1(D_a^2 - D_{i1}^2) - p_2(D_a^2 - D_{i2}^2)] + \dot{m}(c_{1m} - c_{2m}).$$

Das letzte Glied, das die Impulsströme darstellt, kann vernachlässigt werden, da es bei Trommelturbinen wegen $c_{1m} \approx c_{2m}$ klein ist. Mit $p_2 = p_1 - \Delta p'' = p_1 - r\Delta p$ wird für $r = 0,5$

$$F_{ax} = \frac{\pi}{4} [p_1(D_{i2}^2 - D_{i1}^2) + \frac{\Delta p}{2}(D_a^2 - D_{i2}^2)].$$

Über alle Stufen eines Läufers summiert ergibt das den Gesamtschub

$$\Sigma F_{ax} = \frac{\pi}{4} [\Sigma p_1(D_{i2}^2 - D_{i1}^2) + \Sigma \frac{\Delta p}{2}(D_a^2 - D_{i2}^2)],$$

oder näherungsweise, indem die Summen durch bestimmte Integrale ersetzt werden

$$\Sigma F_{ax} = \frac{\pi}{4} \left[2 \int_{D_{i\alpha}}^{D_{i\omega}} p D_i dD_i + \frac{1}{2} \int_{p_\omega}^{p_\alpha} (D_a^2 - D_{i2}^2) dp \right],$$

woraus mit dem Mittelwert der Integralrechnung folgt

$$\Sigma F_{ax} = \frac{\pi}{4} \left[\bar{p}(D_{i\omega}^2 - D_{i\alpha}^2) + \frac{1}{2} \overline{(D_a^2 - D_{i2}^2)}(p_\alpha - p_\omega) \right]. \quad (3.54)$$

Hierin kann genügend genau der mittlere Druck $\bar{p} = (p_\alpha + p_\omega)/2$ gesetzt und der Ausdruck $\overline{(D_a^2 - D_{i2}^2)}$ mit den Werten in der Mitte des Läufers gebildet werden.

Obwohl die Gleichung am Beispiel einer Deckbandbeschaufelung hergeleitet wurde, gilt sie auch für Läufer mit frei endenden Schaufeln. Es sind dann D_a durch den Spitzen- und D_i durch den Nabendurchmesser zu ersetzen.

Ausgleichkolben. Falls der Axialschub sich nicht aufhebt, wie bei zweiflutigen Läufern oder oft bei mehrgehäusigen Maschinen, kann er nicht mehr von einem Axiallager

aufgenommen werden. Überdruckturbinen erhalten deshalb besondere Schubausgleichkolben. Für einen Läufer mit Ausgleichkolben nach Bild 3.49 c ist die gesamte Axialkraft

$$\begin{aligned}\Sigma F_{\text{ax ges}} &= \Sigma F_{\text{ax}} + \frac{\pi}{4} [p_{\omega}(D_A^2 - D_W^2) - p_{\alpha}(D_A^2 - D_{i\alpha}^2) - p_{\omega}(D_{i\omega}^2 - D_W^2)] \\ &= \Sigma F_{\text{ax}} + \frac{\pi}{4} [p_{\alpha} D_{i\alpha}^2 - (p_{\alpha} - p_{\omega}) D_A^2 - p_{\omega} D_{i\omega}^2].\end{aligned}$$

Durch Einsetzen von ΣF_{ax} nach Gl. (3.54 und $\bar{p} = (p_{\alpha} + p_{\omega})/2$ folgt daraus

$$\Sigma F_{\text{ax ges}} = \frac{\pi}{8} (p_{\alpha} - p_{\omega}) [\overline{D_a^2} - \overline{D_{i2}^2} + D_{i\alpha}^2 + D_{i\omega}^2 - 2D_A^2].$$

Mit dem Mittelwert $\overline{D_{i2}^2} = (D_{i\alpha}^2 + D_{i\omega}^2)/2$ ergibt sich die einfachere Form

$$F_{\text{ax ges}} = \frac{\pi}{8} (p_{\alpha} - p_{\omega}) [\overline{D_a^2} + \overline{D_{i2}^2} - 2D_A^2]. \quad (3.55)$$

Der Achsschub kann demnach ausgeglichen werden, wenn man dem Ausgleichkolben den Durchmesser

$$D_A = \sqrt{\frac{D_a^2 + D_{i2}^2}{2}} \quad (3.56)$$

gibt, weil dann die eckige Klammer in Gl. (3.55) verschwindet. Als Faustregel gilt, dass der Durchmesser des Ausgleichkolbens gleich dem mittleren Beschauelungsdurchmesser einer Stufe in der Mitte des Läufers sein muss. Bei Trommelläufers mit stark unterschiedlichen Beschauelungsdurchmessern empfiehlt es sich allerdings, einen gestuften Ausgleichkolben vorzusehen, weil sich dann die Axialschübe nicht nur im Auslegungspunkt sondern auch bei abweichenden Betriebszuständen ausgleichen lassen. Bei dieser Anordnung (Bild 3.24) werden die Durchmesser des Ausgleichkolbens sinngemäß nach Gl. (3.56) den mittleren Durchmessern einzelner Stufengruppen gleichgesetzt. Die Durchmessersprungstelle wird dann durch eine Leitung mit der Trennstellen der Stufengruppe im Läufer verbunden.

Beispiel 3.13. Für den Trommelläufer des Beispiels 3.11 ist der Axialschub zu berechnen, ferner der Durchmesser des Ausgleichkolbens zu dessen Kompensation und der Spaltmassenstrom der Ausgleichkolbendichtung.

Gegeben bzw. In Beispiel 3.11 berechnet:

$$\begin{aligned}p_{\alpha} &= 4 \text{ MPa}; & p_{\omega} &= 0,5 \text{ MPa}; & \dot{m} &= 30 \text{ kg/s}; & D_{N\alpha} &= D_{N\omega} = 258 \text{ mm} \\ D_{2\alpha} &= 307 \text{ mm}; & l_{2\alpha} &= 49 \text{ mm} \\ D_{2\omega} &= 344 \text{ mm}; & l_{2\omega} &= 86 \text{ mm}.\end{aligned}$$

Lösung. Unter Berücksichtigung der Deckbänder wird festgelegt

$$D_{i\alpha} = D_{i\omega} = 250 \text{ mm}; \quad D_{a\alpha} = 364 \text{ mm}; \quad D_{a\omega} = 438 \text{ mm}$$

$$\text{damit:} \quad \overline{D_a^2} = \frac{D_{a\alpha}^2 + D_{a\omega}^2}{2} = \frac{(364^2 + 438^2) \text{ mm}^2}{2} = 402,7^2 \text{ mm}^2$$

und nach Gl. (3.54) und (3.56)

$$\begin{aligned}\Sigma F_{ax} &= \frac{\pi}{4} \left[\bar{p} (D_{i\omega}^2 - D_{ia}^2) + \frac{1}{2} (\bar{D}_a^2 - \bar{D}_{iz}^2) (p_a - p_\omega) \right] \\ &= \frac{\pi}{4} \left[0 + \frac{1}{2} (0,4027^2 - 0,250^2) \text{m}^2 (40 - 5) \cdot 10^5 \text{N/m}^2 \right] = 137 \cdot 10^3 \text{N} \\ D_A &= \sqrt{\frac{D_a^2 + D_{iz}^2}{2}} = \sqrt{\frac{(0,4027^2 + 0,250^2) \text{m}^2}{2}} = 0,335 \text{m} = 335 \text{mm}.\end{aligned}$$

Die Spaltweite der Labyrinthdichtung wird mit

$$\delta = D_A / 1000 + 0,2 \text{mm} = (0,335 + 0,2) \text{mm} = 0,54 \text{mm} \approx 0,5 \text{mm}$$

angenommen. Die Dichtung soll $z = 30$ Dichtspalte haben. Da sie die beiden Drücke $p_1 = p_a = 4 \text{MPa}$ und $p_2 = p_\omega = 0,5 \text{MPa}$ gegeneinander abdichten muss, ist

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{0,5 \text{MPa}}{4 \text{MPa}} = 0,125 < \frac{0,82}{\sqrt{1,25 + z}} = \frac{0,82}{\sqrt{31,25}} = 0,147.$$

Nach Gl. (3.52) ist demnach der Spaltmassenstrom mit Gl. (3.51) zu berechnen. Mit einem geschätzten $\mu = 0,75$ wird

$$\begin{aligned}\dot{m}_{sp} &= \mu \pi D_A \delta \sqrt{\frac{1}{1,25 + z} \left(\frac{p_1}{v_1} \right)} \\ &= 0,75 \cdot \pi \cdot 0,335 \text{m} \cdot 0,0005 \text{m} \sqrt{\frac{1}{31,25} \frac{4 \cdot 10^6 \text{Nkg}}{0,0786 \text{m}^2 \text{s}^3}} = 0,5 \text{kg/s} \\ \frac{\dot{m}_{sp}}{\dot{m}} &= \frac{0,5 \text{kg/s}}{30 \text{kg/s}} = 0,017 = 1,7\%.\end{aligned}$$

3.5.6 Betrieb

Für den Betrieb einer Dampfturbine sind die Regelung und das Teillastverhalten maßgebend.

Regelung. Eine geregelte Anlage besteht aus der Regelstrecke und dem Regler, die beide zusammen den Regelkreis bilden, in dem ein geschlossener Wirkungsablauf vorliegt. Die Regelgröße X , nach der die Regelung auch benannt wird, wird fortlaufend gemessen und mit dem Sollwert der Führungsgröße W verglichen. Abhängig von diesem Vergleich wird die Stellgröße Y so verändert, dass die Regelgröße trotz der Wirkung der Störgröße Z an die Führungsgröße angeglichen wird. Wichtiger als die Werte von X , Y , W und Z sind deren Änderungen, die mit den Kleinbuchstaben x , y , w und z bezeichnet werden.

Bei den Dampfturbinen ist die Regelgröße meist die Drehzahl, der Gegendruck oder der Druck hinter einer Entnahme. Dementsprechend wird von Drehzahl- und Druckregelungen gesprochen (Bild 3.50). Stellgröße ist gewöhnlich der Massenstrom oder das Enthalpiegefälle, die durch Stellglieder, Drossel- oder Düsenventile, verändert werden. Als wichtigste Störgrößen sind die Kupplungsleistung, der Frischdampfzustand und der Gegendruck zu nennen.

Regler. Regelgröße x und Führungsgröße w bilden die Eingänge, der Ausgang ist die Stellgröße y , über die der Regler auf die Strecke einwirkt. Gebräuchlich sind hydraulische und elektronische P-, PI- und PID-Regler. P-Regler sind im Betrieb besonders stabil, lassen aber Abweichungen zwischen Regel- und Führungsgröße bis zu 5 % zu. PI- und PID-Regler dagegen ändern die Stellgröße solange, bis innerhalb der Arbeitsgenauigkeit keine Differenz zwischen Regel- und Führungsgröße mehr besteht.

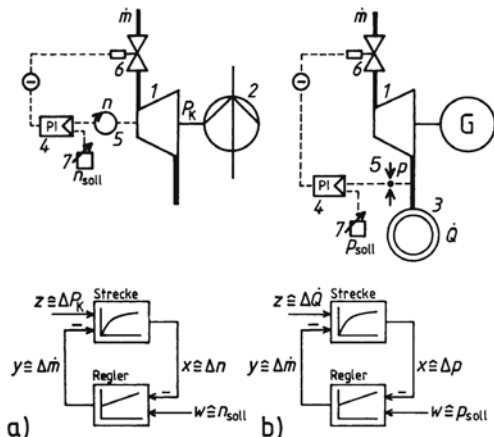
Strecke. Stellgröße y und Störgröße z sind die Eingänge der Regelstrecke, die aus der Turbine und der von ihr angetriebenen Maschine, meist einem Generator, besteht. Ausgang ist die Regelgröße x , die für den Regler den Eingang bildet, sodass sich der Wirkungskreis schließt. Die Strecken zeigen meist ein I-Verhalten.

Kreis. Der aus dem Regler und der Strecke bestehende geschlossene Wirkungskreis wird durch die Angabe von Signalwegen im Schaltbild oder durch ein Blockschaltbild (Bild 3.50) dargestellt. Der Inhalt eines Blockes zeigt die Reaktion des betreffenden Systemteils über der Zeit bei einer sprunghaften Änderung des Eingangs. Durch das Vorzeichen wird die Richtung angegeben, in der der Eingang auf den betreffenden Block wirkt. So lässt z. B. bei einer Drehzahlregelung (Bild 3.50 a) eine zunehmende Verbraucherleistung P_K die Drehzahl sinken ($-x$ am Streckenausgang), und die Düsenventile werden bei steigender Drehzahl etwas geschlossen ($-y$ am Regleraustritt). Bei einer Gegendruckregelung (Bild 3.50 b) sinkt der Gegendruck, wenn der entnommene Heizwärmestrom $\dot{Q}$ anwächst, während der Regler den Massenstrom bei steigendem Gegendruck verringert.

Bild 3.50

Geräte und Blockschaltbilder einfacher Turbinenregelungen

- a) Drehzahlregelung einer Pumpenantriebsturbine
- b) Druckregelung einer Gegendruckturbine
- 1 Turbine
- 2 Pumpe
- 3 Wärmeverbraucher
- 4 Regler
- 5 Messglied (Drehzahl- bzw. Druckmesser)
- 6 Stellglied
- 7 Sollwertsteller



Stellglieder. Bei Dampfturbinen gibt es drei Verfahren der Verstellung, das Drossel-, das Düsengruppen- und das Gleitdruckverfahren. Bei der Drosselung und beim Düsengruppenverfahren bleibt der durch Druck und Temperatur gegebene Austrittszustand des Kessels konstant, während er beim Gleitdruckverfahren verändert wird.

Drosselverfahren. Bei diesem einfachen Verfahren dient ein vor der Turbine angeordnetes Ventil als Stellglied. Um eine Teilleistung (Index T) zu fahren, wird der Eintrittsdruck p_α auf den Wert $p_{\alpha T}$ verringert, wodurch das angebotene Gefälle sinkt. Zugleich wird durch den verminderten Durchflussquerschnitt des Drosselventils auch der Massenstrom

verkleinert. Nach Bild 3.51 a wird der innere Wirkungsgrad bei Teillast $\eta_{iT} = \Delta h_{iT} / \Delta h_{sN}$ mit abnehmender Leistung immer kleiner, da das vom Dampferzeuger bereitgestellte isentrope Gefälle Δh_{sN} ungeändert bleibt, das innere Gefälle Δh_{iT} aber abnimmt. Dieser Mangel wird dadurch etwas gemildert, dass mit abnehmendem Enthalpiegefälle auch die Druckzahlen der einzelnen Stufen kleiner werden, und da die Turbinen mit Rücksicht auf eine möglichst kleine Stufenzahl gewöhnlich mit einem großen ψ ausgelegt sind, werden die Stufenwirkungsgrade zunächst etwas anwachsen. Dennoch sind die Teillastwirkungsgrade schlecht. Vorteilhaft ist die Drosselung neben ihrer konstruktiven Einfachheit vor allem dann, wenn eine Maschine nur selten mit verminderter Leistung betrieben wird, denn bei Volllast werden höhere Wirkungsgrade erreicht, als beim Düsengruppenverfahren.

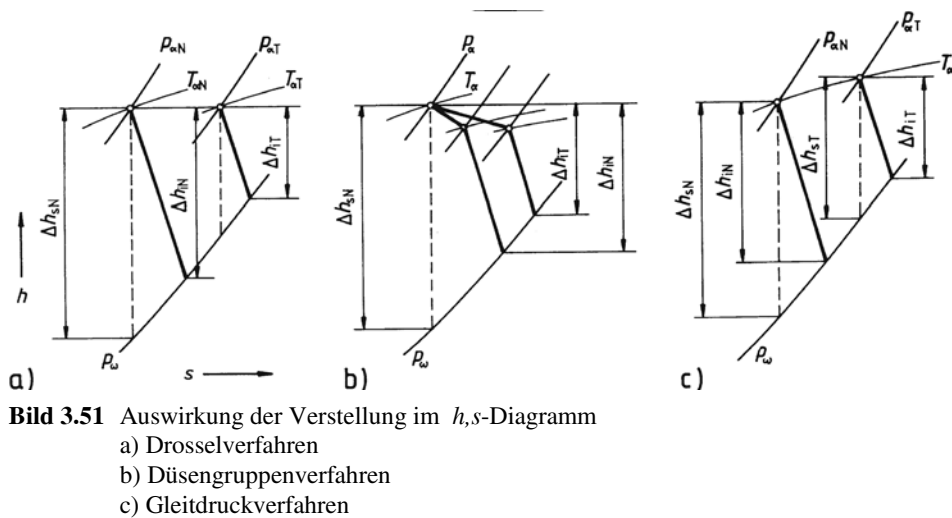


Bild 3.51 Auswirkung der Verstellung im h,s -Diagramm

- a) Drosselverfahren
- b) Düsengruppenverfahren
- c) Gleitdruckverfahren

Düsengruppenverfahren. Das in Abschn. 3.3.1 schon kurz erwähnte Verfahren hat im Teillastbereich ein besseres Verhalten als die Drosselung. Nach Bild 3.17 ist dabei die erste Stufe eine teilbeaufschlagte Gleichdruckstufe, gelegentlich in der Curtis-Bauart ausgeführt. Der Beaufschlagungsgrad wird durch das Zu- und Abschalten von Düsengruppen verändert, womit der Massenstrom der ganzen Maschine beeinflusst wird. Günstiger als bei der Drosselung wird hier nur eine Teilmenge des Dampfes im gerade teilweise geöffneten Ventil gedrosselt, während die übrigen entweder voll geöffnet oder ganz geschlossen sind. Aber auch in den besonders günstigen Teillastpunkten, die überhaupt keine Drosselung erfordern, fällt der innere Wirkungsgrad gegenüber dem Auslegungspunkt ab (Bild 3.51 b). Das liegt daran, dass der Gefälleanteil der Regelstufe mit vermindertem Durchsatz größer wird, wie später das Kegelgesetz zeigen wird. Außerdem fällt der im Vergleich zu den vollbeaufschlagten Stufen ohnehin schlechtere Wirkungsgrad dieser Stufe durch die Verringerung des Beaufschlagungsgrades weiter ab.

Gleitdruckverfahren. Solange eine gewisse Kesselmindestlast nicht unterschritten wird, arbeitet die Turbine mit voll geöffneten Ventilen. Die Lastschwankungen werden durch

Änderungen des Kesseldrucks aufgefangen, während auch in diesem Fall die Frischdampf-temperatur durch eine besondere Regelung konstant gehalten wird, da Temperaturänderungen zu Wärmespannungen in den Bauteilen von Kessel, Rohrleitungen und Turbine führen würden. Im Vermeiden solcher Wärmespannungen liegt einer der Vorteile des Gleitdruckverfahrens, denn nach Bild 3.51 a und b sind die Temperaturen gerade der ersten thermisch hoch beanspruchten Turbinenstufen bei den beiden anderen Verfahren deutlichen Schwankungen unterworfen, während das hier gerade in den ersten Stufen nicht der Fall ist (Bild 3.51 c). Der innere Wirkungsgrad ist bei Teillast angenähert gleich hoch wie im Auslegungspunkt, da das vom Kessel angebotene Enthalpiegefälle Δh_{sT} im gleichen Verhältnis verkleinert wird wie das innere Gefälle der Turbine Δh_{iT} . Zum Teil wird dieser Vorteil allerdings dadurch wieder ausgeglichen, dass der thermische Wirkungsgrad des Kreisprozesses mit abnehmendem Frischdampfdruck kleiner wird (Abschn. 3.2.1).

Da die Turbinen von der ersten Stufe an vollbeaufschlagt sind, gibt es keine Ventilationsverluste. Bei modernen Kraftwerksturbinen, die ihrer großen Leistung wegen auch in den ersten Stufen schon ausreichend lange Schaufeln haben, ist das ein weiterer Vorteil, weshalb sich diese Art der Regelung bei Großturbinen durchgesetzt hat.

Wegen der großen Wärmekapazität des Kessels kann das Gleitdruckverfahren raschen Lastschwankungen nicht folgen. Deshalb wird erforderlichenfalls über ein Bypassventil Zusatzdampf in eine Zwischenstufe der Turbine eingespeist und so die Leistungssteigerung vorübergehend aufgefangen.

Teillastverhalten. Wie auch immer die Stellglieder beschaffen sein mögen, der Massenstrom muss vom Zustand vor der Turbine (p_α, t_α) und vom Gegendruck (p_ω) abhängen.

Einfluss des Druckverhältnisses. Um diesen Zusammenhang aufzuklären, wird von einer einzelnen Düse ausgegangen, deren Durchfluss in Abhängigkeit vom Druckverhältnis nach Abschn. 1.2.6 in Bild 3.52 a gezeigt ist. Eine vielstufige Turbine mit ihren hintereinander durchströmten Schaufelgittern kann nun mit einer Anzahl hintereinander geschalteter Düsen verglichen werden, für die sich ein ähnlicher Funktionszusammenhang ergibt, jedoch verschiebt sich der mit L bezeichnete Punkt, der dem Laval-Druckverhältnis entspricht, mit wachsender Stufenzahl immer mehr nach links. Das folgt daraus, dass das auf der Abszisse dargestellte Druckverhältnis aus den Drücken vor und hinter der gesamten Beschaufelung gebildet ist, während sich das Laval-Druckverhältnis nur auf ein einzelnes Schaufelgitter bezieht. Wenn aber der Kurvenpunkt L nicht mehr weit von der Ordinate entfernt ist, kann die ganze Kurve recht gut durch eine Vierteilellipse bzw. bei gleichen Maßstäben beider Achsen durch einen Viertelkreis angenähert werden, also

$$\left(\frac{\dot{m}}{\dot{m}_{\max}}\right)^2 = 1 - \left(\frac{p_\omega}{p_\alpha}\right)^2.$$

Um den maximalen Massenstrom zu eliminieren, wird die Gleichung noch für den Auslegungspunkt mit dem Index N geschrieben und beide durcheinander dividiert

$$\left(\frac{\dot{m}}{\dot{m}_N}\right)^2 \sim \frac{1 - (p_\omega/p_\alpha)^2}{1 - (p_{\omega N}/p_{\alpha N})^2}. \quad (3.57)$$

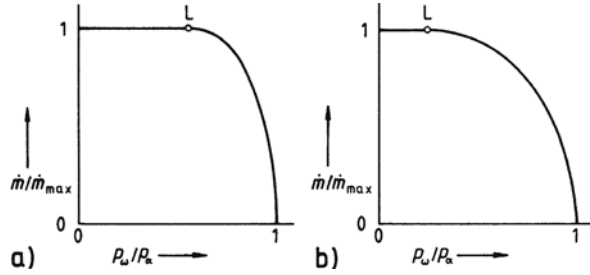


Bild 3.52 Abhängigkeit des Massenstroms vom Druckverhältnis

a) Einzeldüse

b) mehrstufige Turbine (hintereinandergeschaltete Düsen)

Kegelgesetz. Es fehlt nun noch die Abhängigkeit des Massenstroms vom Eintrittszustand. Nach Gl. (1.21) ist $\dot{m} \sim \sqrt{p_\alpha / v_\alpha}$. Wird hierin das spezifische Volumen mittels der Zustandsgleichung ersetzt, der Einfachheit halber derjenigen des idealen Gases, also $v_\alpha \sim T_\alpha / p_\alpha$, so ergibt sich $\dot{m} \sim \sqrt{p_\alpha^2 / T_\alpha} = p_\alpha / \sqrt{T_\alpha}$ und

$$\frac{\dot{m}}{\dot{m}_N} \sim \frac{p_\alpha}{p_{\alpha N}} \sqrt{\frac{T_{\alpha N}}{T_\alpha}}.$$

Zusammen mit Gl. (3.57) erhält man damit

$$\frac{\dot{m}}{\dot{m}_N} = \frac{p_\alpha}{p_{\alpha N}} \sqrt{\frac{1 - (p_\omega / p_\alpha)^2}{1 - (p_{\omega N} / p_{\alpha N})^2}} \sqrt{\frac{T_{\alpha N}}{T_\alpha}}. \quad (3.58)$$

Diese Gleichung nennt man das Stodolasche Kegelgesetz nach Aurel Stodola (1875–1942), der sie erstmalig angegeben und auch experimentell nachgewiesen hat.

In einem dreidimensionalen Koordinatensystem mit den Achsen $\dot{m}$, p_α und p_ω wird Gl. (3.58) durch die Mantelfläche eines Viertelkegels dargestellt. In Bild 3.53 a entspricht die Grundfläche des Kegels 1, 2, 3 dem Eintrittsdruck im Auslegungszustand $p_{\alpha N}$. Die schraffierte Ebene $p_\omega = p_{\omega N} = \text{konst}$ gibt den Gegendruck der Auslegung an. Der Punkt N, in dem sich beide Ebenen mit dem Kegelmantel schneiden, ist der Auslegungspunkt der Turbine.

Nach der Herleitung gilt das Kegelgesetz nicht streng, liefert aber dennoch recht genaue Ergebnisse. Es wurde jedoch vorausgesetzt, dass der Beaufschlagungsgrad der Stufen nicht verändert wird. Das Gesetz gilt deshalb bei Turbinen mit Düsengruppensteuerung nur für die vollbeaufschlagten Stufen aber nicht für die Regelstufe. p_α bedeutet dann den Druck hinter der Regelstufe, der bei vermindertem Durchfluss und ungeändertem Gegendruck p_ω kleiner wird. Der Gefälleanteil der vollbeaufschlagten Stufen wird demnach bei Teillast kleiner und derjenige der teilbeaufschlagten Regelstufe größer.

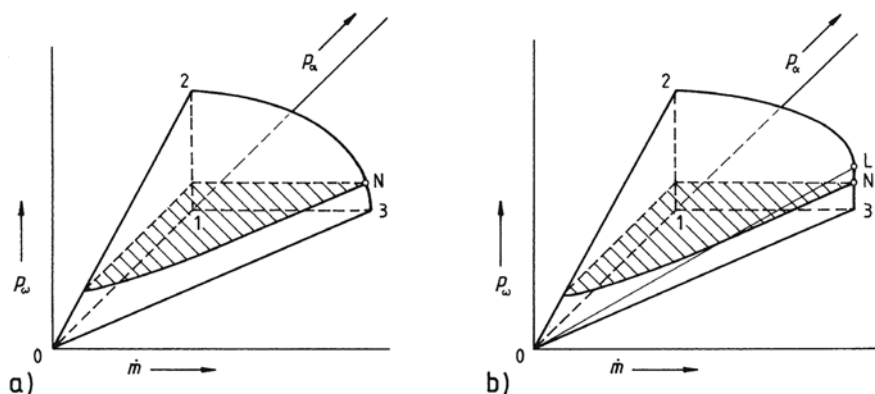


Bild 3.53 Dampfkegel (N Auslegungspunkt)

- a) große Stufenzahl
- b) kleine Stufenzahl

Sonderfälle. Während bei den Anzapfungen zur Speisewasservorwärmung vorausgesetzt werden kann, dass sich die Anzapfmengen proportional zur Frischdampfmenge ändern, sodass das Kegelgesetz gültig bleibt, kann es bei Entnahmeturbinen nur abschnittsweise für die einzelnen Teilturbinen angewendet werden. Schließlich gilt das Gesetz in der Form der Gl. (3.58) nur für große, eigentlich unendlich große Stufenzahlen. Es ist jedoch mit Bild 3.52 leicht möglich, die Form des Kegeldiagramms bei kleiner Stufenzahl wenigstens qualitativ anzugeben. Die Grundfläche des Kegels ist dann kein Viertelkreis mehr, die Mantelfläche enthält ein zur Ebene $\dot{m}, p_\alpha$ senkrechtes, ebenes Teilstück, das in Bild 3.53 b durch die Gerade 0, 1 begrenzt ist.

Bei den Gegendruckturbinen wird der Gegendruck mit Rücksicht auf den nachgeschalteten Wärmeverbraucher konstant gehalten. Bei Kondensationsturbinen kann sich der ohnehin kleine Kondensationsdruck nur geringfüg ändern, er wird tatsächlich noch etwas kleiner als im Auslegungspunkt. Weil die im Kondensator niederzuschlagende Dampfmenge kleiner wird, verbessert sich das Vakuum. Von dieser Feinheit abgesehen interessiert also in jedem Fall der Betrieb bei konstantem Gegendruck, für den es zwei qualitativ verschiedene Kennlinien gibt, je nachdem, ob der Gegendruck p_ω oberhalb oder unterhalb des Punktes L in Bild 3.53 b liegt. Für $p_\omega > p_L$ (Bild 3.54 a) ist die Kennlinie im $p_\alpha, \dot{m}$ -Diagramm eine Hyperbel, die die p_α -Achse bei $p_\alpha = p_\omega$ schneidet, und deren Asymptote die Gerade 0 3

des Kegeldiagramms ist. Für $p_\omega < p_L$ (Bild 3.54 b), was seltener vorkommt, geht die Hyperbel tangential in die Gerade 0 3 über. Ein besonders einfacher Sonderfall ist schließlich der, dass der Gegendruck p_ω sehr klein ist, wie bei einer Kondensationsturbine mit hohem Vakuum. Hier fällt die Kennlinie nahezu mit der Geraden 0 3 zusammen, der Massenstrom ist dann dem Eintrittsdruck proportional.

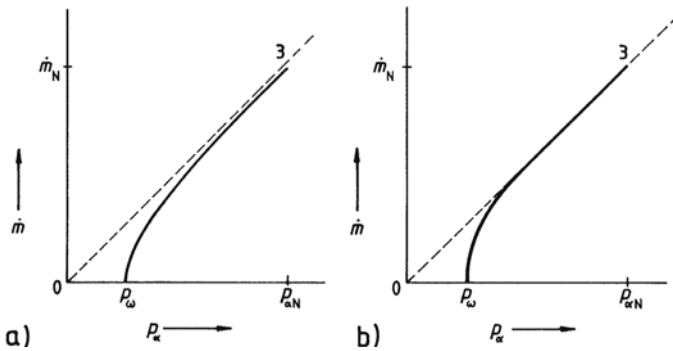


Bild 3.54 Massenstrom als Funktion des Eintrittsdrucks

- a) Gegendruck größer als Lavaldruck $p_\omega > p_L$
- b) Gegendruck kleiner als Lavaldruck $p_\omega < p_L$

4 Gasturbinen

4.1 Einleitung

Gasturbinen sind nach dem Strömungsprinzip arbeitende Verbrennungskraftmaschinen, die mit den Otto- und Dieselmotoren verglichen werden können. Sie verbinden die Vorteile der Strömungsmaschinen (Abschn. 1.1) mit denen der „Maschinen mit innerer Verbrennung“. Bauvolumen und Kosten sind deutlich niedriger als bei einer vergleichbaren Dampfkraftanlage, bei der der Aufwand sehr wesentlich durch den Dampferzeuger mit seinen großen Abmessungen beeinflusst wird. Andererseits erfordern Gasturbinen hochwertige gasförmige oder flüssige Brennstoffe, und der Wirkungsgrad ist niedriger.

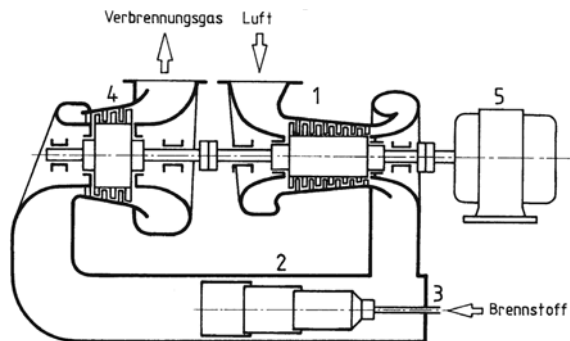
Aufbau und Wirkungsweise (Bild 4.1). Mittels eines Verdichters (1) wird komprimierte Luft in eine Brennkammer (2) gefördert. Dort liegt die Zufuhr (3) für den gasförmigen oder flüssigen Brennstoff, der bei konstantem Druck in kontinuierlichem Prozess verbrannt wird. Die Verbrennungsgase expandieren in der Turbine (4) und geben ihre Energie ab. Der größere Teil der Turbinenleistung dient zum Antrieb des Verdichters, mit dem Überschuss wird der Generator (5) oder eine andere Maschine angetrieben.

Nach diesem Grundprinzip, das auch noch abgewandelt werden kann (Abschn. 4.2), arbeiten alle heutigen Gasturbinen.

Bild 4.1

Prinzipieller Aufbau einer Gasturbine

- 1 Verdichter
- 2 Brennkammer
- 3 Brennstoffzufuhr
- 4 Turbine
- 5 Generator



Anwendungen. Mit Gasturbinen werden elektrische Generatoren, Pumpen, Verdichter, Schiffe, Lokomotiven und Kraftfahrzeuge angetrieben. Während in allen diesen Fällen die Gasturbine nur in speziellen Fällen eingesetzt wird (Abschn. 4.4), hat sie und das mit ihr verwandte Strahltriebwerk in der Luftfahrt die Kolbenmotoren nahezu völlig verdrängt. Außer der Möglichkeit, hohe Fluggeschwindigkeiten bis zu einem Mehrfachen der Schallgeschwindigkeit zu erreichen, was mit Propellertriebwerken nicht gelingt, liegt der Grund hierfür in der hohen Leistungsdichte dieser Maschinen, also einem großen Quotienten aus Leistung und Bauvolumen.

Gasturbinen arbeiten oft mit anderen Kraftmaschinen zusammen. So verbessert die Kombination mit einer nachgeschalteten Dampfkraftanlage die Wirkungsgrade thermischer Kraftwerke (Abschn. 4.2.5). Als Abgasturbolader erhöhen Gasturbinen die Leistungsdichte und die Wirtschaftlichkeit von Kolbenmotoren (Abschn. 4.4.3).

Entwicklungstendenzen. Durch den Einsatz warmfesterer Werkstoffe und konstruktive Verbesserungen der Schaufelkühlung wird versucht, die Eintrittstemperaturen zu steigern, und die in einem Maschinensatz erreichbaren Leistungen zu erhöhen. Turbineneintrittstemperaturen von 1230 °C sind in stationären Anlagen heute möglich. Eine Steigerung bis auf 1500 °C wird in den nächsten 20 Jahren angestrebt. Die Leistungen gehen bis zu 800 MW, die Wirkungsgrade liegen bei etwa 38 bis 40 %.

4.2 Kreisprozesse

4.2.1 Idealprozesse

Joule-Prozess. Der nach dem englischen Physiker J. P. Joule (1818–1889) benannte Idealprozess einer einfach geschalteten Gasturbinenanlage (Bild 4.2) besteht aus zwei Isentropen und zwei Isobaren.

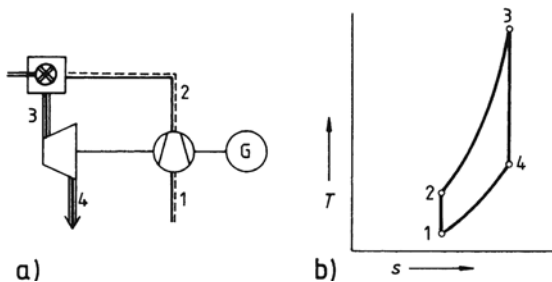


Bild 4.2
Joule-Prozess
a) Anlageschaltbild
b) T,s-Diagramm

Zur Berechnung wird die chemische Veränderung des Arbeitsfluids durch die Verbrennung unberücksichtigt gelassen und mit einem einheitlichen Gas gerechnet, dessen spezifische Wärmekapazität als temperaturunabhängig angenommen wird.

Thermischer Wirkungsgrad. In der für jeden Kreisprozess gültigen Gleichung $\eta_{th} = 1 - |q_{ab}|/|q_{zu}|$ ist $q_{zu} = c_p(T_3 - T_2)$ und $|q_{ab}| = c_p(T_4 - T_1)$

$$\eta_{th} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} = 1 - \frac{T_1}{T_2} \cdot \frac{T_4/T_1 - 1}{T_3/T_2 - 1}. \quad (4.1)$$

Mittels der Gleichungen für die beiden Isentropen 1–2 und 3–4 lassen sich noch zwei der vier Temperaturen eliminieren. Aus

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \quad \text{und} \quad \frac{T_4}{T_3} = \left(\frac{p_4}{p_3}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \quad (4.2)$$

folgt wegen $p_4 = p_1$ und $p_3 = p_2$

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{T_4}{T_3} \quad \text{oder} \quad \frac{T_4}{T_1} = \frac{T_3}{T_2}.$$

Demnach ist der zweite Bruch in Gl. (4.1) gleich eins, und mit Gl. (4.2) ist

$$\eta_{th} = 1 - \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = 1 - \left(\frac{1}{\Pi}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}. \quad (4.3)$$

Der thermische Wirkungsgrad des idealen Joule-Prozesses ist demnach vom Isentropenexponenten κ und vom Verdichtungsdruckverhältnis $\Pi = p_2/p_1$ abhängig, aber nicht von der Turbineneintrittstemperatur T_3 .

Leistungsdichte. Zur Kennzeichnung der mit dem Prozess erreichbaren Leistung dient der dimensionslose Ausdruck $P/(\dot{m} c_p T_1) = w/(c_p T_1)$ (Abschn. 1.2.7). Ist er groß, so wird bei gleichem Massenstrom und damit etwa gleichen Maschinenabmessungen eine höhere Leistung erreicht. Es gilt

$$\begin{aligned} w &= q_{zu} - |q_{ab}| = c_p \left[T_3 \left(1 - \frac{T_4}{T_3} \right) + T_1 \left(1 - \frac{T_2}{T_1} \right) \right] \\ \frac{w}{c_p T_1} &= \frac{T_3}{T_1} \left[1 - \left(\frac{1}{\Pi} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right] + \left[1 - \frac{T_2}{T_1} \right]. \end{aligned} \quad (4.4)$$

Mit Gl. (4.3) ist auch

$$\frac{w}{c_p T_1} = 1 + \eta_{th} \frac{T_3}{T_1} - \Pi^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}.$$

Die Leistungsdichte hängt außer vom Druckverhältnis auch von der Turbineneintrittstemperatur T_3 ab (Bild 4.3 a). Das Maximum verschiebt sich mit wachsender Temperatur nach Gl. (4.6) zu immer höheren Druckverhältnissen.

Prozess mit Vorwärmung. Bei kleinen Druckverhältnissen kann der Prozesswirkungsgrad durch Vorwärmung der verdichteten Luft mit der Abwärme der Turbine verbessert werden. In Bild 4.4 ist im Sinne eines Idealprozesses angenommen, dass die Luft bis auf die höchstmögliche Temperatur, also T_4 vorgewärmt wird. Die mit dem Brennstoff zuzuführende Wärme wird entsprechend kleiner. Die im Vorwärmer übertragene Wärme ist im Diagramm durch Schraffur hervorgehoben. Da die beiden Isobaren bei einem idealen Gas kongruent sind und durch eine Verschiebung parallel zur s -Achse zur Deckung zu bringen sind, wird das Abgas bis auf T_2 abgekühlt. Nur die restliche Wärme ist an die Umgebung abzugeben.

Thermischer Wirkungsgrad. Mit $q_{zu} = c_p (T_3 - T_4)$ und $|q_{ab}| = c_p (T_2 - T_1)$ ist

$$\eta_{th} = 1 - \frac{|q_{ab}|}{q_{zu}} = 1 - \frac{T_2 - T_1}{T_3 - T_4} = 1 - \frac{T_1}{T_3} \cdot \frac{T_2}{T_1} \cdot \frac{1 - T_1/T_2}{1 - T_4/T_3}.$$

Da der letzte Bruch wieder nach Gl. (4.2) gleich eins ist, folgt

$$\eta_{th} = 1 - \frac{T_1}{T_3} \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = 1 - \frac{T_1}{T_3} \Pi^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}. \quad (4.5)$$

Im Gegensatz zum einfachen Prozess ohne Vorwärmung ist der thermische Wirkungsgrad (Bild 4.3 b) hier auch von der Temperatur T_3 abhängig und die Abhängigkeit vom Druckverhältnis ist entgegengesetzt, der Wirkungsgrad fällt mit wachsender Verdichtung. Beim Druckverhältnis eins wird sogar der Carnot-Wirkungsgrad erreicht, aber in diesem Grenzfall ist die Prozessleistung gleich Null, wie aus Gl. (4.4) hervorgeht, die auch hier gilt. Man muss sich also mit einem geringeren Wirkungsgrad zufrieden geben.

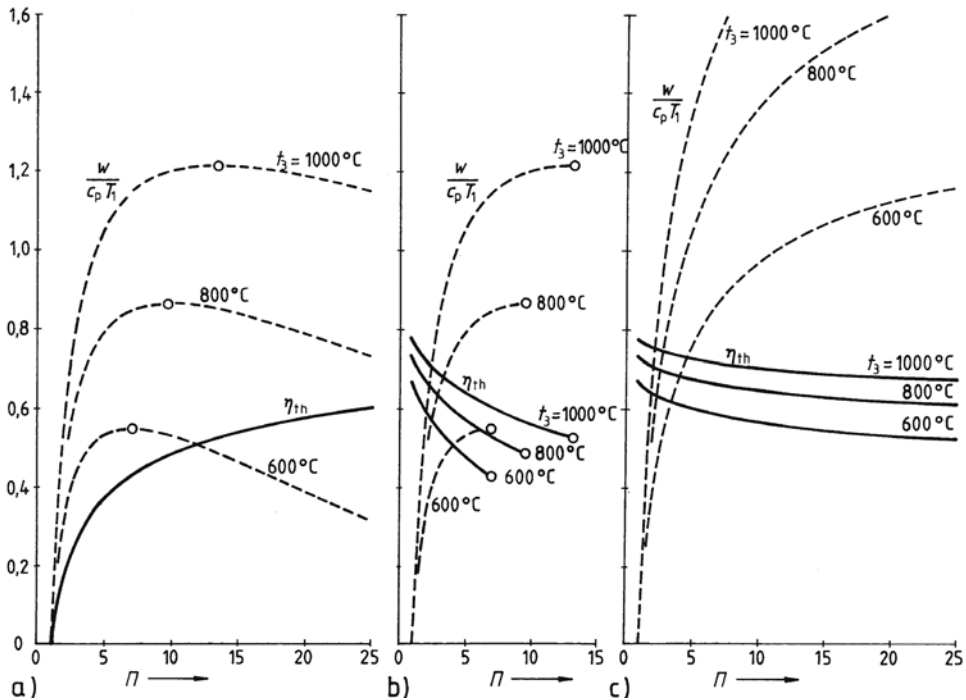


Bild 4.3 Thermischer Wirkungsgrad η_{th} (ausgezogen) und Leistungsdichte $w/(c_p T_1)$ (gestrichelt) der Idealprozesse

a) Joule-Prozess

b) Prozess mit Vorwärmung

c) Prozess mit zweifacher Zwischenkühlung und einfacher Zwischenerhitzung

Anwendungsbereich. Damit eine Vorwärmung und eine Wirkungsgradverbesserung überhaupt möglich ist, muss $T_4 > T_2$ sein (Bild 4.4). Für den Grenzfall $T_4 = T_2$ folgt aus Gl. (4.2)

$$T_2 T_4 = T_2^2 = T_1 T_3; \quad T_2 = \sqrt{T_1 T_3}$$

und damit

$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{T_3}{T_1}} = \Pi^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}$$

oder nach Π aufgelöst

$$\Pi = \left(\frac{T_3}{T_1} \right)^{\frac{\kappa}{2(\kappa-1)}}. \quad (4.6)$$

Das ist der Grenzwert des Druckverhältnisses, unterhalb dessen der Prozess mit Vorwärmung vorteilhafter ist als der einfache. Es ist zugleich, wie durch Differenzieren von Gl. (4.4) nachzuweisen ist, das Druckverhältnis

mit der höchsten Leistung. Also bedeutet bei Gasturbinen, die auf hohe Leistungsdichte hin ausgelegt sind, die Vorwärmung keine Verbesserung. Umgekehrt erfordert die Wirkungsgradanhebung durch Vorwärmung einen hohen Mehraufwand. Die Anlage wird durch den zusätzlichen Vorwärmer komplizierter, vor allem aber nimmt die Leistungsdichte einen ungünstigen Wert an, und die Maschinen bekommen größere Abmessungen.

Bei Kleingasturbinen für den Fahrzeugantrieb kann diese Vergrößerung der Maschinenabmessungen auch einen Vorteil bedeuten. Die inneren Wirkungsgrade von Verdichter und Turbine werden besser als sie sich bei den sehr kleinen Abmessungen bei einer Auslegung im Maximum der Leistungskurve von Bild 4.3 ergeben hätten. Kleinanlagen sind deshalb auch fast das einzige Anwendungsgebiet für den Prozess mit Vorwärmung. Bei großen Leistungen ist die Abwärme des Prozesses auf andere Weise zu nutzen.

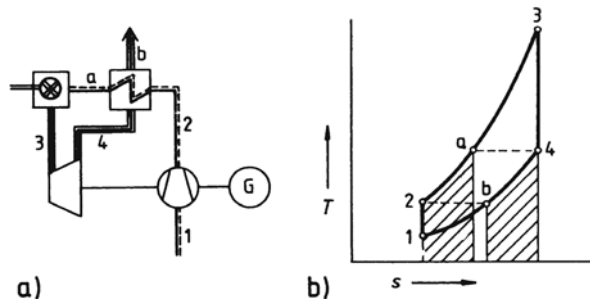


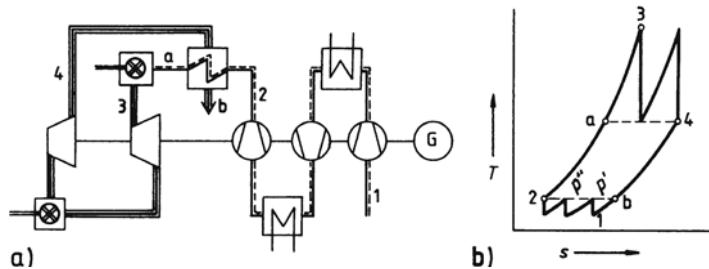
Bild 4.4 Prozess mit Vorwärmung

- a) Anlagenschaltbild
b) T,s -Diagramm

Bild 4.5

Prozess mit zweifacher Zwischenkühlung und einfacher Zwischenerhitzung

- a) Anlagenschaltbild
b) T,s -Diagramm



Prozess mit Zwischenkühlung und Zwischenerhitzung. Bei der Gasturbinenanlage in Bild 4.5 bestehen sowohl der Verdichter als auch die Turbine aus mehreren Teilmaschinen. Zwischen den einzelnen Verdichtern wird zwischengekühlt und zwischen den Turbinen wird ähnlich wie bei einer Dampfkraftanlage mit Zwischenüberhitzung (Abschn. 3.2.3) das Arbeitsgas durch eine zweite Verbrennung wieder aufgeheizt. Da der Aufwand für eine Zwischenerhitzung größer ist als für eine Zwischenkühlung, wird die Zahl der Teilturbinen gewöhnlich kleiner gewählt als die der Teilverdichter.

Der zweiten Brennkammer wird als Sauerstoffträger nicht Luft, sondern das Abgas der ersten Verbrennungsstufe zugeführt. Dieses Gas ist noch ausreichend sauerstoffhaltig,

denn Gasturbinen erfordern große Luftüberschüsse, damit keine unzulässig hohen Verbrennungstemperaturen entstehen.

Der Vorteil des Prozesses besteht in einer Annäherung an die isotherme Kompression und Expansion. Dadurch wird die Temperatur T_2 auch bei großen Verdichtungsverhältnissen noch kleiner bleiben als T_4 , sodass der thermische Wirkungsgrad durch die in Bild 4.6 dargestellte Vorwärmung verbessert wird.

Thermischer Wirkungsgrad. Unter der naheliegenden Voraussetzung, dass die Teilverdichtungen alle das gleiche Druckverhältnis haben, ist

$$\frac{p'}{p_1} = \frac{p''}{p'} = \frac{p_2}{p''} = \sqrt[3]{p_2/p_1} = \Pi^{1/3}$$

und damit

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p'}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = \Pi^{\frac{\kappa-1}{3\kappa}}$$

oder allgemeiner mit z_V Teilverdichtern und z_T Teilturbinen

$$\frac{T_2}{T_1} = \Pi^{\frac{\kappa-1}{z_V \kappa}} \quad \text{und} \quad \frac{T_3}{T_4} = \Pi^{\frac{\kappa-1}{z_T \kappa}}. \quad (4.7)$$

Damit errechnet sich der thermische Wirkungsgrad bei idealer Vorwärmung

$$\begin{aligned} \eta_{th} &= 1 - \frac{|q_{ab}|}{q_{zu}} = 1 - \frac{z_V(T_2 - T_1)}{z_T(T_3 - T_4)} \\ &= 1 - \frac{T_1}{T_3} \Pi^{\frac{\kappa-1}{z_V \kappa}} \frac{z_V \left[1 - \left(1/\Pi \right)^{\frac{\kappa-1}{z_V \kappa}} \right]}{z_T \left[1 - \left(1/\Pi \right)^{\frac{\kappa-1}{z_T \kappa}} \right]}. \end{aligned} \quad (4.8)$$

Leistungsdichte.

$$\begin{aligned} \frac{w}{c_p T_1} &= \frac{q_{zu} - |q_{ab}|}{c_p T_1} = \frac{z_T(T_3 - T_4) - z_V(T_2 - T_1)}{T_1} \\ &= z_T \frac{T_3}{T_1} \left[1 - \left(1/\Pi \right)^{\frac{\kappa-1}{z_T \kappa}} \right] + z_V \left[1 - \Pi^{\frac{\kappa-1}{z_V \kappa}} \right]. \end{aligned} \quad (4.9)$$

Für $z_V = 3$ und $z_T = 2$ entsprechend Bild 4.5 sind die Ergebnisse in Bild 4.3 c dargestellt. Der Prozess ist dem einfachen Joule-Prozess deutlich überlegen, aber dafür ist der Aufwand auch erheblich größer.

Grenzfälle. Durch Auflösen der beiden Gln. (4.7) nach T_2 bzw. T_4 und Gleichsetzen der Temperaturen ergibt sich als Verallgemeinerung von Gl. (4.6) das Druckverhältnis, bis zu dem eine Vorwärmung möglich ist.

$$\Pi = \left(\frac{T_3}{T_1} \right)^{\frac{z_V z_T \kappa}{(z_V + z_T)(\kappa-1)}}. \quad (4.10)$$

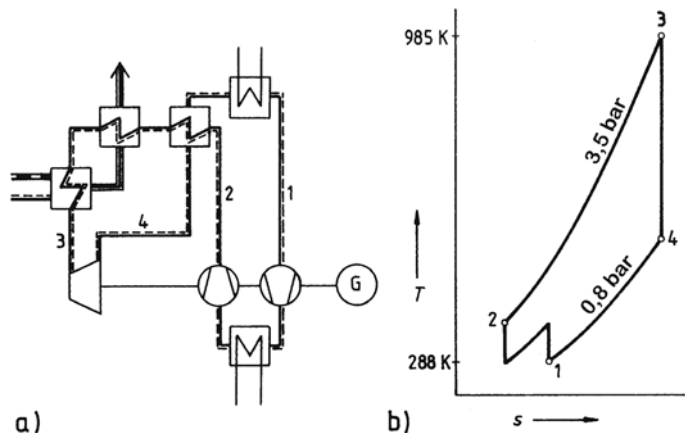
Setzt man in Gl. (4.8) $z_V = z_T$ und lässt dann beide gegen unendlich gehen, so konvergiert der thermische Wirkungsgrad gegen den Grenzwert $\eta_C = 1 - T_1/T_3$. Es handelt sich bei diesem Grenzfall um den aus der Thermodynamik bekannten Ericsson-Prozess [1], dem jedoch nur theoretische Bedeutung zukommt, da er in einer Gasturbine nicht zu verwirklichen ist.

Mit $z_V = z_T = 1$ gehen die Gln. (4.8) bis (4.10) in die einfacheren des Prozesses mit Vorwärmung aber ohne Zwischenkühlung und Zwischenerhitzung über. Dieser Prozess ergab bei günstiger Leistungsdichte keine Verbesserung gegenüber dem einfachen Prozess.

Die Vorwärmung ist demnach außer bei Anlagen kleiner Leistung nur in Verbindung mit Zwischenkühlung und Zwischenerhitzung sinnvoll. Gewöhnlich wird dieser Prozess aber nur in Gasturbinen mit geschlossenem Kreislauf verwirklicht. Bei offenen Gasturbinen bilden kombinierte Prozesse eine wirtschaftlichere Alternative (Abschn. 4.2.5).

Bild 4.6

Geschlossene Gasturbinenanlage mit Kohlefeuerung und einfacher Zwischenkühlung
a) Schaltbild
b) Idealprozess im T,s -Diagramm



4.2.2 Offener und geschlossener Prozess

In den meisten Fällen sind die Prozesse der Gasturbinen zur Umgebung offen. Das Arbeitsfluid wird als Luft der Umgebung entnommen und als Abgas wieder an sie abgegeben. Daneben gibt es aber auch Gasturbinen, bei denen ein gasförmiges Fluid in geschlossenem Kreislauf durch die Anlage geführt wird. Da in diesem Fall das Gas vor dem erneuten Eintritt in den Verdichter ohnehin rückgeköhlt werden muss, kommt nur der Prozess mit Vorwärmung, und da die geschlossenen Anlagen nur für große Leistungen gebaut werden, gewöhnlich in Verbindung mit Zwischenkühlung und manchmal auch Zwischenerhitzung in Frage.

Außer Luft wird als Arbeitsgas auch Helium verwendet. Die geringe Dichte dieses Gases wird durch eine besonders hohe spezifische Wärmekapazität ausgeglichen. Außer der chemischen Inaktivität hat Helium noch den Vorteil einer gegenüber Luft etwa dreifach höheren Schallgeschwindigkeit (Gl. (1.27)). Dadurch können auch die Strömungsgeschwindigkeiten entsprechend höher gewählt und die Stufenzahl des Verdichters erheblich reduziert werden.

Bild 4.6 zeigt das Schaltbild einer mit Luft betriebenen Anlage mittlerer Leistung mit einfacher Zwischenkühlung. Beim geschlossenen Prozess kann das Arbeitsgas nicht als Sauerstoffträger für die Verbrennung herangezogen werden. An die Stelle der Brennkammer des offenen Prozesses tritt ein Lufterhitzer, der in Funktion und Aussehen mit einem Dampfkessel vergleichbar ist. Die in den Kühlern aus dem Prozess ausscheidende Wärme kann für Heiz- oder Fabrikationszwecke genutzt werden. Durch solche „Kraft-Wärme-Kopplung“ wird der geschlossene Prozess meist erst wirtschaftlich, da ja der Aufwand gegenüber dem offenen Prozess beträchtlich erhöht ist.

Die Vorteile des geschlossenen Prozesses liegen in der Möglichkeit, die Wärme beliebiger, auch fester Brennstoffe auszunutzen. Außerdem kann, anders als beim offenen Prozess der Druck am Verdichtereintritt höher als in der Umgebung gelegt werden. Da das Volumen eines Gases dem Druck umgekehrt proportional ist, ergeben sich kleinere Strömungsquerschnitte und damit geringere Maschinenabmessungen. Dadurch wird der größere Aufwand teilweise kompensiert. Zur Leistungsänderung wird das gesamte Druckniveau unter Beibehaltung des Druckverhältnisses und der Temperaturen variiert. Man erreicht damit sehr günstige Teillastwirkungsgrade, da die verminderte Leistung nur durch Reduzierung des Massenstroms erreicht wird, die Enthalpiedifferenzen aber erhalten bleiben.

Weiterhin ist die Schallemission geringer als im offenen Prozess, und das Arbeitsfluid bleibt sauber. Insbesondere lagern sich keine Verbrennungsrückstände auf den heißen Teilen der Anlage ab, die im offenen Prozess bei den hohen Temperaturen neuzeitlicher Anlagen oft zu Schwierigkeiten führen.

4.2.3 Verbrennung und Verbrennungsgas

Bei der Berechnung realer offener Gasturbinenprozesse muss die Änderung der chemischen Natur des Arbeitsfluids durch die Verbrennung beachtet werden. Während im Verdichter mit Luft zu rechnen ist, also einem Mischgas konstanter Zusammensetzung, gibt es je nach der Art des Brennstoffs sowie dem Luftverhältnis eine unendliche Vielfalt verschiedener Verbrennungsgase.

Für einen bestimmten Brennstoff lässt sich immerhin das stöchiometrische Gas, das bei vollständiger Verbrennung mit der Mindestluftmenge entsteht, eindeutig angeben. Alle aus dem gleichen Brennstoff durch Verbrennung mit Luftüberschuss entstandenen Gase können dann als Mischungen des stöchiometrischen Gases mit Luft beschrieben werden.

Ähnlich wie in der Thermodynamik des Nassdampfes der Mengenanteil trocken gesättigten innerhalb eines nassen Dampfes mit x bezeichnet wird, soll hier $x = \dot{m}_{\text{stö}}/\dot{m}_{\text{G}}$ den Anteil des stöchiometrischen Gases (Index stö) in der Gasmischung (Index G) bezeichnen. Demnach entspricht $x = 0$ der reinen Luft und $x = 1$ dem stöchiometrischen Gas.

Das Verhalten eines idealen Gases wird nach Abschn. 1.2.4 durch die Gaskonstante R und die spezifische Wärmekapazität $[c_p]_0^t$ beschrieben. Sind diese beiden Größen für die Luft und das stöchiometrische Gas bekannt, so ergeben sich für jede beliebige Mischung

$$R_G = x R_{\text{stö}} + (1 - x) R_L \quad (4.11)$$

$$[c_{pG}]_0^t = x [c_{p\text{stö}}]_0^t + (1 - x) [c_{pL}]_0^t. \quad (4.12)$$

Zur Berechnung des Mischungsverhältnisses x wird eine Mengenbilanz der Verbrennung gebildet. Mit den Indizes G, L, B für Verbrennungsgas, Luft und Brennstoff ist

$$\dot{m}_G = \dot{m}_L + \dot{m}_B = \dot{m}_L \left(1 + \frac{\dot{m}_B}{\dot{m}_L} \right) = \dot{m}_L (1 + \beta)$$

mit der Abkürzung $\beta = \dot{m}_B / \dot{m}_L$. Speziell bei Verbrennung mit der Mindestluftmenge ist

$$\dot{m}_{\text{stö}} = \dot{m}_{L\text{min}} \left(1 + \frac{\dot{m}_B}{\dot{m}_{L\text{min}}} \right) = \dot{m}_{L\text{min}} (1 + \beta_{\text{max}}) = \frac{\dot{m}_L}{\lambda} (1 + \beta_{\text{max}}),$$

wobei mit $\lambda = \dot{m}_L / \dot{m}_{L\text{min}} = \beta_{\text{max}} / \beta$ das Luftverhältnis der Verbrennung bezeichnet ist. Damit wird

$$x = \frac{\dot{m}_{\text{stö}}}{\dot{m}_G} = \frac{1 + \beta_{\text{max}}}{\lambda (1 + \beta)} = \frac{\beta}{\beta_{\text{max}}} \frac{1 + \beta_{\text{max}}}{1 + \beta}. \quad (4.13)$$

Das nun noch fehlende Brennstoff-Luftverhältnis $\beta = \dot{m}_B / \dot{m}_L$ wird aus einer Energiebilanz der Verbrennung ermittelt. Mit H_u als dem unteren Heizwert und t_a als der Temperatur der Verbrennungsluft ist

$$(1 + \beta)[c_{pG}]_0^t t_3 = [c_{pL}]_0^t t_a + \beta H_u$$

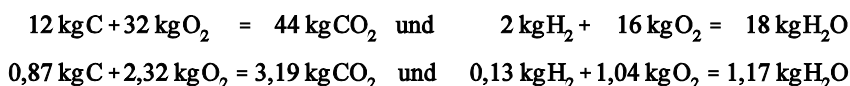
$$\beta = \frac{[c_{pG}]_0^t t_3 - [c_{pL}]_0^t t_a}{H_u - [c_{pG}]_0^t t_3}. \quad (4.14)$$

Als Brennstoffe werden überwiegend Mineralöle oder Erdgas verwendet. Deren Zusammensetzung ist zwar nicht konstant, die Schwankungen sind bei den Mineralölen jedoch so gering, dass die Ergebnisse des folgenden Beispiels, soweit sie sich auf das stöchiometrische Gas beziehen, näherungsweise auf andere flüssige Brennstoffe übertragbar sind. Das Mischungsverhältnis x kann aber sehr verschieden sein. Bei gasförmigen Brennstoffen können zwar nicht die Zahlenwerte, wohl aber das Berechnungsverfahren übernommen werden.

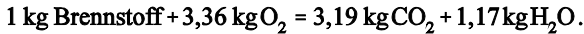
Beispiel 4.1. Bei einer Verbrennung wird die Luft mit einer Temperatur von 300 °C zugeführt. Die Temperatur des Verbrennungsgases beträgt 1000 °C. Der Brennstoff, ein Dieseldieselkraftstoff mit 0,87 Massenteilen Kohlenstoff und 0,13 Massenteilen Wasserstoff, hat den Heizwert $H_u = 41660$ kJ/kg.

Zu ermitteln sind die Mindestluftmenge, die Zusammensetzung des stöchiometrischen Gases, die erforderliche Brennstoffmenge sowie die Gaskonstante und die spezifische Wärmekapazität des Verbrennungsgases bei den Temperaturen 550 °C und 1000 °C.

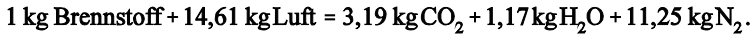
Lösung. Die Zusammensetzung des stöchiometrischen Gases ergibt sich aus den Reaktionsgleichungen, die zunächst für je ein kmol Kohlenstoff und Wasserstoff geschrieben und dann nach dem Dreisatz umgerechnet werden.



zusammengefasst



Da Luft eine Mischung aus 0,23 Massenteilen O_2 und 0,77 Massenteilen N_2 ist, lautet die Mengengleichung der stöchiometrischen Verbrennung



Damit ist die Mindestluftmenge und die Zusammensetzung des stöchiometrischen Gases bekannt

$$\frac{\dot{m}_{\text{L,min}}}{\dot{m}_{\text{B}}} = 14,61 \frac{\text{kg Luft}}{\text{kg Brst}}; \quad \beta_{\text{max}} = \frac{1}{14,61} = 0,0684$$

$$\xi_{\text{CO}_2} = \frac{3,19 \text{ kg}}{15,61 \text{ kg}} = 0,204; \quad \xi_{\text{H}_2\text{O}} = 0,075; \quad \xi_{\text{N}_2} = 0,721.$$

Mit den Gaskonstanten und spezifischen Wärmekapazitäten von CO_2 , H_2O und N_2 aus Tabellenbüchern [1] lassen sich jetzt die entsprechenden Werte für die Gasmischung berechnen:

Tabelle 4.1 Gaskonstante und spezifische Wärmekapazität des stöchiometrischen Verbrennungsgases (Beispiel 4.1)

Gas		CO_2	H_2O	N_2	Summe
ξ_i	1	0,204	0,075	0,721	1,000
R_i	kJ/(kg K)	0,1889	0,4615	0,2968	
$\xi_i \cdot R_i$	kJ/(kg K)	0,0385	0,0346	0,2140	0,2871
$[c_p]_0^{600^\circ\text{C}}$	kJ/(kg K)	1,044	2,000	1,078	
$\xi_i \cdot [c_p]_0^{600^\circ\text{C}}$	kJ/(kg K)	0,2130	0,1500	0,7775	1,1405

Damit ist

$$R_{\text{sto}} = \Sigma(\xi_i \cdot R_i) = 0,2871 \text{ kJ/(kg K)}$$

$$[c_p]_0^{600^\circ\text{C}} = \Sigma(\xi_i \cdot [c_{p,i}]_0^{600^\circ\text{C}}) = 1,1405 \text{ kJ/(kg K)}.$$

Bemerkenswerterweise stimmt die Gaskonstante innerhalb der hier angebrachten Genauigkeit mit dem für Luft gültigen Wert $R_{\text{L}} = 0,28704 \text{ kJ/(kg K)}$ überein. Damit vereinfacht sich Gl. (4.11) für diesen Brennstoff, und praktisch auch für alle anderen Mineralöle zu

$$R_{\text{G}} = R_{\text{L}} = 0,287 \text{ kJ/(kg K)}.$$

Die mittlere spezifische Wärmekapazität ist hier beispielhaft für 600°C berechnet worden. In Tabelle 9.1 sind eine Reihe weiterer ebenso gefundener Zahlenwerte angegeben.

Zur Berechnung des Brennstoff-Luftverhältnisses β muss zunächst die spezifische Wärmekapazität des Verbrennungsgases geschätzt werden. Das ist gut möglich, da der gesuchte Wert zwischen denen der Luft und des stöchiometrischen Gases liegen muss. Hier wird zwischen $[c_{p,\text{L}}]_0^{1000^\circ\text{C}} = 1,091 \text{ kJ/(kg K)}$ und $[c_{p,\text{sto}}]_0^{1000^\circ\text{C}} = 1,195 \text{ kJ/(kg K)}$ (Tabelle 9.1) geschätzt $[c_{p,\text{G}}]_0^{1000^\circ\text{C}} = 1,125 \text{ kJ/(kg K)}$. Damit und mit dem gegebenen H_{u} bekommt man aus Gl. (4.14) und (4.13)

$$\beta = \frac{[c_{pG}]_0^{t_3} t_3 - [c_{pL}]_0^{t_a} t_a}{H_u - [c_{pG}]_0^{t_3} t_3} = \frac{1,125 \text{ kJ}/(\text{kgK}) 1000 \text{ °C} - 1,020 \text{ kJ}/(\text{kgK}) 300 \text{ °C}}{41\,660 \text{ kJ/kg} - 1,125 \text{ kJ}/(\text{kgK}) 1000 \text{ °C}} = 0,0202 \text{ }^1)$$

$$x = \frac{\beta}{\beta_{\max}} \frac{1 + \beta_{\max}}{1 + \beta} = \frac{0,0202}{0,0684} \frac{1,0684}{1,0202} = 0,309.$$

Hiermit kann $[c_{pG}]_0^{1000 \text{ °C}}$ nachgeprüft werden. Mit den Zahlenwerten aus der Tabelle 9.1 und mit Gl. (4.12) ergibt sich

$$[c_{pG}]_0^{1000 \text{ °C}} = x [c_{psto}]_0^{1000 \text{ °C}} + (1 - x) [c_{pL}]_0^{1000 \text{ °C}}$$

$$= 0,309 \cdot 1,195 \text{ kJ}/(\text{kgK}) + 0,691 \cdot 1,091 \text{ kJ}/(\text{kgK}) = 1,123 \text{ kJ}/(\text{kgK})$$

in hinreichender Übereinstimmung mit dem zuvor geschätzten Wert. Und entsprechend

$$[c_{pG}]_0^{550 \text{ °C}} = 0,309 \cdot 1,1335 \text{ kJ}/(\text{kgK}) + 0,691 \cdot 1,044 \text{ kJ}/(\text{kgK}) = 1,072 \text{ kJ}/(\text{kgK}).$$

Der kleine Wert von x bestätigt, dass im offenen Gasturbinenprozess ein stark lufthaltiges Rauchgas entsteht. Das Luftverhältnis ist

$$\lambda = \frac{\beta_{\max}}{\beta} = \frac{0,0684}{0,0202} = 3,40.$$

4.2.4 Reale Prozesse

Um die wesentlichen Eigenschaften der Kreisprozesse von Gasturbinen zu verstehen, sind die in Abschn. 4.2.1 vorgestellten Idealprozesse gut geeignet, nicht aber für verfeinerte Berechnungen zur Auslegung der Maschinen. Hier sollen deshalb die Abweichungen vom Ideal und ihre rechnerische Berücksichtigung behandelt werden.

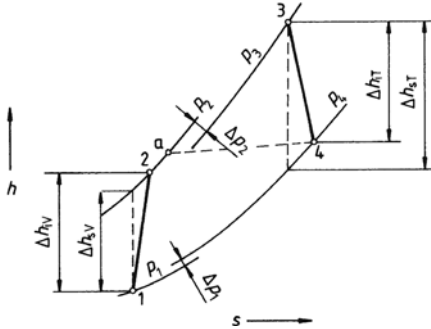
Druckverluste. Im Ideal wurde für die Expansion und die Kompression das gleiche Druckverhältnis Π angenommen. In Wirklichkeit ist wegen der Strömungswiderstände in Rohrleitungen, in der Brennkammer, im Luftfilter und in Schalldämpfern und gegebenenfalls im Vorwärmer p_3 kleiner als p_2 und p_4 größer als p_1 (Bild 4.7).

Mit $p_3 = p_2 - \Delta p_2$ und $p_4 = p_1 + \Delta p_1$ wird das Turbinendruckverhältnis

$$\frac{p_3}{p_4} = \frac{p_2 - \Delta p_2}{p_1 + \Delta p_1} = \frac{p_2}{p_1} \cdot \frac{1 - \Delta p_2/p_2}{1 + \Delta p_1/p_1} = \Pi(1 - \varepsilon). \quad (4.15)$$

1 Da es sich um Temperaturdifferenzen handelt, dürfen die Einheiten K und °C gegen einander gekürzt werden. Beide Temperaturskalen unterscheiden sich nur durch die Festlegung der Nullpunkte, die sich bei Differenzen aufheben.

Hier sind also alle Druckverluste in einer Zahl zusammengefasst, für die gilt



$$\varepsilon = \frac{\Delta p_1/p_1 + \Delta p_2/p_2}{1 + \Delta p_1/p_1}.$$

Bild 4.7

h,s-Diagramm einer Gasturbine

Innere Verluste des Verdichters und der Turbine. Im realen Prozess sind die Kompression im Verdichter und die Expansion in der Turbine nicht isentrop. Beide Abweichungen vom Ideal werden durch die entsprechenden inneren Wirkungsgrade rechnerisch berücksichtigt. Mit den Isentropenexponenten κ_L für Luft und κ_G für Verbrennungsgas, für die wegen der Temperaturabhängigkeit geeignete Mittelwerte einzusetzen sind, ist mit den Gln. (1.13) und (1.14)

$$\Delta h_{iv} = \frac{\kappa_L}{\kappa_L - 1} \frac{R_L T_1}{\eta_{iv}} \left[\Pi^{\frac{\kappa_L - 1}{\kappa_L}} - 1 \right] \quad (4.16)$$

$$\Delta h_{it} = \frac{\kappa_G}{\kappa_G - 1} \eta_{it} R_G T_3 \left[1 - \left[\frac{1}{(1 - \varepsilon) \Pi} \right]^{\frac{\kappa_G - 1}{\kappa_G}} \right]. \quad (4.17)$$

Für vergleichende Kreisprozessrechnungen ist es aber realistischer, statt mit den inneren mit den polytropen Wirkungsgraden η_{pv} und η_{pt} zu arbeiten, weil dann die mit einer Erhöhung des Druckverhältnisses verbundene Zunahme des Rückgewinns (Abschn. 3.5.1) bei der Expansion und der entsprechenden zusätzlichen Arbeit bei der Kompression berücksichtigt werden.

$$\Delta h_{iv} = \frac{\kappa_L}{\kappa_L - 1} R_L T_1 \left[\Pi^{\frac{\kappa_L - 1}{\eta_{pv} \kappa_L}} - 1 \right] \quad (4.18)$$

$$\Delta h_{it} = \frac{\kappa_G}{\kappa_G - 1} R_G T_3 \left[1 - \left[\frac{1}{(1 - \varepsilon) \Pi} \right]^{\frac{\eta_{pt} (\kappa_G - 1)}{\kappa_G}} \right]. \quad (4.19)$$

Massenstrom. Abweichend vom Ideal sind die Mengenströme in der Turbine und im Verdichter verschieden. Ein Teil der verdichteten Luft geht durch Undichtigkeiten in den Labyrinthdichtungen des Verdichters verloren, ein weiterer wird für Kühlungs-zwecke abgezweigt. Andererseits wird der Massenstrom durch das Hinzukommen der

Brennstoffmasse wieder größer. Bezeichnet $\dot{m}_K$ den Kühlluftstrom einschließlich der Undichtigkeitsverluste, so gelangt in die Brennkammer nur der Luftstrom

$$\dot{m}_L - \dot{m}_K = \dot{m}_L \left(1 - \frac{\dot{m}_K}{\dot{m}_L}\right) = \dot{m}_L (1 - \delta).$$

Mit dem Brennstoff-Luftverhältnis β nach Abschn. 4.2.3 wird damit der Massenstrom des Verbrennungsgases

$$\dot{m}_G = \dot{m}_L - \dot{m}_K + \dot{m}_B = \dot{m}_L \left(1 - \frac{\dot{m}_K}{\dot{m}_L}\right) \left(1 + \frac{\dot{m}_B}{\dot{m}_L - \dot{m}_K}\right) = \dot{m}_L (1 - \delta)(1 + \beta) \approx \dot{m}_L (1 - \delta + \beta). \quad (4.20)$$

Vorwärmwirkungsgrad. Im Idealprozess wird die Luft bis auf die Temperatur des Turbinenabgases vorgewärmt. In Wahrheit muss aber eine Temperaturdifferenz für die Wärmeübertragung vorhanden sein. Zur rechnerischen Berücksichtigung wird ein Vorwärmwirkungsgrad eingeführt

$$\eta_{vw} = \frac{(1 - \delta)\dot{m}_L(T_a - T_2)}{(1 - \delta + \beta)\dot{m}_L(T_4 - T_2)} \approx \frac{T_a - T_2}{T_4 - T_2}.$$

Damit wird die Temperatur der vorgewärmten Luft

$$T_a = T_2 + \eta_{vw}(T_4 - T_2). \quad (4.21)$$

Arbeit und thermischer Wirkungsgrad. Die auf den Massenstrom $\dot{m}_L$ bezogene innere Prozessarbeit ist

$$w_i = (1 - \delta + \beta)\Delta h_{iT} - \Delta h_{iV}.$$

Hierin sind die inneren Enthalpiedifferenzen Δh_{iT} und Δh_{iV} nach den Gln. (4.16) und (4.17) oder nach Gln. (4.18) und (4.19) einzusetzen.

Von der inneren Arbeit sind noch die mechanischen Verluste abzuziehen, die für Turbine und Verdichter insgesamt durch einen mechanischen Wirkungsgrad η_m berücksichtigt werden

$$w = \eta_m [(1 - \delta + \beta)\Delta h_{iT} - \Delta h_{iV}].$$

Die dem Kreisprozess zugeführte Energie beträgt mit dem unteren Heizwert H_u und dem Brennkammerwirkungsgrad η_B auf den Luftmassenstrom bezogen $\dot{m}_B H_u / (\eta_B \dot{m}_L) = \beta H_u / \eta_B$. Damit ist der thermische Wirkungsgrad

$$\eta_{th} = \frac{\eta_B w}{\beta H_u} = \frac{\eta_B \eta_m [(1 - \delta + \beta)\Delta h_{iT} - \Delta h_{iV}]}{\beta H_u}. \quad (4.22)$$

Dabei ist Gl. (4.14) zur Berechnung des Brennstoff-Luftgemisches β wegen des dort noch nicht berücksichtigten Faktors $(1 - \delta)$ und des Brennkammerwirkungsgrades η_B zu korrigieren

$$\beta = (1 - \delta) \frac{[c_{pG}]_0^{t_3} t_3 - [c_{pL}]_0^{t_a} t_a}{\eta_B H_u - [c_{pG}]_0^{t_3} t_3}. \quad (4.23)$$

Zahlenwerte. Für die Berechnung eines realen Prozesses werden Zahlenwerte benötigt, die erst nach dem Entwurf einzelner Anlagenteile nachprüfbar sind. Für Schätzungen zur ersten Auslegung gibt Tabelle 4.2 einen Anhalt.

Tabelle 4.2. Anhaltswerte für Gasturbinenanlagen
VW Vorwärmung SK Schaufelkühlung

	stationäre Anlagen	Kleinanlagen u. Fahrzeug- turb.	Flugtriebwerke
$t_{3\max}$ °C	850 ohne SK 1450 mit SK	1000	1000 ÷ 1470
Π	bis 30	3 ÷ 5	bis 30
ϵ	0,02 ÷ 0,05 ohne VW 0,03 ÷ 0,08 mit VW	0,06 ÷ 0,08	0,04 ÷ 0,06
δ	0,005 ÷ 0,01	0,01 ÷ 0,02	0,01 ÷ 0,02
η_m	0,98 ÷ 0,99	0,96 ÷ 0,97	0,98 ÷ 0,99
η_B	0,95 ÷ 0,98	0,93 ÷ 0,95	0,93 ÷ 0,95

Beispiel 4.2. Der thermische Wirkungsgrad eines offenen Gasturbinenprozesses ohne Vorwärmung ist unter realistischen Annahmen zu berechnen.

Gegeben: $\Pi = 9$; $t_1 = 15$ °C; $t_3 = 1000$ °C

Annahmen: $\epsilon = 0,025$; $\delta = 0,01$; $\eta_B = 0,98$; $\eta_{IV} = 0,87$; $\eta_{IT} = 0,88$.

Lösung. Die Temperatur am Verdichteraustritt wird zunächst auf 300 °C geschätzt. Damit wird nach Tabelle 9.1 die mittlere spezifische Wärmekapazität der Verdichtung

$$[c_{pL}]_{t_1}^{t_2} = 1,020 \text{ kJ/(kgK)}$$

$$\text{und} \quad \frac{\kappa_L - 1}{\kappa_L} = \frac{R_L}{[c_{pL}]_{t_1}^{t_2}} = \frac{0,287 \text{ kJ/(kgK)}}{1,020 \text{ kJ/(kgK)}} = 0,2814$$

$$\Delta h_{IV} = \frac{[c_{pL}]_{t_1}^{t_2} T_1}{\eta_{IV}} \left[\Pi^{\frac{\kappa_L - 1}{\kappa_L}} - 1 \right] = \frac{1,020 \text{ kJ/(kgK)} \cdot 288 \text{ K}}{0,87} [9^{0,2814} - 1] = 289,0 \text{ kJ/kg}$$

$$h_2 = [c_{pL}]_0^{t_1} t_1 + \Delta h_{IV} = 1,005 \text{ kJ/(kgK)} \cdot 15 \text{ °C} + 289 \text{ kJ/(kgK)} = 304,1 \text{ kJ/(kgK)}$$

$$t_2 = \frac{h_2}{[c_{pL}]_0^{t_2}} = \frac{304,1 \text{ kJ/(kgK)}}{1,020 \text{ kJ/(kgK)}} = 298,1 \text{ °C}$$

in guter Übereinstimmung mit dem zuvor geschätzten Wert.

Die Turbinenaustrittstemperatur wird vorläufig auf 550 °C geschätzt. Damit und mit den Ergebnissen von Beispiel 4.1 ergibt sich:

$$[c_{pG}]_{t_4}^{t_3} = \frac{[c_{pG}]_0^{t_3} t_3 - [c_{pG}]_0^{t_4} t_4}{t_3 - t_4} = \frac{(1,123 \cdot 1000 - 1,072 \cdot 550) \text{ kJ/(kgK)} \cdot \text{°C}}{(1000 - 550) \text{ °C}} = 1,185 \text{ kJ/(kgK)}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\kappa_G - 1}{\kappa_G} &= \frac{R_G}{[c_{pG}]_{t_4}^{t_3}} = \frac{0,287 \text{ kJ/(kgK)}}{1,185 \text{ kJ/(kgK)}} = 0,2422 \\
\Delta h_{IT} &= \eta_{IT} [c_{pG}]_{t_4}^{t_3} T_3 \left[1 - \left[\frac{1}{(1 - \epsilon) \Pi} \right]^{\frac{\kappa_G - 1}{\kappa_G}} \right] \\
&= 0,88 \cdot 1,185 \text{ kJ/(kgK)} \cdot 1273 \text{ K} \left[1 - \left[\frac{1}{0,975 \cdot 9} \right]^{0,2422} \right] = 543 \text{ kJ/kg} \\
h_4 &= [c_{pG}]_{t_4}^{t_3} t_3 - \Delta h_{IT} = 1,123 \text{ kJ/(kgK)} \cdot 1000 \text{ °C} - 543 \text{ kJ/kg} = 580,0 \text{ kJ/kg} \\
t_4 &= \frac{h_4}{[c_{pG}]_{t_4}^{t_3}} = \frac{580 \text{ kJ/kg}}{1,072 \text{ kJ/(kgK)}} = 541,0 \text{ °C} \\
\beta &= (1 - \delta) \frac{[c_{pG}]_{t_4}^{t_3} t_3 - [c_{pG}]_{t_2}^{t_1} t_2}{H_u - [c_{pG}]_{t_4}^{t_3} t_3} = 0,99 \frac{(1,123 \cdot 1000 - 1,020 \cdot 298,1) \text{ kJ/(kgK)} \cdot \text{°C}}{41660 \text{ kJ/kg} - 1,123 \text{ kJ/(kgK)} \cdot 1000 \text{ °C}} = 0,0202 \\
\eta_{th} &= \frac{\eta_B \eta_m [(1 - \delta + \beta) \Delta h_{IT} - \Delta h_{IV}]}{\beta H_u} = \frac{0,98 [1,01 \cdot 543,0 - 289,0] \text{ kJ/kg}}{0,0202 \cdot 41660 \text{ kJ/kg}} = 0,308.
\end{aligned}$$

Diskussion der realen Prozesse. Die Kennlinien in Bild 4.8 wurden mit ähnlichen Annahmen wie in Beispiel 4.2 berechnet. Wie zu erwarten, sind Wirkungsgrade und Leistungsdichten deutlich niedriger als bei den entsprechenden Idealprozessen (Bild 4.3).

Prozess ohne Vorwärmung. Anders als in der Idealisierung hängt hier der thermische Wirkungsgrad von der Turbineneintrittstemperatur t_3 ab, und er steigt mit wachsendem Druckverhältnis Π nicht unbegrenzt. Die Wirkungsgradkurven haben Maxima, die durchweg bei höheren Druckverhältnissen liegen als die der Leistungskurven.

Prozess mit Vorwärmung. Beim Druckverhältnis eins wird hier der Carnot-Wirkungsgrad nicht erreicht. Vielmehr muss eine Mindestverdichtung vorhanden sein, damit Wirkungsgrad und Leistung überhaupt positive Werte annehmen. Die Wirkungsgradmaxima liegen hier bei kleineren Druckverhältnissen als die Leistungsmaxima. Während bei den Idealprozessen mit und ohne Vorwärmung die Kurven der Leistungsdichten gleich sind, werden die Leistungen hier wegen der zusätzlichen Druckverluste im Vorwärmer etwas kleiner. Die Kurven sind wie in Bild 4.3 b nur so weit gezeichnet, wie der Prozess dem einfachen ohne Vorwärmung überlegen ist.

Prozess mit zweifacher Zwischenkühlung und einfacher Zwischenerhitzung. Hier sind die Kennlinien ähnlich wie beim Prozess mit Vorwärmung. Die Maxima der Wirkungsgrad- und Leistungskurven verschieben sich aber zu höheren Druckverhältnissen, und auch die absoluten Höhen der Kurvenwerte sind größer.

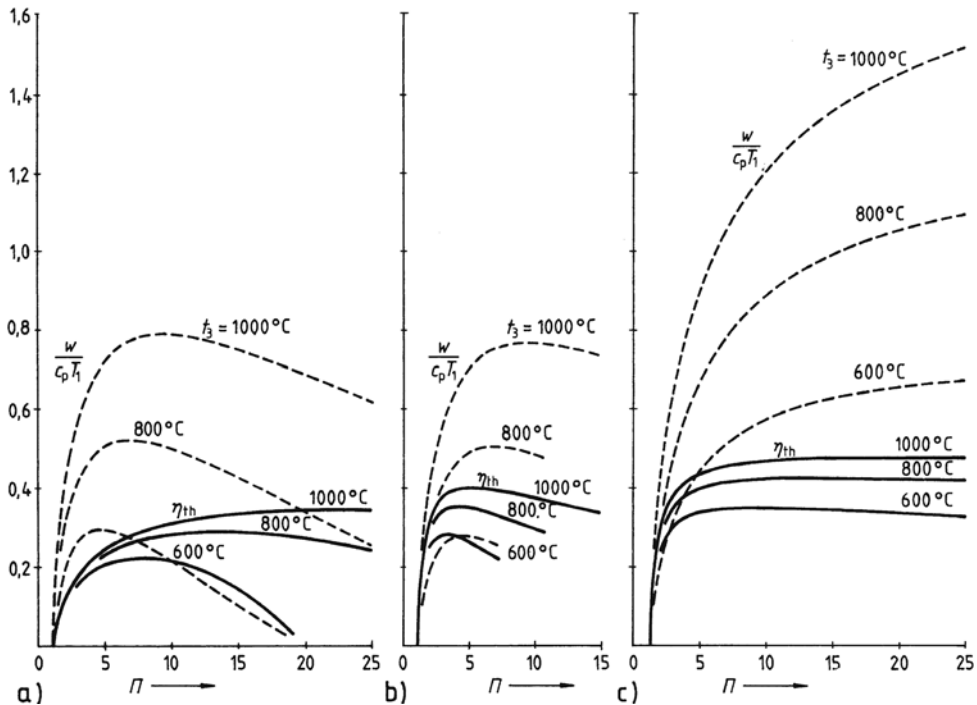


Bild 4.8 Thermischer Wirkungsgrad η_{th} (ausgezogen) und Leistungsdichte $w/(c_p T_1)$ (gestrichelt) realer Gasturbinenprozesse
a) einfacher Prozess ohne Vorwärmung
b) Prozess mit Vorwärmung
c) Prozess mit zweifacher Zwischenkühlung und einfacher Zwischenerhitzung

4.2.5 Kombinierte Gas-Dampf-Prozesse

Beim einfachen Joule-Prozess verlässt das Turbinenabgas die Anlage mit einer recht hohen Temperatur (Beispiel 4.2). Zur Ausnutzung seiner thermischen Energie bildet eine Kombination mit einer Dampfkraftanlage eine besonders wirtschaftliche Alternative zum Prozess mit Vorwärmung.

Durch die Zusammenarbeit der Kreisprozesse gelingt die Ausnutzung der thermodynamischen Vorzüge beider. Im Kondensator der Dampfanlage wird die Wärme wie beim Carnot-Prozess isotherm bei niedriger Temperatur abgeführt (Abschn. 3.2.1). In der Brennkammer der Gasturbine kann andererseits die Wärme bei sehr viel höherer Temperatur zugeführt werden als bei vertretbaren Kosten in einem Dampfkessel mit seinem hohen Materialaufwand. In einer kombinierten Anlage nutzt daher immer die Gasturbine die hohen und die Dampfanlage die niederen Temperaturen.

Das T,s -Diagramm einer solchen Anlage (Bild 4.9) zeigt, wie die mittlere Temperatur der Wärmezufuhr im Vergleich zu einer einfachen Dampfkraftanlage angehoben wird. In beiden Teilen des Prozesses werden die Wärmeströme $\dot{Q}_{zuG}$ und $\dot{Q}_{zuD}$ bei hohen Temperaturen zugeführt. Unter der Voraussetzung, dass die vom Gasturbinenprozess (Index G)

abgegebene Wärme dem Dampfturbinenprozess (Indes D) vollständig zugeführt wird, sind die insgesamt zu- bzw. abgeführten Wärmeströme

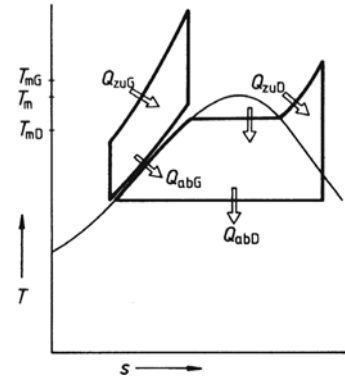
$$\dot{Q}_{\text{zu}} = \dot{Q}_{\text{zuG}} + \dot{Q}_{\text{zuD}} \quad \text{und} \quad \dot{Q}_{\text{ab}} = \dot{Q}_{\text{abD}}$$

und damit der thermische Wirkungsgrad

$$\eta_{\text{th}} = \frac{P_{\text{G}} + P_{\text{D}}}{\dot{Q}_{\text{zuG}} + \dot{Q}_{\text{zuD}}} = \frac{P_{\text{ges}}}{\dot{Q}_{\text{zuG}}} \frac{1}{1 + \dot{Q}_{\text{zuD}}/\dot{Q}_{\text{zuG}}}.$$

Bild 4.9

T,s-Diagramm einer kombinierten Gas-Dampfanlage mit den mittleren Temperaturen der Wärmezufuhr



Demnach sollte der Anteil des Dampfteils an der Wärmezufuhr möglichst klein sein. Mit den thermischen Wirkungsgraden der Anlagenteile

$$\eta_{\text{thG}} = \frac{P_{\text{G}}}{\dot{Q}_{\text{zuG}}} = 1 - \frac{|\dot{Q}_{\text{abG}}|}{\dot{Q}_{\text{zuG}}} \quad \text{und} \quad \eta_{\text{thD}} = \frac{P_{\text{D}}}{\dot{Q}_{\text{zuD}} + |\dot{Q}_{\text{abG}}|}$$

folgt noch

$$\begin{aligned} \dot{Q}_{\text{zuG}} &= \frac{P_{\text{G}}}{\eta_{\text{thG}}} \quad \text{und} \quad \dot{Q}_{\text{zuD}} = \frac{P_{\text{D}}}{\eta_{\text{thD}}} - |\dot{Q}_{\text{abG}}| = \frac{P_{\text{D}}}{\eta_{\text{thD}}} - (1 - \eta_{\text{thG}})\dot{Q}_{\text{zuG}} \\ \eta_{\text{th}} &= \frac{\eta_{\text{thD}}}{1 - (1 - \eta_{\text{thD}})P_{\text{G}}/P_{\text{ges}}}. \end{aligned} \quad (4.24)$$

Hiernach ist der thermische Wirkungsgrad der Gesamtanlage von demjenigen des Gasturbinenteils unabhängig, eine Folge der hier getroffenen Voraussetzung, dass die Gasturbinen-Abwärme dem Dampfteil vollständig zugeführt wird. Auf die thermodynamische Qualität der Gasturbine kommt es aber dennoch an, weil ihr Leistungsanteil möglichst hoch sein soll, wie aus Gl. (4.24) hervorgeht. Die Turbineneintrittstemperatur des Gasteils ist also möglichst hoch zu wählen. Die tatsächlichen Wirkungsgradgewinne gegenüber einer reinen Dampfturbinenanlage sind etwa 3 bis 10 %, also kleiner als nach Gl. (4.24).

Neben der Wirkungsgraderhöhung werden die Anlagekosten gesenkt, denn die zusätzliche Leistung des Gasteils erfordert einen vergleichsweise geringen Mehraufwand.

Kombinierte Anlage mit Abhitzeessel. In einer einfachen Anlage zur Verwirklichung der obigen Überlegung wird der Gasturbine ein feuerungsloser Abhitzeessel nachgeschaltet (Bild 4.10). Hier wird also nur dem Gasturbinenprozess bei hoher Temperatur Wärme zugeführt, sodass ein thermodynamisch guter Prozess entsteht. Auch der Leistungsanteil der Gasturbine ist hoch, etwa 65 bis 75 %. Der Wirkungsgrad des Dampfteils ist aber bei der Anlage nach Bild 4.10 niedrig, da sich nur mäßige Frischdampfzustände bis zu etwa 6 MPa und 470 °C realisieren lassen. Deshalb sieht man besser einen Prozess mit einfacher

Zwischenerhitzung vor und hebt so die Turbinenaustrittstemperatur auf über 600 °C an. Dann sind die auch sonst bei Dampfturbinen üblichen Prozessdaten möglich.

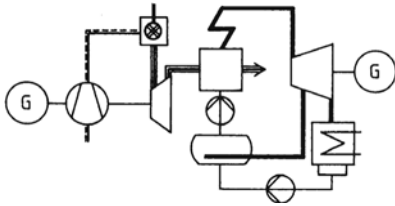


Bild 4.10

Schaltung einer kombinierten Gas-Dampfanlage mit Abhitzeessel

Beispiel 4.3. In einer kombinierten Anlage nach Bild 4.10 sollen in der Gasturbine die Prozessdaten des Beispiels 4.2 verwirklicht werden. Im Abhitzeessel wird das Verbrennungsgas bis auf $t_5 = 150\text{ °C}$ abgekühlt. Für den Dampfteil ist gegeben:

Frischdampfzustand

$$p_D = 4\text{ MPa}; \quad t_D = 450\text{ °C}$$

Zustand vor dem Kondensator

$$p_K = 0,005\text{ MPa}; \quad h_K = 2580\text{ kJ/kg}.$$

Zur Speisewasservorwärmung wird Dampf mit $h_E = 2830\text{ kJ/kg}$ in der Menge $\mu \dot{m}_D$ abgezapft, womit das Speisewasser auf $t_W = 130\text{ °C}$ vorgewärmt wird.

Zu berechnen sind der Leistungsanteil der Gasturbine und die thermischen Wirkungsgrade.

Lösung. Die Energiebilanz des Abhitzeessels ergibt mit $[c_{pG}]_{t_5}^{t_4} = 1,072\text{ kJ/(kgK)}$ (Beispiel 4.1)

$$\begin{aligned} \dot{m}_L [c_{pG}]_{t_5}^{t_4} (t_4 - t_5) &= \dot{m}_D (h_D - c_{pW} t_W) \\ \frac{\dot{m}_L}{\dot{m}_D} &= \frac{h_D - c_{pW} t_W}{[c_{pG}]_{t_5}^{t_4} (t_4 - t_5)} = \frac{3330\text{ kJ/kg} - 4,183\text{ kJ/(kgK)} \cdot 130\text{ °C}}{1,072\text{ kJ/(kgK)} (541 - 150)\text{ K}} = 6,65. \end{aligned}$$

Und die Bilanz des Speisewasservorwärmers

$$\begin{aligned} (1 - \mu) \dot{m}_D h'_K + \mu \dot{m}_D h_E &= \dot{m}_D c_{pW} t_W \\ \mu &= \frac{c_{pW} t_W - h'_K}{h_E - h'_K} = \frac{4,183\text{ kJ/(kgK)} \cdot 130\text{ °C} - 138\text{ kJ/kg}}{(2830 - 138)\text{ kJ/kg}} = 0,151, \end{aligned}$$

wobei $h'_K = 138\text{ kJ/kg}$ die Enthalpie des Kondensats ist.

Die Leistungen sind mit δ , β , Δh_{IT} und Δh_{IT} nach Beispiel 4.2

$$P_G = \dot{m}_L [(1 - \delta + \beta) \Delta h_{IT} - \Delta h_{IT}] = 6,64 \dot{m}_D [1,01 \cdot 543\text{ kJ/kg} - 289\text{ kJ/kg}] = 1723\text{ kJ/kg} \cdot \dot{m}_D$$

$$P_D = \dot{m}_D [h_D - h_E + (1 - \mu)(h_E - h_K)]$$

$$= \dot{m}_D [(3330 - 2830) + 0,849(2830 - 2580)]\text{ kJ/kg} = 711\text{ kJ/kg} \cdot \dot{m}_D$$

$$\frac{P_G}{P_{ges}} = \frac{1723\text{ kJ/kg} \cdot \dot{m}_D}{(1723 + 711)\text{ kJ/kg} \cdot \dot{m}_D} = 0,708.$$

Der zugeführte Wärmestrom ist

$$\dot{Q}_{\text{zuG}} = \dot{m}_L [(1 - \delta + \beta) h_3 - h_1] = 6,64 \cdot \dot{m}_D [1,01 \cdot 1123 - 304,1] \text{ kJ/kg} = 5512 \cdot \dot{m}_D$$

und der dem Gasteil entzogene, zugleich dem Dampfteil zugeführte Wärmestrom

$$\dot{Q}_{\text{abG}} = \dot{Q}_{\text{zuD}} = \dot{Q}_{\text{zuG}} - P_G = (5512 - 1723) \text{ kJ/kg} \cdot \dot{m}_D = 3789 \text{ kJ/kg} \cdot \dot{m}_D.$$

Damit ergeben sich die thermischen Wirkungsgrade

$$\begin{aligned} \eta_{\text{thG}} &= \frac{P_G}{\dot{Q}_{\text{zuG}}} = \frac{1723 \text{ kJ/kg} \cdot \dot{m}_D}{5512 \text{ kJ/kg} \cdot \dot{m}_D} = 0,313 \\ \eta_{\text{thD}} &= \frac{P_D}{\dot{Q}_D} = \frac{711 \text{ kJ/kg} \cdot \dot{m}_D}{3789 \text{ kJ/kg} \cdot \dot{m}_D} = 0,188 \\ \eta_{\text{th}} &= \frac{P_G + P_D}{\dot{Q}_{\text{zuG}}} = \frac{(1723 + 711) \text{ kJ/kg} \cdot \dot{m}_D}{5512 \text{ kJ/kg} \cdot \dot{m}_D} = 0,442. \end{aligned}$$

Das letzte Resultat liefert auch Gl. (4.24), nämlich

$$\eta_{\text{th}} = \frac{\eta_{\text{thD}}}{1 - (1 - \eta_{\text{thD}}) P_G / P_{\text{ges}}} = \frac{0,188}{1 - (1 - 0,188) 0,708} = 0,442.$$

Die tatsächlich erreichten Wirkungsgrade sind sämtlich etwas kleiner, da in diesem Beispiel weder die mechanischen noch die Verluste in der Brennkammer und im Abhitzeessel berücksichtigt wurden. Dadurch erklärt sich auch der im Vergleich zu Beispiel 4.2 etwas höhere Wert von η_{thG} .

Der unbefriedigende Wirkungsgrad des Dampfteils kann, wie bereits besprochen, durch eine Zwischenerhitzung, also eine zweistufige Verbrennung erheblich verbessert werden, weil dann die auch sonst in Dampfkraftanlagen üblichen Frischdampfzustände sowie die Zwischenüberhitzung möglich werden. Thermische Wirkungsgrade bis zu 58 % für die Kombianlage werden damit erreichbar.

Kombinierte Anlage mit Nachverbrennung. Eine andere Möglichkeit, den kombinierten Prozess zu verbessern, besteht darin, den hohen Luftüberschuss der Gasturbine im nachgeschalteten Dampfkessel zu einer Nachverbrennung mit zusätzlichem Brennstoff auszunutzen, dessen maximale Menge durch den mit dem Verbrennungsgas zugeführten Sauerstoff begrenzt ist (Bild 4.11). Auch in diesem Fall können im Dampfteil die normalen Auslegungsdaten verwirklicht werden.

Da aber bei Anlagen dieser Art die Vorwärmung der Verbrennungsluft wegfällt, muss die restliche Wärme des Abgases auf andere Art ausgenutzt werden. Dazu werden außer den Anzapfvorwärmern (Abschn. 3.2.2) auch solche, die durch Rauchgas beheizt werden, angeordnet. Die durch den teilweisen Wegfall der Anzapfvorwärmung verschlechterte thermodynamische Qualität des Dampfteils ist dann noch am besten, wenn der Speisewasserstrom in zwei parallele Teilstränge aufgeteilt wird, von denen der eine durch Anzapfdampf, der andere durch Rauchgas vorgewärmt wird.

Eine solche kombinierte Anlage erreicht nicht nur im Auslegungspunkt deutlich höhere Wirkungsgrade als ein konventionelles Dampfkraftwerk, sie ist auch bei Teillast überlegen.

Im Interesse optimaler Verfügbarkeit werden die Anlagen so geschaltet, dass ihre Teile auch unabhängig voneinander betrieben werden können. Dazu versorgt ein Frischluftgebläse den Kessel bei einem Ausfall des Gasteils, und die Gasturbine kann ohne den nachgeschalteten Dampferzeuger arbeiten, indem ihre Abgase über einen Bypass ins Freie geleitet werden.

Kombinierte Anlage mit aufgeladenem Kessel. Bei einer anderen Kombination von Gas- und Dampfanlage (Bild 4.12) wird die Verbrennungsluft für den Dampfkessel mittels des Verdichters der Gasturbine auf höheren Druck gefördert. Ein so aufgeladener Kessel (Velox-Kessel) ist zugleich die Brennkammer der Gasturbine. Die Luftmenge ist hier nur wenig größer als die stöchiometrische, denn die notwendige Abkühlung des Verbrennungsgases auf die Turbineneintrittstemperatur geschieht durch Wärmeabgabe an den Dampferzeuger und nicht durch Zumischen von Kaltluft. Die Gasturbine erzeugt deshalb bei einer vergleichsweise geringen Verdichterleistung eine höhere Generatorleistung. Ihr Anteil an der Gesamtleistung liegt bei dieser Schaltung bei 16 bis 18 %. Der Wirkungsgrad ist bei Volllast ähnlich hoch wie beim Prozess mit Nachverbrennung, der Abfall bei Teillast ist wegen der starren Kopplung von Gasturbine und Dampferzeuger aber steiler.

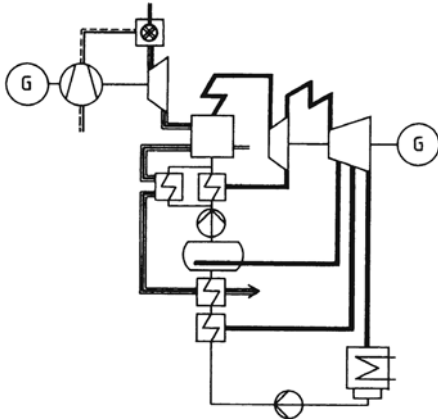


Bild 4.11 Kombinierte Anlage mit Nachverbrennung

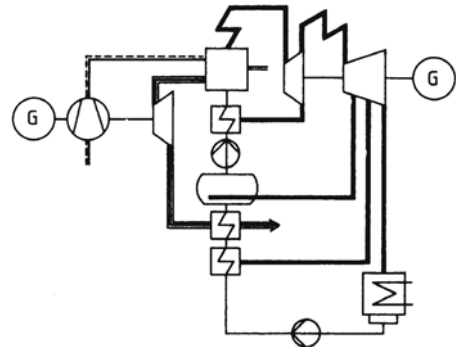


Bild 4.12 kombinierte Anlage mit aufgeladenem Kessel

Die Anlagekosten sind besonders niedrig, da die Kesselabmessungen erheblich reduziert werden. Durch die Verbrennung bei hohem Druck werden nämlich die Rauchgasvolumina kleiner, der Wärmeübergang besser, und man kommt mit geringeren Heizflächen aus.

Nachteilig ist, dass bei einem Ausfall von Gasturbine, Kessel oder Dampfturbine die gesamte Anlage stillgesetzt werden muss. Dazu kommt, dass hier hochwertige Brennstoffe nicht nur für den Gasteil, sondern für die Gesamtanlage benötigt werden.

4.3 Baugruppen

4.3.1 Turbinen

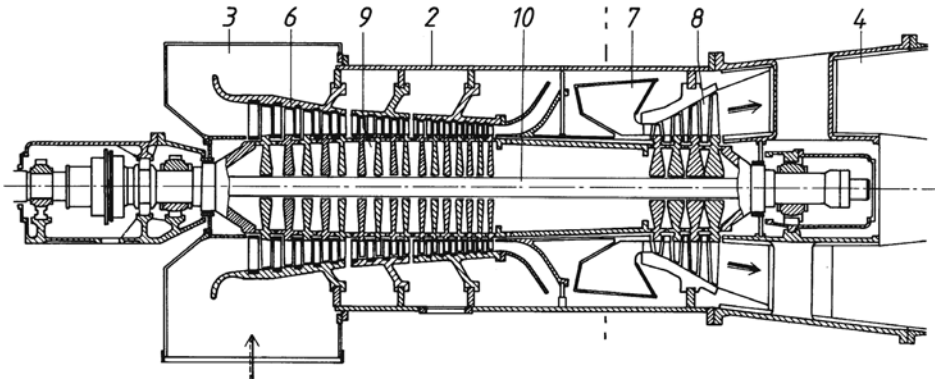


Bild 4.13 Einwellengasturbine mit zwei seitlich aufgestellten Einzelbrennkammern (KWU)

$\dot{m}_L$ etwa 355 kg/s, t_3 etwa 800 °C, Π etwa 9, $P_{\max} = 60\text{MW}$, $n = 50\text{ 1/s}$

- | | |
|----------------------|----------------|
| 2 Außengehäuse | 7 Innengehäuse |
| 3 Einströmgehäuse | 8 Leitapparat |
| 4 Abgasstutzen | 9 Läufer |
| 6 Leitschaufelträger | 10 Zuganker |

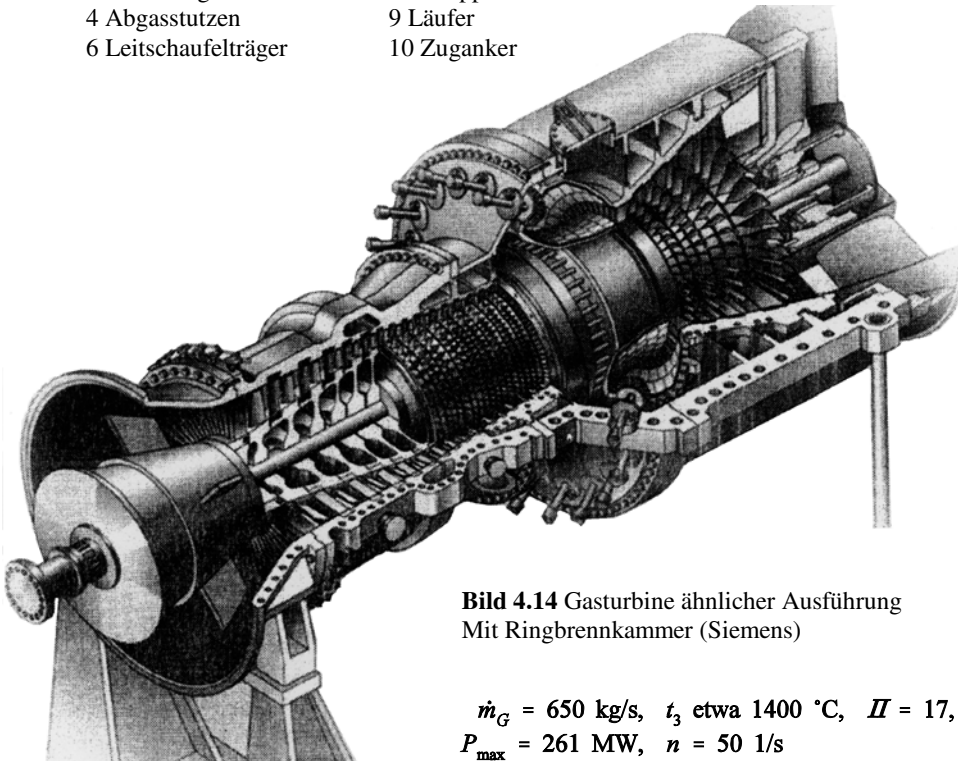


Bild 4.14 Gasturbine ähnlicher Ausführung
Mit Ringbrennkammer (Siemens)

$\dot{m}_G = 650\text{ kg/s}$, t_3 etwa 1400 °C, $\Pi = 17$,
 $P_{\max} = 261\text{ MW}$, $n = 50\text{ 1/s}$

Die Berechnung der Gas- und Dampfturbinen (Abschn. 3.4 und 3.5) unterscheidet sich nicht. Auch der konstruktive Aufbau als mehrstufige Axialmaschine ist bei großen Leistungen der gleiche wie bei Dampfturbinen.

Vergleich Dampf-Gasturbine. Bei den Hauptabmessungen und in der Stufenzahl gibt es deutliche Unterschiede. Wegen der kleineren Druckverhältnisse ergeben sich geringere Enthalpiegefälle und somit auch weniger Stufen als bei einer vergleichbaren Kondensationsdampfturbine. Für die gleiche Kupplungsleistung ist der Massenstrom der Gasturbine erheblich größer als in der Dampfturbine, nicht nur wegen des kleineren Enthalpiegefälles, sondern auch wegen des Leistungsbedarfs des Verdichters. Daraus folgt, dass die Strömungsquerschnitte der Gasturbine größer sind. Der Effekt wird auf der Eintrittseite noch dadurch verstärkt, dass das Verbrennungsgas ein größeres spezifisches Volumen hat als der Dampf bei den üblichen Frischdampfzuständen. Die Volumenzunahme ist aber wesentlich geringer als bei einer Kondensationsdampfturbine.

Gehäuse und Läufer. Während Dampfturbinen wegen der großen Stufenzahl und der Querschnittszunahme bei großen Leistungen mehrgehäusig und in den Niederdruckteilen mehrflutig ausgeführt werden müssen, können Gasturbinen bis zu den heute realisierten Leistungen eingehäusig und einflutig gebaut werden. Allerdings ist die Leistungsgrenze

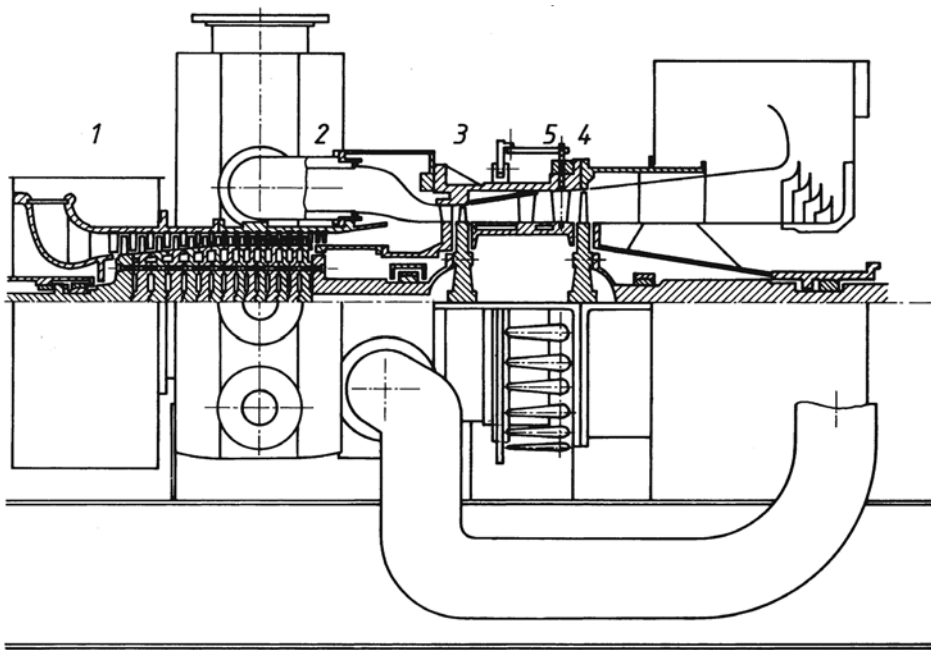


Bild 4.15 Zweiwellengasturbine für den Verdichter- oder Pumpenantrieb (AEG-Kanis)

$\dot{m}_L$ etwa 50 kg/s, $n_1 = 115$ 1/s (Verdichter und HD-Turbine)

$P = 7,5$ MW $n_2 = 95$ 1/s (Nutzleistungsturbine)

1 Verdichter

2 Brennkammer

3 Verdichterantriebs- (HD) Turbine

4 Nutzleistungs- (ND) Turbine

5 verstellbare Leitschaufeln der ND-Turbine

auch deutlich kleiner als bei der Dampfturbine. Die axiale Baulänge ist wegen der wenigen Stufen klein, sodass sogar Turbine und Verdichter in einem gemeinsamen Gehäuse mit nur zwei Traglagern unterzubringen sind (Bild 4.13). Wegen der geringen Drücke werden die Turbinen leichter und dünnwandiger gebaut als Dampfturbinen, wodurch eine höhere Wärmeelastizität erreicht wird. Die horizontal geteilten Gehäuse, in die die Leitschaufelträger eingesetzt sind, sind meistens Schweißkonstruktionen. Die Läufertrommeln bestehen aus einzelnen Scheiben, die durch Zuganker miteinander verbunden oder verschweißt sind. Bei Luftfahrzeugturbinen wird dieses Bauprinzip zu ausgeprägtem Leichtbau mit geringen Materialstärken abgewandelt, wenn die Maschinen dadurch auch empfindlicher gegen Erosion und Korrosion werden.

Da die Schaufeln von der ersten Stufe an lang sind, müssen im Mittelschnitt genügend große Reaktionsgrade eingehalten werden (Abschn. 3.4.5). Das Gleichdruckprinzip kommt deshalb nicht in Frage. Allerdings gibt man dem Leitgitter der ersten Stufe ein möglichst großes Enthalpiegefälle, um die Temperatur im Laufgitter herabzusetzen. Die Turbinenstufen sind, wie bei Überdruckstufen notwendig, stets vollbeaufschlagt. Da dies auch für die erste Stufe gilt, gibt es im Gegensatz zu den Dampfturbinen keine teilbeaufschlagten Regelstufen und keine Stellventile, die bei den hohen Temperaturen auch problematisch wären. Die Leistung wird stattdessen über die Brennstoffzufuhr und damit über die Eintrittstemperatur bzw. beim geschlossenen Prozess über das Druckniveau verstellt.

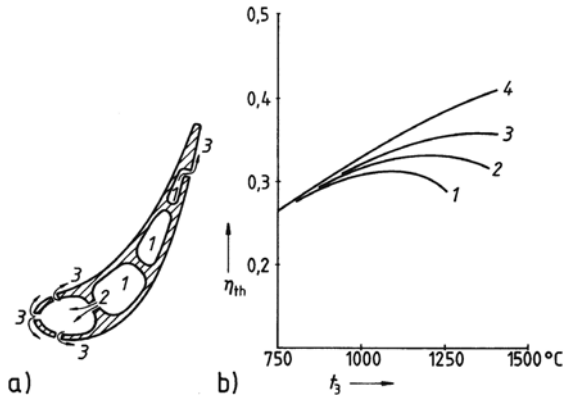
Kühlung. Die Rotortrommeln werden durch einen Kühlluftschleier von der Heißgasströmung abgeschirmt und zugleich auf Temperaturen unterhalb 500 °C abgekühlt, sodass ferritische Stähle eingesetzt werden können.

Für die Schaufeln sind hochwarmfeste Werkstoffe erforderlich, gewöhnlich Nickelbasislegierungen. Dennoch müssen die Leit- und Laufschaufeln der ersten Turbinenstufen gekühlt werden, wenn man sich nicht mit niedrigen Eintrittstemperaturen zufrieden geben will. Als Kühlmittel dient aus dem Verdichter abgezweigte Luft.

Am einfachsten werden die Schaufeln durch Konvektion gekühlt, wobei Luft durch Kanäle im Schaufelinneren strömt und dabei Wärme von den Wänden aufnimmt. Der Kühlstrom ist radial gerichtet und wird im Zickzack mehrfach durch die Schaufel geleitet bevor er aus Schlitzen an der Hinterkante austritt (Bild 4.16 a). Diese Art der Schaufelkühlung ist auf Turbineneintrittstemperaturen bis zu etwa 1100 °C beschränkt. Darüber wird der Kühlluftbedarf zu groß, und die unterschiedlichen Temperaturen innerhalb der Bauteile verringern deren Lebensdauer.

Eine etwas wirksamere Abart bildet die Prallkühlung, bei der Kühlluft im Schaufelinneren mit hoher Geschwindigkeit auf die Oberfläche geblasen wird. Durch Verbesserung des Wärmeübergangs an kritischen Stellen der Schaufeln in der Nähe der Eintrittskante wird der Kühlluftbedarf reduziert.

Bei der Filmkühlung tritt Luft aus feinen Bohrungen an der Schaufeloberfläche aus und bildet einen Kühlfilm, der die Schaufel vom Kontakt mit dem Heißgasstrom abschirmt. Die Austrittsbohrungen werden elektroerosiv eingebracht und so verteilt, dass die Kühlluft gezielt an die richtigen Stellen gebracht wird. Der Kühlluftbedarf und die Temperaturdifferenzen im Schaufelmaterial werden verringert, sodass Eintrittstemperaturen bis zu etwa 1230 °C zulässig werden.

**Bild 4.16**

Schaufelkühlung

a) schematische Darstellung einer Leitschaufel mit den verschiedenen Arten der Kühlung

b) erreichbare thermische Wirkungsgrade in Abhängigkeit von der Turbineneintrittstemperatur (nach BBC)

1 Konvektionskühlung

2 Prallkühlung

3 Filmkühlung

4 ungekühlt (Keramische Schaufel)

Die Kühlwirkung der genannten Verfahren nimmt in der angegebenen Reihenfolge zu, der Kühlluftbedarf für eine bestimmte Turbineneintrittstemperatur entsprechend ab, sodass die Wirkungsgradverschlechterung gegenüber dem ungekühlten Prozess infolge der Zufuhr kalter Luft immer geringer wird (Bild 4.16 b). Die höchsten Wirkungsgrade ließen sich mit Schaufeln aus keramischem Material erreichen, die wegen ihrer hohen Warmfestigkeit keiner Kühlung bedürfen. Eine andere vielversprechende Idee ist die Effusionskühlung, bei der die Kühlluft aus einer porösen Beschichtung der Schaufeln austritt, oder noch wirkungsvoller die Transpirationsskühlung, bei der ein flüssiges Kühlfluid an der Oberfläche verdampft und der Schaufel die Verdampfungswärme entzieht.

Zentripetalturbinen. Außer den axialen Turbinenstufen werden im Gasturbinenbau auch Radialstufen angewendet, die wie die Francis-Wasserturbinen von außen nach innen (zentripetal) durchströmt werden. Solche Zentripetalturbinen sind für kleine Massenströme geeignet, sie verarbeiten Druckverhältnisse bis zu $\Pi = 4$ und werden deshalb in einstufiger Anordnung für Anlagen kleiner Leistung, z. B. in Abgasturboladern (Abschn. 4.4.3) eingesetzt.

4.3.2 Verdichter

Wie bei Turbinen gibt es radiale und axiale Bauformen.

Radialverdichter werden bei kleinen Leistungen als ein- oder zweistufige Maschinen eingesetzt. Außerdem kommt eine radiale Stufe auch am Ende eines im übrigen axialen Verdichters vor, wenn die Strömung am Verdichtende ohnehin in die radiale Richtung gebracht werden soll.

Axialverdichter sind im Aufbau den axialen Turbinen ähnlich, jedoch ist die Stufenzahl viel größer. Während in den Turbinengittern eine starke Beschleunigung der Strömung zulässig ist, darf die Verzögerung im Verdichtergitter nur gering sein, weil sich die Grenzschicht sonst ablöst. Die Schaufelprofile sind deshalb nur schwach gewölbt, ähnlich wie die Tragflügelprofile von Flugzeugen. Sie ergeben nur eine geringe Umlenkung der Strömung, sodass das Stufengefälle viel kleiner ist als in einer Turbine.

Schaufelverstellung. Zur Verbesserung der Teillastwirkungsgrade werden mitunter die Leitschaufeln der Verdichterstufen verstellbar ausgeführt. Vor allem bei den Niederdruckverdichtern der Flugzeugtriebwerke wird diese Konstruktion häufig angewendet, die hier wegen der niederen Temperaturen im Gegensatz zur Turbine möglich ist.

4.3.3 Brennkammern

Bei den hohen Luftüberschüssen, die für die Gasturbinenverbrennung nötig ist, wäre eine stabile Flamme nicht zu erreichen. Man trennt deshalb in der Brennkammer den Luftstrom in die Primärluft, die mit dem Brennstoff zusammen der Verbrennungszone zugeführt wird, und in die Sekundärluft, die erst später zugemischt wird.

Arbeitsweise (Bild 4.17). Die Primärluft wird durch Drallbleche in eine Wirbelbewegung gebracht. Dadurch wird zwar der Strömungswiderstand erhöht, aber eine gute Gemischaufbereitung erreicht. So kann der Brennstoff trotz der kurzen Verweildauer in der Reaktionszone nahezu vollständig verbrannt werden.

Von den hohen Temperaturen der Flamme wird die Außenwand durch das Flammrohr abgeschirmt, das seinerseits durch die Sekundärluft gekühlt wird. Diese tritt durch Löcher und Schlitze ins Flammrohrinnere über, stabilisiert die Flamme und bringt das Verbrennungsgas auf die beabsichtigte Turbineneintrittstemperatur. Eine vollständige Vermischung der Gase ist nicht in jedem Fall erwünscht, die Temperatur soll in der Randzone niedriger sein als in der Kernströmung, um die Schaufelfüße und -köpfe zu entlasten.

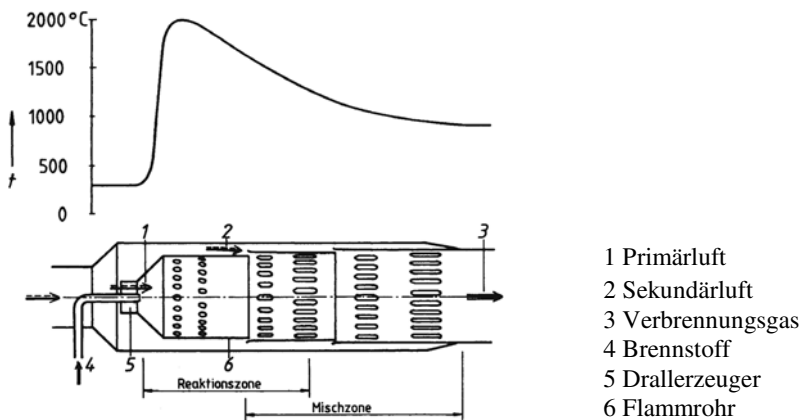


Bild 4.17 Prinzipbild einer Brennkammer und Temperaturverlauf im Primärstrom

Bauarten. Es sind Einzel- und Ringbrennkammern zu unterscheiden. Einzelbrennkammern werden bei Kleinanlagen angewendet, wo sie tangential an das Turbinengehäuse montiert werden, und manchmal bei großen stationären Anlagen. Dort stehen sie senkrecht neben der Maschine. Flugzeugtriebwerke und daraus abgeleitete Maschinen in Leichtbauweise erhalten Ringbrennkammern, die bei geringem Raumbedarf direkt zwischen Verdichter und Turbine liegen. Die Ringbrennkammern haben einen ebenfalls ringförmigen Flammrohreinsatz oder in einem Kranz angeordnete einzelne Flammrohre.

Wärmebelastung und Wirkungsgrad. Die Raumwärmebelastung der Brennkammer ist hoch. Sie beträgt 25 bis 35 MW/m^3 bei stationären Anlagen, 250 bis 300 MW/m^3 bei Fahrzeugturbinen und 600 bis 800 MW/m^3 bei Flugtriebwerken. Mit zunehmender Wärmebelastung also abnehmenden Brennkammerabmessungen wachsen auch die Druckverluste, sie betragen 1 bis 4% bei stationären Anlagen und bis zu 6% bei Flugtriebwerken.

Der Brennkammerwirkungsgrad η_B in Gl. (4.22) berücksichtigt die Verluste durch Wärmeabstrahlung an die Umgebung und durch unvollständige Verbrennung, die insbesondere bei den thermisch hoch belasteten Flugzeugbrennkammern auftritt.

4.4 Anwendungen

4.4.1 Elektrische Energieversorgung

Spitzenlast. Mit Gasturbinen nach dem einfachen Joule-Prozess ohne Vorwärmung kann des Problem der Spitzenlastdeckung sehr kostengünstig gelöst werden. Neben den geringen Anlagekosten bedürfen diese Maschinen nur geringer Wartung. Sie können sogar ganz ohne personelle Überwachung ferngesteuert werden. Da keine langen Anwärmzeiten nötig sind, lassen sie sich kurzfristig an- und abfahren. Es wird kein Kühlwasser und nur wenig Grundfläche benötigt, wodurch eine große Standortunabhängigkeit erreicht wird, sodass die Installation in der Nähe des Verbrauchschwerpunktes möglich ist. Wegen des geringen Bauvolumens sind auch fahrbare Notstromaggregate für den Einsatz an wechselnden Standorten ausführbar.

Grundlast. In kommunalen und in Industriekraftwerken wird die Wirtschaftlichkeit durch Ausnutzung der Abwärme zu Heiz- oder Fabrikationszwecken gesteigert. Für fossil befeuerte Kraftwerke der öffentlichen Energieversorgung werden die kombinierten Gas-Dampfanlagen (Abschn. 4.2.5) den reinen Dampfkraftwerken vorgezogen, weil mit ihnen besonders hohe Wirkungsgrade erreicht werden.

Energiespeicherung. In Gasturbinen-Luftspeicher-Kraftwerken wird ähnlich wie in hydraulischen Pumpspeicherwerken (Abschn. 5.5.7) Energie gespeichert. In diesen Anlagen arbeiten Verdichter und Turbine nicht gleichzeitig (Bild 4.18). In Zeiten geringer Stromabnahme, vor allem nachts, können die Grundlastkraftwerke durch den Antrieb des Verdichters zusätzlich belastet werden. Die verdichtete Luft wird in einem Hohlraum gespeichert und in Zeiten erhöhten Strombedarfs wieder entnommen. Nach Aufheizung in der Brennkammer gibt sie ihre Energie wieder ab, wobei die gesamte Leistung für den Generator zur Verfügung steht, da ja kein Verdichter anzutreiben ist.

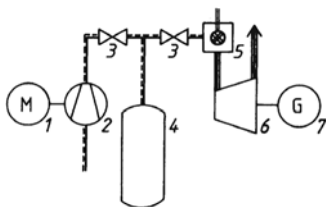


Bild 4.18

Vereinfachte Schaltung eines Luftspeicherkraftwerkes

- | | |
|-----------------|---------------|
| 1 Motor | 5 Brennkammer |
| 2 Verdichter | 6 Turbine |
| 3 Absperrorgane | 7 Generator |
| 4 Luftspeicher | |

Während bei Pumpspeicherkraftwerken die bei Spitzenbedarf verfügbare elektrische Energie kleiner ist als die zuvor aufgewendete, ist sie hier erheblich größer, weil in der Brennkammer zusätzlich Wärme eingebracht wird. Als geeignete Luftspeicher dienen unterirdische Hohlräume, die durch Ausspülen von Salzstöcken gewonnen werden. Luftspeicherkraftwerke sind deshalb ganz ähnlich wie Pumpspeicherwerke an bestimmte geologische Voraussetzungen gebunden.

4.4.2 Pumpen- und Verdichterantrieb

Gasturbinen sind gut geeignet, Strömungsarbeitsmaschinen anzutreiben. Besonders naheliegend ist das in den Pump- bzw. Verdichterstationen von Öl- und Erdgasfernleitungen. Hier sind Zweiwellenmaschinen vorteilhaft, bei denen eine Nutzleistungsturbine gegebenenfalls über ein Getriebe mit der Arbeitsmaschine gekuppelt ist, während der Luftverdichter für die beiden Teilturbinen mit seiner Antriebsturbine einen zweiten Wellenstrang bildet. In Bild 4.15 liegen Verdichter, Verdichterantriebs- und Nutzleistungsturbine in einem gemeinsamen Gehäuse. Die beiden Turbinen sind nur über den Gasstrom miteinander verbunden.

4.4.3 Abgasturbolader

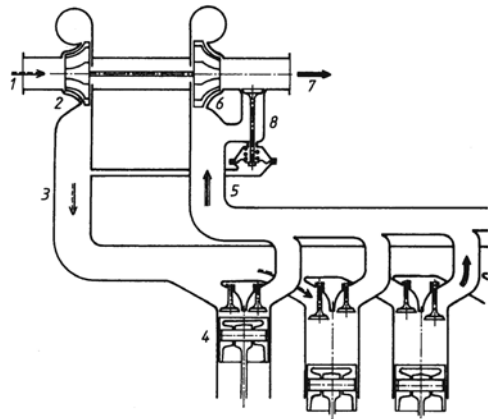
In einer ähnlichen Anordnung wie bei einem aufgeladenen Dampferzeuger (Abschn. 4.2.5) kann durch die Kombination mit einer Gasturbine die Leistung eines Otto- oder Dieselmotors bei unverändertem Hubvolumen und gleichbleibender Drehzahl gesteigert werden. Nach Bild 4.19 wird die Energie des Motorabgases zum Betrieb einer Turbine genutzt, die ihrerseits den Verdichter antreibt, der die Frischluft für den Motor vorverdichtet. Da somit die Zylinder mit einer größeren Luftmasse gefüllt werden, kann auch die Kraftstoffmenge erhöht werden, und die Leistung steigt.

Der Abgasturbolader selbst gibt keine Leistung ab, sondern die Turbine deckt gerade den Leistungsbedarf des Verdichters. An die Stelle der Brennkammer tritt der Kolbenmotor. Verdichter und Turbine sind einstufige Radialmaschinen, nur bei großen Motorleistungen werden auch Axialturbinen angewendet.

Bild 4.19

Abgasturbo-Aufladung eines
Viertakt-Otto-Motors

- 1 Frischluft
- 2 Verdichter
- 3 Frischluftleitung
- 4 Motor
- 5 Abgasleitung
- 6 Turbine
- 7 Abgas
- 8 Bypass



Stau- und Stoßaufladung. Bei der Stauaufladung (Bild 4.21 a) werden beliebig viele Zylinder an eine Abgassammelleitung angeschlossen, deren Volumen so bemessen ist, dass Druckschwankungen ausgeglichen werden, und das Abgas der Turbine mit nahezu konstantem Druck zugeführt wird.

Soll außer der statischen auch die kinetische Energie des Abgases ausgenutzt werden, so müssen die Zylinder des Verbrennungsmotors einzeln oder bei geeigneten Zündabständen in Gruppen über getrennte Abgasleitungen mit der Turbine verbunden werden (Bild 4.21 b). Bei dieser Stoßaufladung wird die Abgasenergie der Turbine im wesentlichen in Druck- und Geschwindigkeitsstößen zugeführt.

Regelung. Der Abgasturbolader ist nur thermodynamisch mit dem Motor gekuppelt und regelt sich selbsttätig. Wird eine erhöhte Kraftstoffmenge eingespritzt, so wird auch der Energiegehalt des Abgases und die Turbinenleistung größer, und der Läuversatz wird beschleunigt. Mit der höheren Drehzahl fördert der Verdichter einen größeren Luftmassenstrom, den der Motor zur Verbrennung der erhöhten Kraftstoffmenge auch benötigt. Zugleich nimmt der Verdichter eine größere Leistung auf, sodass sich nach einer Übergangszeit bei höherer Drehzahl ein neues Gleichgewicht einstellt.

Die Aufladung von Otto-Motoren stellt wegen der Klopfneigung besondere Probleme. Wird der höchstzulässige Ladedruck erst bei maximaler Drehzahl erreicht, so ist der Leistungsgewinn im normalen Betrieb gering. Verdichter und Turbine werden deshalb so ausgelegt, dass sie schon bei relativ geringen Durchsätzen einen hohen Ladedruck ermöglichen. Ein Bypassventil (Pos. 8 in Bild 4.19) öffnet jedoch, wenn der gewünschte Druck erreicht ist, und lässt einen Teil des Abgases unter Umgehung der Turbine direkt in das Auspuffsystem entweichen.

Vorteile. Außer der Leistungssteigerung, durch die geringeres Gewicht und bessere Einbaubedingungen erreicht werden, hat die Abgasturbo-Aufladung weitere Vorteile. Der Drehmomentverlauf des Motors wird günstiger, der Kraftstoffverbrauch sinkt und die Schadstoffemission nimmt ab. Schließlich entwickelt ein aufgeladener Motor weniger Geräusch. Vor allem im Auspuff wirkt der Abgasturbolader als ein zusätzlicher Schalldämpfer, und durch das geringere Bauvolumen wird die Schall abgebende Oberfläche kleiner.

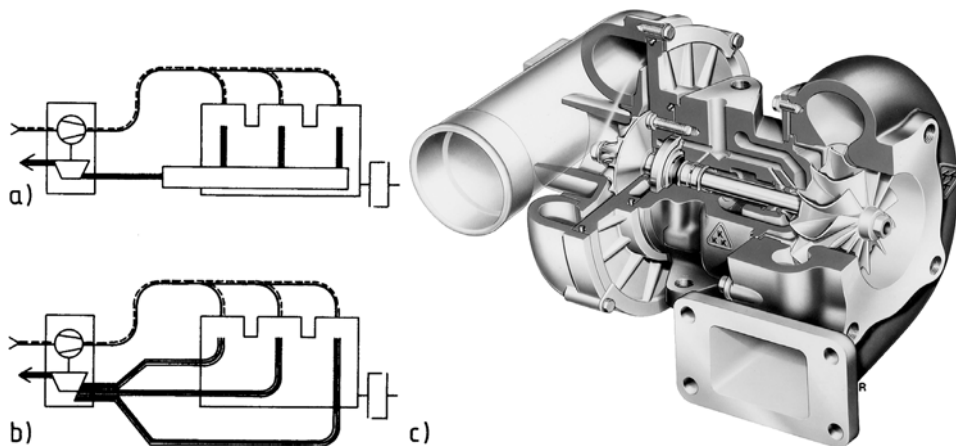


Bild 4.20 Abgasturbo-Aufladung

- a) und b) schematische Darstellung nach DIN 6262
- a) Stauaufladung
- b) Stoßaufladung
- c) Schnitt eines ausgeführten Laders (Kühnle, Kopp & Kausch)
- Links Verdichter, rechts Turbine

4.4.4 Fahrzeugturbinen

Im Straßenverkehr sind Gasturbinen bisher aus dem Experimentierstadium nicht herausgekommen, und es ist möglich, dass sie überhaupt nicht bis zur Serienreife gelangen. Sie versprechen aber auch hier, vor allem im oberen Leistungsbereich, interessante Vorteile. Der Drehmomentenverlauf ist günstiger als bei Kolbenmaschinen, der Betrieb ist schwingungsfrei und die Schadstoffemission geringer. Selbst in der Lärmentwicklung sollen die Werte der Kolbenmotoren erreicht werden.

Für Fahrzeugturbinen wird aus den im Abschn. 4.2.1 genannten Gründen der Prozess mit Vorwärmung bevorzugt, wobei die Vorwärmer nach dem Regenerativprinzip ausgeführt werden (Bild 4.21). Hierbei wird die Wärme des Verbrennungsgases an eine rotierende Speichermaße abgegeben und zeitversetzt auf die Luft übertragen.

Um auch in der Wirtschaftlichkeit mit den Kolbenmotoren konkurrieren zu können, geht die Entwicklung dahin, die Turbineneintrittstemperaturen weiter zu erhöhen und Keramik-schaufeln einzusetzen.

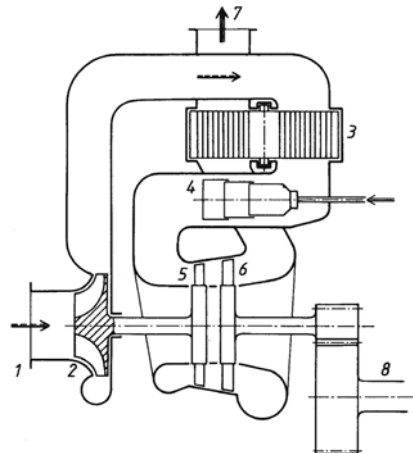
4.4.5 Schiffsantriebe

Für größere Schiffe haben sich Gasturbinen nicht durchsetzen können, sie sind aber dann von Vorteil, wenn hohe Leistungen bei geringem Gewicht und Bauvolumen gefordert sind, also bei kleinen, schnellen Fahrzeugen. Beispiele im zivilen Bereich sind Luftkissenfahrzeuge und Tragflügelboote, für die aus Flugzeugtriebwerken entwickelte Maschinen eingesetzt werden.

Bild 4.21

Prinzipbild einer Fahrzeuggasturbine mit Regenerativvorwärmer

- 1 Lufteintritt
- 2 Verdichter
- 3 Regenerativvorwärmer
- 4 Brennkammer
- 5 Verdichterantriebsterbine
- 6 Nutzleistungsterbine
- 7 Gasaustritt
- 8 Abtrieb



Maschinen diesen Typs werden auch in Kriegsschiffen, wie Torpedobooten oder Fregatten verwendet. Wegen der ungünstigen Teillastwirkungsgrade, und weil die Schiffe bei der normalen Marschfahrt nur einen Teil der installierten Leistung benötigen, werden verschieden große Turbinen eingebaut, oder es wird eine Dieselmachine für den Marsch mit einer Gasturbine kombiniert, die nur für die Schnellfahrt zusätzlich eingesetzt wird.

4.4.6 Flugzeugtriebwerke

In der einfachsten Anordnung eines Turbo-Luftstrahl-Triebwerkes (TL-Triebwerk, Bild 4.22 a) wird keine mechanische Leistung nach außen abgegeben, sodass das Abgas am Turbinenaustritt noch viel Energie enthält. Mit dieser wird es in einer Schubdüse beschleunigt, und die Reaktionskraft des austretenden Gasstrahls bildet den Antrieb des Flugzeugs.

Es sei $\dot{m}_L$ der Luftmassenstrom und $(1 - \delta + \beta)\dot{m}_L$ der Massenstrom des Verbrennungsgases (Gl. (4.20)), ferner c_0 die Fluggeschwindigkeit, die zugleich die Lufteintrittsgeschwindigkeit relativ zum Flugzeug ist. Damit und mit der relativen Düsenaustrittsgeschwindigkeit c_D folgt aus dem Impulssatz (Abschn. 1.3.3) die Schubkraft

$$F_s = \dot{m}_L [(1 - \delta + \beta)c_D - c_0]. \quad (4.25)$$

Die Vortriebsleistung ist

$$P_V = F_s c_0 = \dot{m}_L [(1 - \delta + \beta)c_D c_0 - c_0^2].$$

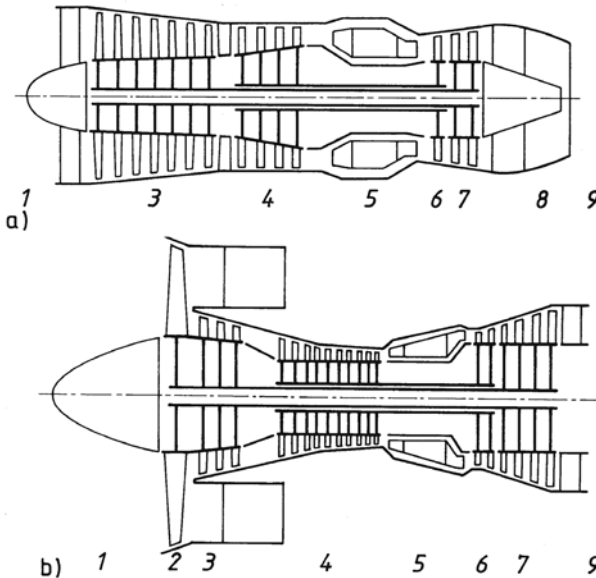


Bild 4.22

Flugzeugtriebwerke

a) Turbo-Luftstrahl (TL)-Triebwerk

b) Zweistrom-Turbo-Luftstrahl (ZTL)-Triebwerk

1 Lufteintritt

2 Mantelstromgebläse

3 ND-Verdichter

4 HD-Verdichter

5 Brennkammer

6 HD-Turbine

7 ND-Turbine

8 Schubdüse

9 Gasaustritt

Die maximal denkbare Leistung ergibt sich als die Änderung der kinetischen Energien

$$P_{th} = \Delta E_{kin} = \dot{m}_L \left[(1 - \delta + \beta) \frac{c_D^2}{2} - \frac{c_0^2}{2} \right].$$

Indem man beide Leistungen durcheinander dividiert, ergibt sich der Vortriebswirkungsgrad

$$\eta_V = \frac{P_V}{P_{th}} = \frac{2c_0[(1 - \delta + \beta)c_D - c_0]}{(1 - \delta + \beta)c_D^2 - c_0^2}.$$

Mit der gut zutreffenden Näherung $(1 - \delta + \beta) = 1$ vereinfacht sich die Gleichung zu

$$\eta_{th} = \frac{2c_0}{c_0 + c_D} = \frac{2}{1 + c_D/c_0}. \quad (4.26)$$

Um günstige Vortriebswirkungsgrade zu erreichen, darf also die Düsenaustrittsgeschwindigkeit nicht allzu viel größer sein als die Fluggeschwindigkeit. Ein TL-Triebwerk mit seiner hohen Austrittsgeschwindigkeit kommt deshalb vor allem in schnellen Militärflugzeugen zur Anwendung.

Für weniger schnelle Flugzeuge muss die Düsenaustrittsgeschwindigkeit verringert und, um einen ausreichend großen Schub zu erhalten, der Luftdurchsatz vergrößert werden. Es ergibt sich so die Weiterentwicklung des TL-Triebwerks zum Mantel- oder Zweistrom-Turbo-Luftstrahl-Triebwerk (ZTL-Triebwerk Bild 4.22 b), bei dem die Turbine einen zusätzlichen Mantelstromverdichter antreibt. Nur ein Teil der Luft durchläuft das Basis-Triebwerk, das von der restlichen Luft ringförmig eingehüllt wird. Während der Luftdurchsatz bei dieser Bauart vergrößert wird, ist die Ausströmgeschwindigkeit kleiner als bei dem einfachen TL-Triebwerk, nicht nur weil der Mittelwert aus Kern- und Mantelströmung zu bilden ist, sondern auch, weil dem Heißgas eine größere Turbinenleistung entzogen wird.

In der zivilen Luftfahrt werden ZTL-Triebwerke mit einstufigen Mantelstromgebläsen benutzt. Der Luftdurchsatz des Mantels ist groß und kann bis zum siebenfachen der Kernströmung betragen. Außer der Verbesserung der Wirtschaftlichkeit wird auch die Lärmentwicklung erheblich verbessert.

Zur besseren Anpassung an wechselnde Betriebsbedingungen werden die TL- und ZTL-Triebwerke fast immer in Mehrwellenbauart ausgeführt. Dabei laufen zwei (Bild 4.22) oder drei mechanisch unabhängige Läufersätze mit je einer Teilturbine und einem Teilverdichter auf koaxialen Wellen mit verschiedenen Drehzahlen. Eine weitere Möglichkeit zur Verbesserung des Teillastverhaltens ist die Verstellbarkeit der Verdichterschaukeln (Abschn. 4.3.2). Bei großen leistungsstarken Triebwerken werden beide Maßnahmen, Leitschaukelverstellung und Mehrwellenbauart kombiniert.

Zur Erhöhung der Schubleistung kann zwischen Turbine und Schubdüse dem Gas durch eine Nachverbrennung nochmals Energie zugeführt werden. Weil dabei aber der Kraftstoffverbrauch überproportional ansteigt, wird hiervon nur bei Militärflugzeugen und dort auch nur kurzzeitig Gebrauch gemacht. Triebwerke mit Nachverbrennung haben eine verstellbare Schubdüse, die dem Betrieb mit und ohne Nachbrenner angepasst werden kann.

Außer den TL- und ZTL-Triebwerken werden in der Luftfahrt auch Wellenleistungsturbinen eingesetzt, bei denen mechanische Leistung über ein Untersetzungsgetriebe, oft ein Planetengetriebe, abgegeben wird. Hierzu gehören das Propeller-Turbo-Luftstrahl-Triebwerk (PTL-Triebwerk) und die Triebwerke der Hubschrauber.

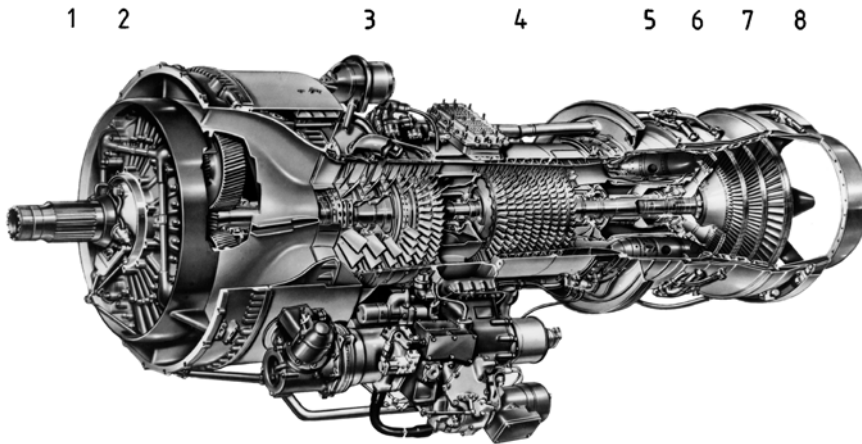


Bild 4.23 Propellerturbine (PTL-Triebwerk) (MTU)

maximale Dauerleistung	3,87 MW	1 Planetengetriebe	5 Brennkammer
Restschub	4,42 kN	2 Lufteintritt	6 HD-Turbine
Drehzahl der ND-Welle	242 1/s	3 ND-Verdichter	7 ND-Turbine
Luftmassenstrom	21,1 kg/s	4 HD-Verdichter	8 Schubdüse
Verdichtungsverhältnis	13,5		

5 Kreispumpen

5.1 Einleitung

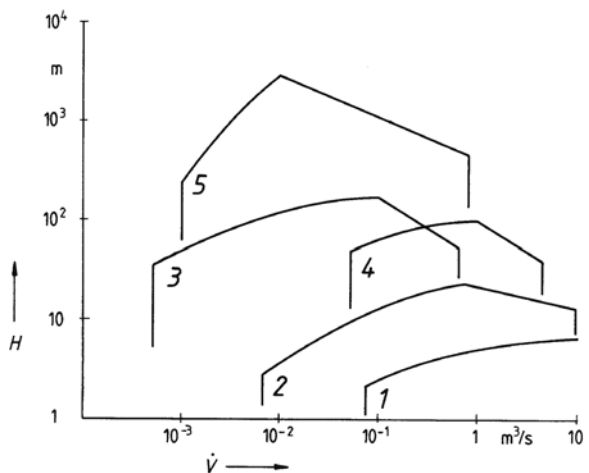
Kreispumpen bilden die zahlreichste Gruppe innerhalb der Strömungsmaschinen. Es gibt sie von den kleinsten bis zu den größten Abmessungen. Sie finden sich in vielen technischen Geräten und Anlagen, überall wo Flüssigkeiten zu heben, zu transportieren oder umzuwälzen sind. Als Förderfluid kommt neben Wasser jede andere Flüssigkeit in Frage, insbesondere Öl, aber auch aggressive Flüssigkeiten oder Wasser in der Nähe des Siedezustandes mit erhöhter Kavitationsgefahr. Das Förderfluid kann auch beträchtliche Mengen von Feststoffen wie Zellulosefasern, Stückkohle, Zuckerrüben mitführen, deren Transport dann die Hauptaufgabe darstellt.

Aufbau und Laufradform. Je nach dem geforderten Volumenstrom und der Förderhöhe werden die Maschinen mit radialen, halbaxialen oder axialen Laufrädern ausgeführt. Durch mehrstufige und mehrflutige Anordnung lässt sich der Anwendungsbereich noch erweitern (Bild 5.1).

Bild 5.1

Anwendungsgebiete von Kreispumpen H

- 1 Axialpumpen
- 2 halbaxiale Pumpen
- 3 Radialpumpen
- 4 zweiflutige Pumpen
- 5 mehrstufige Pumpen



Eine einstufige Kreispumpe ist ähnlich aufgebaut wie eine Überdruck-Wasserturbine. Die Lauf- und Leitschaufeln sind fast immer fest. Kann ihre Stellung im Stillstand verändert werden, spricht man von einstellbaren Schaufeln, ist das auch während des Betriebes möglich, von verstellbaren Schaufeln.

Dem Fluid wird durch Oberflächenkräfte an den Laufschaufeln Energie zugeführt. Diese liegt am Laufradaustritt zum Teil als Druckenergie, zum anderen aber als kinetische Energie vor. Um die Druckerhöhung zu erreichen, muss die relative Laufradströmung verzögert werden. Die entsprechende Kanalerweiterung darf aber lange nicht so groß sein wie die Verengung in einer Turbine, da sich die Grenzschicht sonst ablösen würde.

Daraus ergeben sich längere Schaufelkanäle und bei gleicher Schnellläufigkeit größere radiale Laufradabmessungen (Bild 5.2).

Der Anteil der kinetischen Energie beträgt etwa 10 bis 40 %, nur in Ausnahmefällen mehr. Um auch diesen Teil noch in Druckenergie umzusetzen, wird hinter dem Laufrad ein Diffusor angeordnet, der aus einem schaufellosen Ringraum oder aus einem Kranz feststehender Leitschaufeln bestehen kann, bei einer Endstufe außerdem oder ausschließlich aus dem Spiralgehäuse der Pumpe.

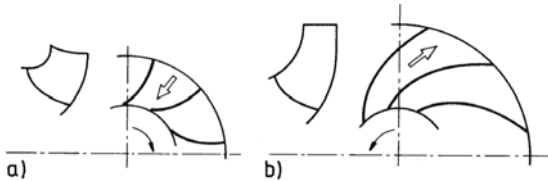


Bild 5.2
Laufradvergleich

- a) Turbine
- b) Pumpe

Der Volumenstrom einer Kreiselpumpe ist stark von der spezifischen Stutzenarbeit und beide von der Drehzahl abhängig. Deshalb müssen Laufradform und Maschinenabmessungen an die Betriebsbedingungen sorgfältig angepasst werden. Der Wirkungsgrad ist kleiner als bei einer Turbine mit vergleichbaren Betriebsdaten, weil der Reibungseinfluss in den längeren Schaufelkanälen stärker ist und auch die Radseitenreibung wegen des größeren Laufraddurchmessers verstärkt ist.

Kavitation. Kurz hinter der Eintrittskante treten auf der Saugseite der Laufschaufeln, insbesondere in der Nähe des Außenkranzes hohe Relativgeschwindigkeiten auf. An diesen Stellen besteht deshalb die größte Kavitationsgefahr. Da hier anders als in der Turbine die Dampfbläschen im Inneren der Laufradkanäle kondensieren, ist auch der Materialverschleiß bei gleichem Kavitationsgrad größer. Dazu kommt noch, dass schon in der Unterdruckzone vor dem Laufrad in der Flüssigkeit gelöste Gase in Form feiner Bläschen ausgeschieden werden können. Diese wirken einerseits als Siedekeime und verstärken die Kavitation, andererseits mindern sie deren Wirkung, da das kompressible Gas dämpfend wirkt.

5.2 Bauformen

5.2.1 Schnellläufigkeit und Laufradform

Bei drallfreier Zuströmung zum Laufrad lautet die Hauptgleichung Gl. (1.49)

$$Y_{\text{sch}} = g H_{\text{th}} = u_2 c_{2u} = \pi n D_2 c_{2u}.$$

Hieraus ist für die Form eines langsamläufigen Laufrades zu schließen, dass für eine gegebene spezifische Schaufelarbeit Y_{sch} bei kleiner Drehzahl der Laufradaußendurchmesser D_2 groß sein muss, wenn man vom Einfluss der Umfangskomponente der absoluten Austrittsgeschwindigkeit c_{2u} absieht. Da der Eintrittsdurchmesser vom geforderten Volumenstrom abhängt und nicht ebenfalls groß sein darf, ergibt sich ein Laufrad mit radialer Meridianform und mit einfach gekrümmten Laufschaufeln nach Bild 5.3 a.

Mit wachsender Schnellläufigkeit σ nach Gl. (1.67) wird der Austrittsdurchmesser immer kleiner, und um keine zu kurzen Laufschaufelkanäle entstehen zu lassen, muss die Eintrittskante weiter in den Bereich des Übergangs von der axialen in die radiale Strömung vorgezogen werden, sodass doppelt gekrümmte Schaufeln entstehen (Bild 5.3 b und c).

Bei weiterer Fortsetzung dieser Tendenz wird schließlich auch die Austrittskante in den axial-radialen Übergangsbereich verlegt, und es entsteht ein halbaxiales (Bild 5.3 d) und schließlich als die schnellläufigste Form ein axiales Laufrad (Bild 5.3 e).

Bild 5.3

Laufradformen

a) Radialrad mit einfach gekrümmten Schaufeln
 $\sigma = 0,08$

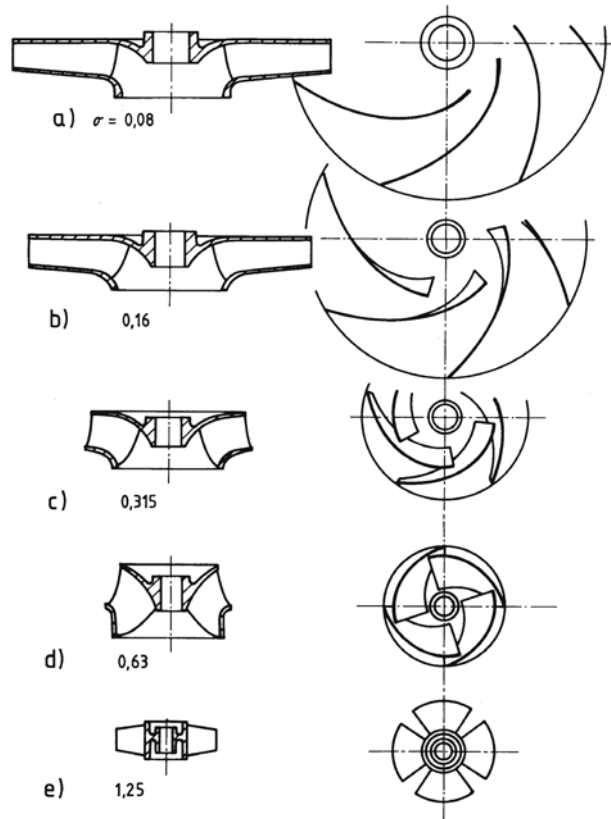
b) Radialrad mit räumlich gekrümmten Schaufeln
 $\sigma = 0,16$

c) Radialrad mit räumlich gekrümmten Schaufeln
 $\sigma = 0,315$

d) Halbaxiales Rad
 $\sigma = 0,63$

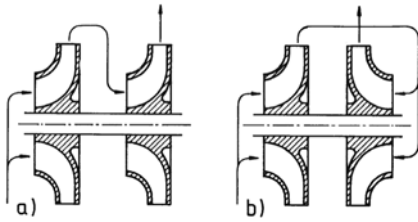
e) Axialrad
 $\sigma = 1,25$

$$\sigma = \frac{2n\sqrt{\pi\dot{V}}}{(2gH)^{3/4}}$$



5.2.2 Mehrstufige und mehrflutige Pumpen

Mehrstufige Pumpen. Für große Förderhöhen muss die Schnellläufigkeit eines Pumpenrades klein sein, wobei die untere Grenze etwa durch $\sigma = 0,06$ gegeben ist. Noch kleinere Schnellläufigkeiten führen nämlich zu ungünstigen Laufradformen mit sehr langen, engen Schaufelkanälen und entsprechend großen Reibungsverlusten. Die erreichbaren Stufengefälle sind außerdem wegen der Festigkeit und der Kavitation begrenzt und liegen bei etwa 180 bis 200 m, in Ausnahmefällen bis zu 400 m und nur sehr selten darüber.

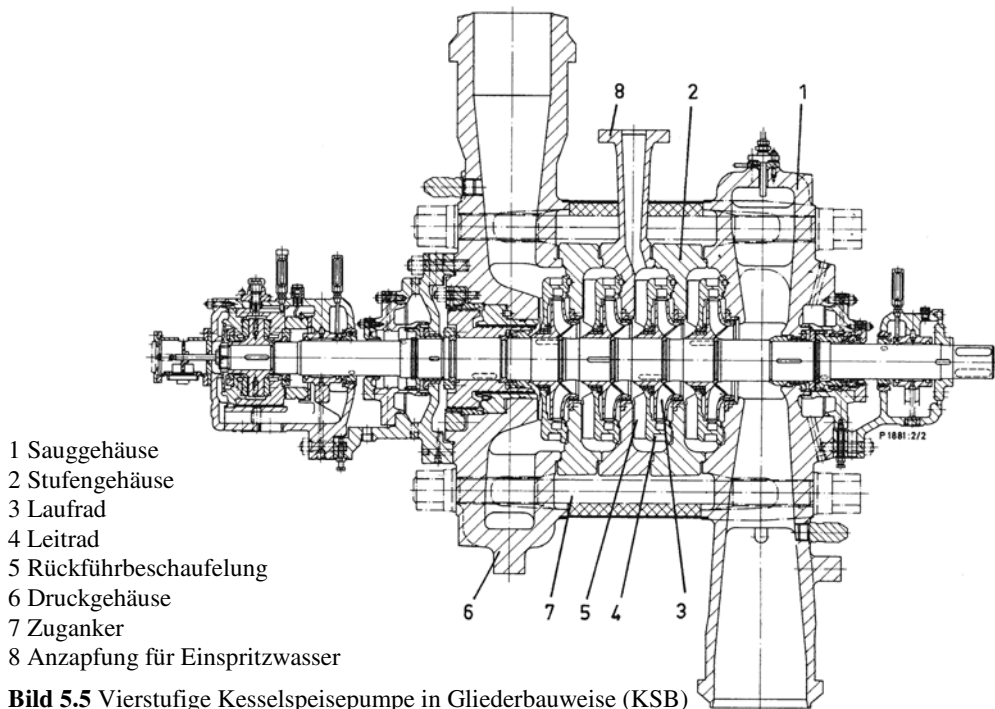
**Bild 5.4**

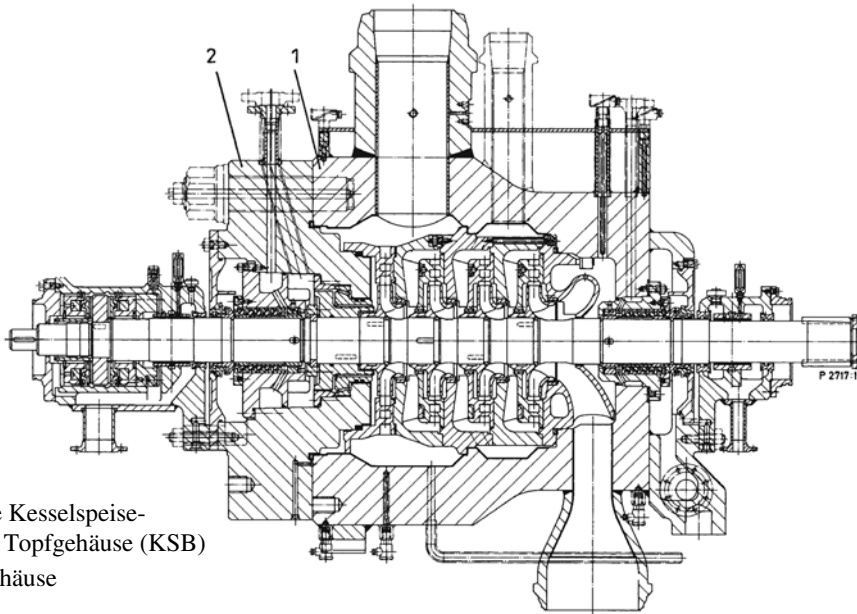
Laufradanordnung mehrstufiger Pumpen

- a) gleichsinnig
- b) gegensinnig

Hochdruckpumpen für große Förderhöhen müssen deshalb mehrstufig ausgeführt werden, wobei die einzelnen Stufen baugleich sein können, da die Fluide ja inkompressibel sind. Die Laufräder werden gleichsinnig oder gegensinnig durchströmt (Bild 5.4).

Gliederpumpen. Bei der gleichsinnigen Anordnung, der häufigsten Bauform mehrstufiger Pumpen (Bild 5.4 a), besteht die Maschine aus einem Sauggehäuse, mehreren unter sich gleichen Stufengehäusen und dem Druckgehäuse, die alle durch Zuganker miteinander verbunden sind (Bild 5.5). Zu jedem Laufrad gehört ein Leitapparat, der wie bei einstufigen Pumpen ein schaufelloser oder beschauelter Ringraum ist, außerdem ein Rückführkanal, der das Fluid dem Saugmund des nachfolgenden Laufrades zuführt. Nur in der letzten Stufe mündet der Leitapparat in das Spiralgehäuse.

**Bild 5.5** Vierstufige Kesselspeisepumpe in Gliederbauweise (KSB)

**Bild 5.6**

Vierstufige Kesselspeisepumpe mit Topfgehäuse (KSB)

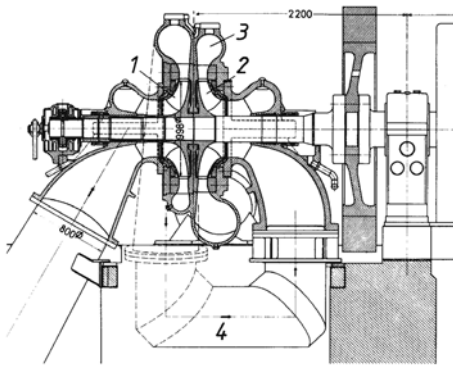
- 1 Topfgehäuse
- 2 Deckel

Topfgehäusepumpen. Bei hohen Enddrücken werden die Pumpenstufen in ein Topfgehäuse eingesetzt (Bild 5.6). Die Herstellungskosten dieser Bauart sind höher, aber sie ist außer der größeren Druckfestigkeit auch montagegünstiger. Bei einer Reparatur können die Innenteile ausgebaut werden, während das Gehäuse mit den Rohranschlüssen an seinem Platz bleibt.

Rücken-an-Rücken-Anordnung. Bei gegensinniger Laufradanordnung (Bild 5.4 b) sind die Laufräder von je zwei Stufen mit ihren Innenkränzen einander zugekehrt (Bild 5.7). Die Stufenzahl muss gerade sein und ist selten größer als zwei. Vorteile sind der durch keinen zusätzlichen Verlust erkaufte Axialschubausgleich und geringe Spaltverluste. Nachteilig ist der größere Bauaufwand, denn hier wird ein doppeltes Spiralgehäuse benötigt und eine Umgehungsleitung, die das Fluid aus dem Spiralstutzen der Niederdruckseite dem Saugmund der Hochdruckseite zuführt. Deshalb kommt diese Bauweise nur für größere Pumpen zur Anwendung, insbesondere bei Pumpen in Pipelines, Pumpspeicherkraftwerken (Abschn. 5.5.7) und in der Trinkwasserversorgung.

Mehrflutige Pumpen. Durch das Parallelschalten von Laufrädern wird bei ungeänderter Förderhöhe der Volumenstrom entsprechend vervielfacht. Davon wird Gebrauch gemacht, um die Abmessungen insgesamt klein zu halten, und um die Geschwindigkeit im Eintrittsquerschnitt der Laufräder zur Verbesserung des Saugverhaltens herabzusetzen.

Grundsätzlich ist die Zahl der parallel arbeitenden Laufräder beliebig, doch sind mehr als zweiflutige Kreiselpumpen ungebräuchlich. Durch das gemeinsame Spiralgehäuse und das verzweigte, gemeinsame Saugrohr bilden doppelflutige Pumpen (Bild 5.8) eine besonders

**Bild 5.7**

Zweistufige Pumpe in Rücken-an-Rücken Anordnung (Voith)

$\dot{V} = 1,5 \text{ m}^3/\text{s}$; $H = 305 \div 315 \text{ m}$

$n = 16,3 \text{ 1/s}$

1 Laufrad der ersten Stufe

2 Laufrad der zweiten Stufe

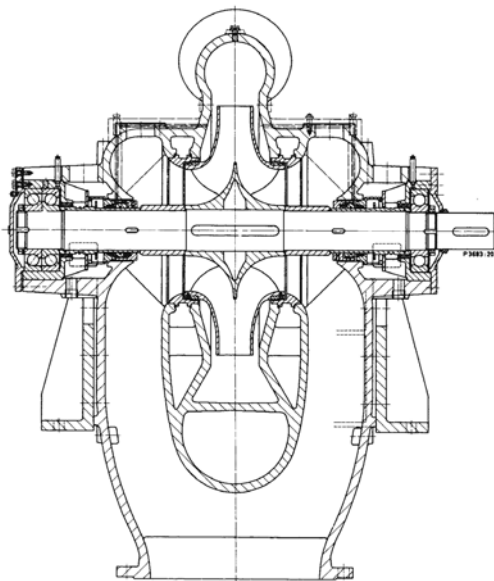
3 Spiralgehäuse

4 Umführungsleitung

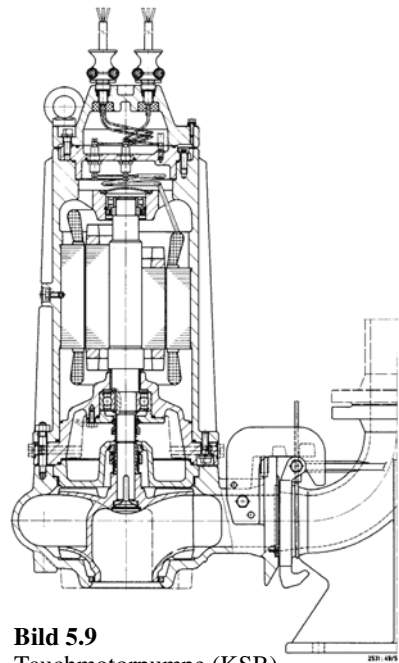
rationelle Bauweise. Durch die spiegelbildliche Laufradanordnung wird der Achsschub ausgeglichen und die Radseitenreibung am Innenkranz der Laufräder vermieden. Die Mehrflutigkeit kann auch mit der Mehrstufigkeit kombiniert werden (Bild 5.48).

5.2.3 Weitere Konstruktionsformen

Laufräder. Außer der Schnellläufigkeit ist für die Formgebung der Laufräder auch die Art des Förderfluids maßgebend. Für verunreinigte Flüssigkeiten, Dickstoffe und andere Flüssigkeits-Feststoffgemische wird die Schaufelzahl auf drei, zwei oder eine einzige Schaufel reduziert und dadurch werden große freie Durchflussquerschnitte im Laufrad

**Bild 5.8**

Zweiflutige Spiralgehäusepumpe (KSB)

**Bild 5.9**

Tauchmotorpumpe (KSB)

erzielt. In der Tauchmotorpumpe (Bild 5.9) hat der rotierende Laufradkanal die gleiche Lichtweite wie die Rohrleitungen, um ein Festklemmen von Fremdkörpern zu vermeiden.

Weitere Laufräder mit und ohne Außenkranz zeigt Bild 5.10. Die offenen Räder werden bei ausgasenden Flüssigkeiten bevorzugt. Für Dickstoff- und Schmutzwasserförderung eignen sich auch Freistromräder, deren Schaufeln radiale, nur teilweise in den Strömungsraum reichende Rippen sind (Bild 5.11). Da das Laufrad nur indirekt auf das Fluid einwirkt, ist die Verstopfungsgefahr gering. Manchmal ist auch der Mischeffekt erwünscht, der durch die vom Freistromrad erzeugten Wirbel zustande kommt.

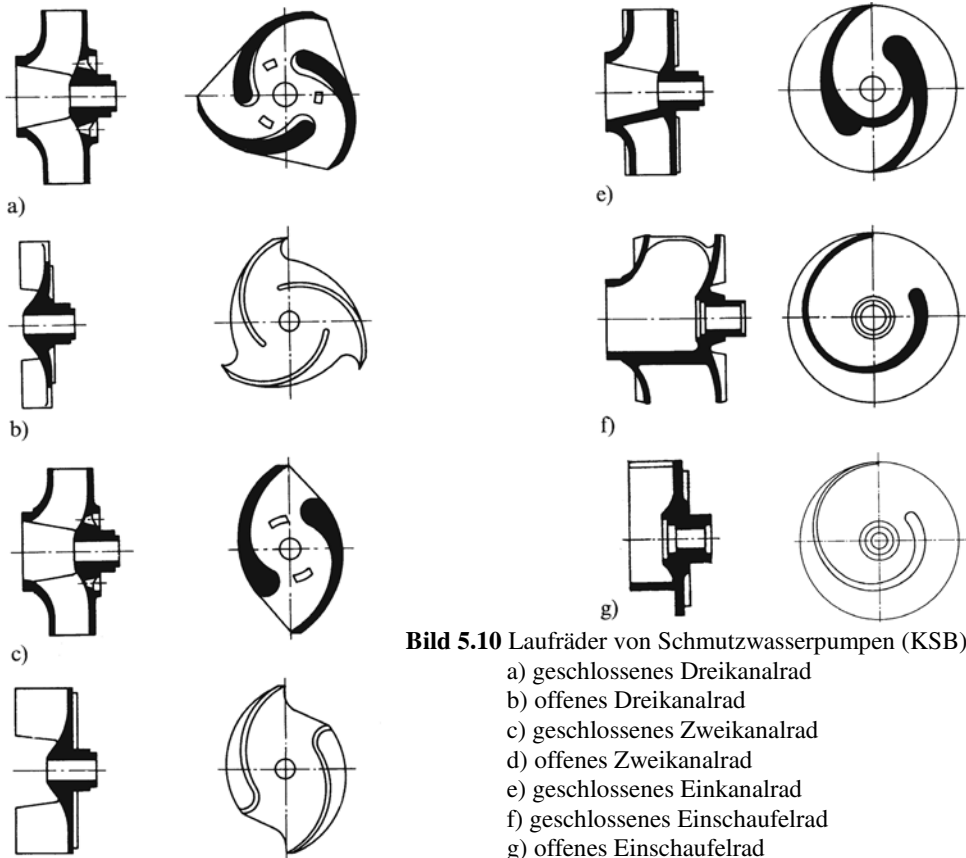


Bild 5.10 Laufräder von Schmutzwasserpumpen (KSB)

- a) geschlossenes Dreikanalrad
- b) offenes Dreikanalrad
- c) geschlossenes Zweikanalrad
- d) offenes Zweikanalrad
- e) geschlossenes Einkanalrad
- f) geschlossenes Einschaufelrad
- g) offenes Einschaufelrad

Gehäuse. Die meisten Kreiselpumpen sind Spiralgehäusepumpen, wobei die Gehäuse gewöhnlich quer zur Maschinenachse geteilt sind. Längsgeteilte Gehäuse sind seltener und finden sich vor allem bei zweiflutigen Maschinen.

Im Interesse spannungsgünstiger und montagefreundlicher Formen oder auch einfach zur Verringerung der Herstellungskosten wird statt des dem Strömungsverlauf gut angepassten Spiralgehäuses gelegentlich auch ein Ringgehäuse mit über dem Umfang gleichbleibendem Querschnitt oder zylindrische bzw. kugelige Gehäuse verwirklicht.

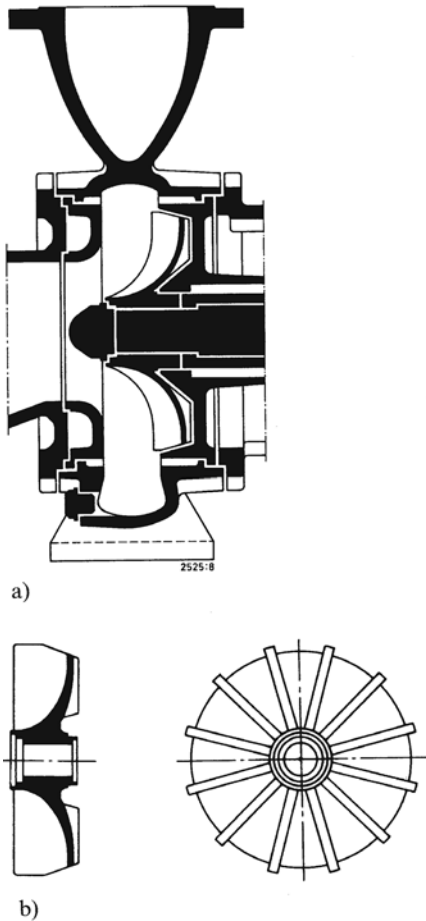


Bild 5.11 Freistrompumpe (KSB)
 a) Längsschnitt
 b) Laufrad einer ähnlichen Pumpe

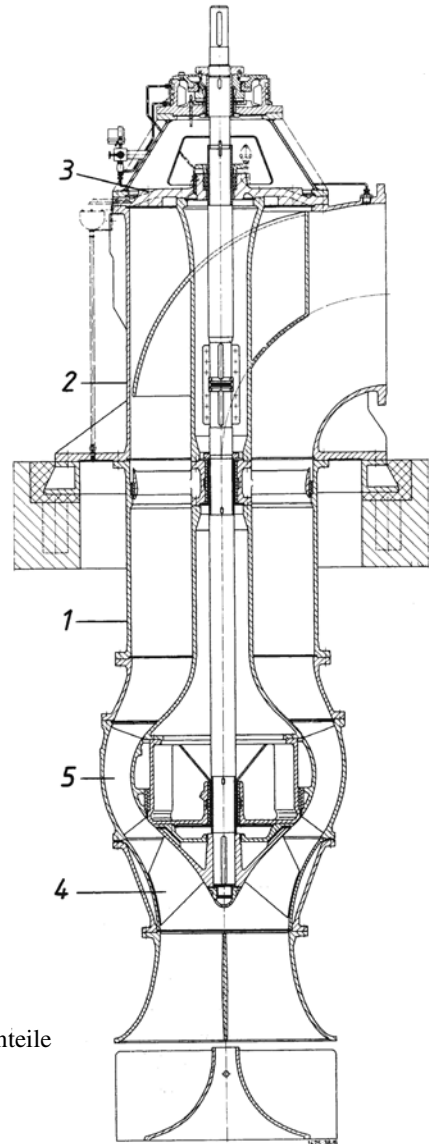


Bild 5.12 Rohrgehäusepumpe (KSB)
 1 Rohrgehäuse
 2 Druckkrümmer mit Öffnung zur Demontage der Innenteile
 3 Deckel
 4 Laufrad
 5 Leitrad

Bei Pumpen hoher Schnellläufigkeit, bei denen das Fluid in axialer oder halbaxialer Richtung aus dem Laufrad austritt, ist ein Rohrgehäuse oder Krümmerrohrgehäuse naheliegend (Bild 5.12). Meistens ist die Welle bei diesen Pumpen vertikal oder schräg angeordnet. Um bei Reparaturarbeiten die Demontage des sperrigen Rohrgehäuses zu

vermeiden, wird im Druckkrümmer zur Antriebsseite hin eine durch einen Deckel verschließbare Öffnung vorgesehen, durch welche die gesamte Welle mit der Lagerung und dem Laufrad auszubauen ist.

Dichtungen. An den Wellendurchführungen in den Pumpengehäusen werden vor allem Packungsstopfbuchsen oder Gleitringdichtungen verwendet.

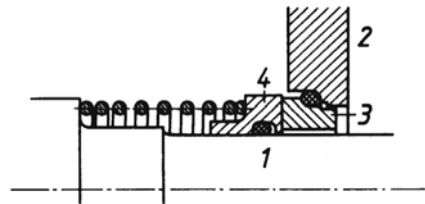
Packungsstopfbuchsen sind an die Art des Förderfluids und dessen Temperatur anzugleichen. Bei Wasser geringer Temperatur werden geflochtene Talg- oder Graphit-Baumwollschnüre als Packungsmaterial verwendet, bei höherer Temperatur Graphit-Asbestschnüre.

Gleitringdichtungen (Bild 5.13) sind für alle Drücke geeignet und bewähren sich auch bei hohen Umfangsgeschwindigkeiten. Sie sind aber empfindlich gegen abrasive Verunreinigungen im Förderfluid, sodass sie gegebenenfalls durch saubere Sperrflüssigkeit vor dem Arbeitsfluid geschützt werden müssen.

Bild 5.13

Gleitringdichtung

- | | |
|-----------|---------------------------|
| 1 Welle | 3 feststehender Gleitring |
| 2 Gehäuse | 4 umlaufender Gleitring |



Nassläufermotoren. Bei der Förderung giftiger, aggressiver oder radioaktiv kontaminierter Flüssigkeiten, überall dort, wo vollständige Dichtheit verlangt wird, verzichtet man auf eine Wellendurchführung und lässt den Läufer der antreibenden Asynchronmaschine mit seiner Lagerung im Förderfluid laufen. Solche Motoren gibt es mit nasser oder mit trockener Ständerwicklung. Der Stator lässt sich nämlich durch ein dünnwandiges Spaltrohr im magnetischen Spalt des Motors von der Flüssigkeit trennen.

Spalt- und Labyrinthdichtungen werden nur an den innerhalb des Pumpengehäuses liegenden Dichtungsstellen angewendet.

5.3 Berechnung radialer und halbradialer Laufräder

5.3.1 Meridianform

Den Ausgangspunkt der Berechnung bilden der Volumenstrom $\dot{V}$ und die spezifische Stutzenarbeit Y bzw. die Förderhöhe H , die für einen bestimmten Anwendungsfall gegeben sind. Die Schnellläufigkeit σ kann im Interesse eines günstigen Wirkungsgrades nur selten nach Bild 5.14 gewählt werden. Oft ist nämlich die Drehzahl durch den Antrieb, etwa mit einem Asynchronmotor vorgegeben. Immerhin zeigt das Diagramm, dass zu langsamläufige Maschinen möglichst zu vermeiden und statt dessen zwei- oder mehrstufige Pumpen vorzuziehen sind. Die großen Schnellläufigkeiten führen zwar auch zu geringen Wirkungsgraden und erhöhen die Kavitationsanfälligkeit, haben aber den Vorteil geringeren Bauvolumens.

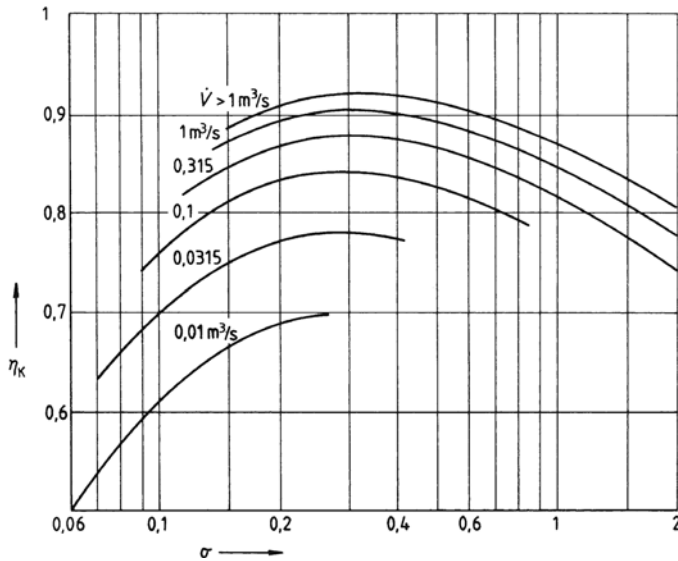


Bild 5.14
Kupplungswirkungsgrade
von Kreiselpumpen

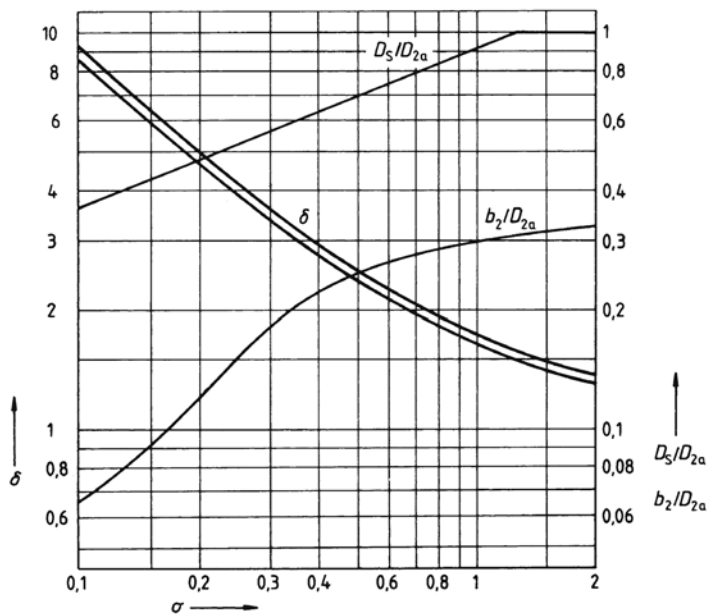


Bild 5.15
Cordier-Diagramm und
Laufradabmessungen

Nach Wahl einer Drehzahl ergibt sich die Schnellläufigkeit nach der Definitionsgleichung (1.67).

$$\sigma = \frac{2n\sqrt{\pi\dot{V}}}{(2Y)^{3/4}} = \frac{2n\sqrt{\pi\dot{V}}}{(2gH)^{3/4}},$$

und aus dem Cordier-Diagramm (Bild 5.15) kann die Durchmesserzahl abgelesen werden, aus der sich der Laufraddurchmesser D_{2a} errechnet:

$$D_{2a} = \frac{2\delta}{\sqrt{\pi}} \sqrt[4]{\frac{\dot{V}^2}{2Y}} = \frac{2\delta}{\sqrt{\pi}} \sqrt[4]{\frac{\dot{V}^2}{2gH}}.$$

Der Meridianschnitt kann nun entworfen werden, wofür Bild 5.3 Beispiele liefert. Als Anhalt dienen auch die in Bild 5.15 enthaltenen dimensionslosen Zahlenwerte, die aber mit einer gewissen Streuung zu verstehen sind.

Beispiel 5.1. Ein Pumpenlaufrad ist für die Betriebsdaten $H = 60$ m, $\dot{V} = 0,08$ m³/s zu entwerfen.

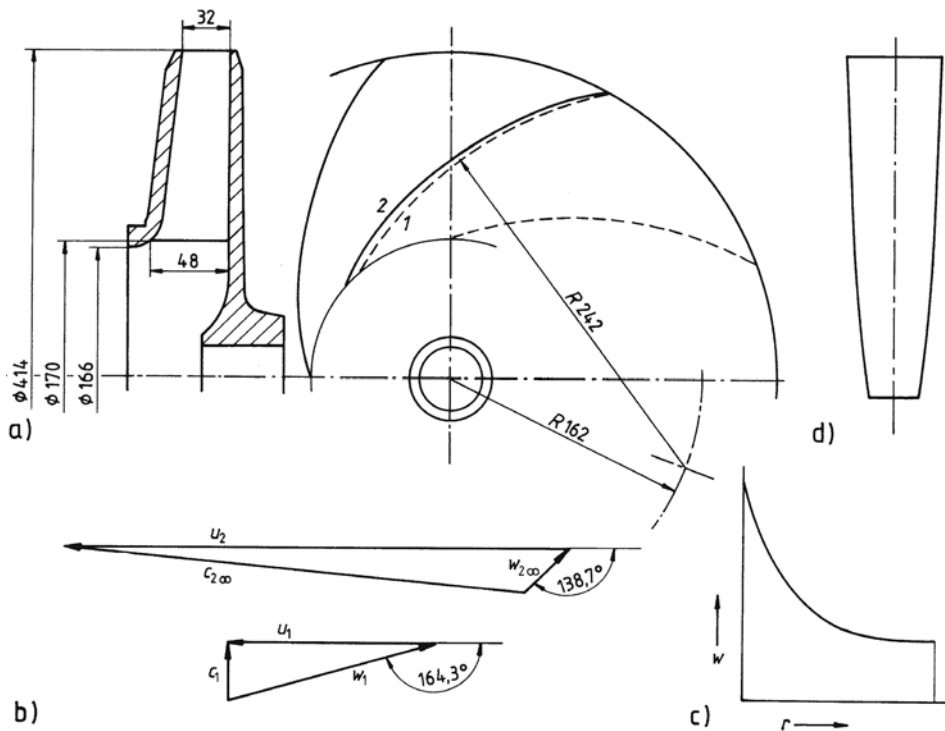


Bild 5.16 Radiales Laufrad mit einfach gekrümmten Schaufeln (Beispiele 5.1 bis 5.3)

- a) Laufradzeichnung 1 Kreisbogen 2 punktweise berechnete Schaufel
- b) Geschwindigkeitsplan
- c) angenommener Verlauf der Relativgeschwindigkeit
- d) dem Schaufelkanal gleichwertiger Kegeldiffusor

Als Antrieb ist ein Motor mit der Drehzahl $n = 24,5$ 1/s vorgesehen. Gesucht sind die erforderliche Kupplungsleistung und die Hauptabmessungen des Laufrades.

Lösung. Die Schnellläufigkeit ist nach Gl. (1.67)

$$\sigma = \frac{2n\sqrt{\pi\dot{V}}}{(2gH)^{3/4}} = \frac{2 \cdot 24,5 \text{ 1/s} \cdot \sqrt{\pi \cdot 0,08 \text{ m}^3/\text{s}}}{(2 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 60 \text{ m})^{0,75}} = 0,122.$$

Damit ist nach Bild 5.14 ein Kupplungswirkungsgrad $\eta_K = 0,75$ zu erwarten, und damit

$$P_K = \frac{gH\rho\dot{V}}{\eta_K} = \frac{9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 60 \text{ m} \cdot 1000 \text{ kg/m}^3 \cdot 0,08 \text{ m}^3/\text{s}}{0,75} = 62800 \text{ W} = 63 \text{ kW}.$$

In Anlehnung an Bild 5.15 werden gewählt: $\delta = 7,6$; $D_s/D_{2a} = 0,4$; $b_2/D_{2a} = 0,077$.
Damit wird:

$$D_2 = D_{2a} = \frac{2\delta}{\sqrt{\pi}} \sqrt[4]{\frac{\dot{V}^2}{2gH}} = \frac{2 \cdot 7,6}{\sqrt{\pi}} \frac{\sqrt{0,08 \text{ m}^3/\text{s}}}{\sqrt[4]{2 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 60 \text{ m}}} = 0,414 \text{ m}$$

$$D_s = 0,4 \cdot 0,414 \text{ m} = 0,166 \text{ m}$$

$$b_2 = 0,077 \cdot 0,414 \text{ m} = 0,032 \text{ m}.$$

Die Meridianform des Laufrades kann nun aufgezeichnet werden (Bild 5.16 a). Aus der Zeichnung lassen sich weitere Abmessungen abgreifen, insbesondere

$$D_1 = 0,17 \text{ m} \text{ und } b_1 = 0,048 \text{ m}.$$

5.3.2 Geschwindigkeitsdreiecke

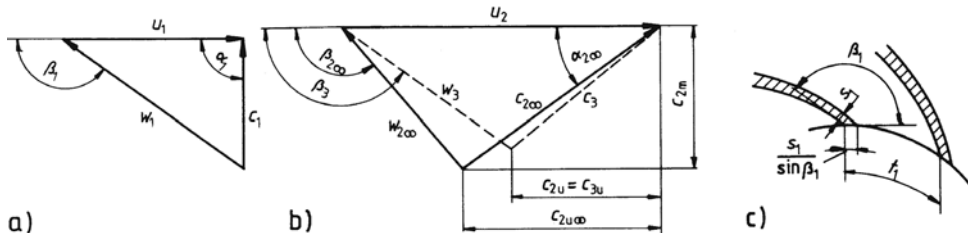


Bild 5.17 Geschwindigkeitsdreiecke

a) Eintrittsdreieck b) Austrittsdreieck c) Schaufelabmessungen am Eintritt

Eintrittsdreieck. Bei Kreiselpumpen ist die Zuströmung normalerweise drallfrei, sodass ein rechtwinkliges Eintrittsdreieck entsteht (Bild 5.17 a) für das gilt

$$u_1 = \pi n D_1; \quad c_1 = c_{1m} = \frac{\dot{V}}{\pi D_1 b_1 \tau_1}$$

$$c_{1u} = 0; \quad w_{1u} = -u_1$$

$$\beta_1 = \arctan\left(\frac{c_{1m}}{w_{1u}}\right) + 180^\circ = \arctan\left(\frac{c_1}{-u_1}\right) + 180^\circ.$$

Der Faktor τ_1 , der die Querschnittsverengung durch die endliche Schaufelstärke berücksichtigt, ist mit den Bezeichnungen von Bild 5.17 c

$$\tau_1 = 1 - \frac{s_1}{t_1 \sin(180^\circ - \beta_1)} = 1 - \frac{s_1}{t_1 \sin \beta_1}.$$

Falls schwache Kavitation zugelassen werden soll, etwa bis zu 3 % Förderhöhenabfall (Abschn 5.5.3), muss die Verengung durch die Kavitationsblasen durch einen entsprechend größeren Wert von τ_1 berücksichtigt werden.

Austrittsdreieck. Am Laufradaustritt ist

$$u_2 = \pi n D_2; \quad c_{2m} = \frac{\dot{V}}{\pi D_2 b_2 \tau_2},$$

wobei in

$$\tau_2 = 1 - \frac{s_2 + \delta_2}{t_2 \sin \beta_2}$$

außer der Schaufelstärke auch die Summe der Verdrängungsdicken der saug- und druckseitigen Grenzschichten mit δ_2 einzusetzen ist. Der Verdrängungseffekt kann dadurch ganz beträchtlich werden, insbesondere dann, wenn in der Austrittszone des Rades ein Totwassergebiet auftritt. Als Anhalt kann gelten $\tau_2 = 0,67$ bis $0,83$.

Als dritte Größe zur Berechnung des Austrittsdreiecks folgt aus der Hauptgleichung (1.47) mit der bereits vorausgesetzten drallfreien Zuströmung

$$c_{2u\infty} = \frac{g H_{th\infty}}{u_2}. \quad (5.1)$$

Dabei unterscheidet sich $H_{th\infty}$ von der tatsächlichen Förderhöhe H durch die hydraulischen Verluste und durch den Einfluss der endlichen Schaufelzahl

$$\begin{aligned} H_{th} &= \frac{H}{\eta_h}; \quad H_{th\infty} = (1+p)H_{th} \\ H_{th\infty} &= \frac{1+p}{\eta_h} H \end{aligned} \quad (5.2)$$

mit η_h hydraulischer Wirkungsgrad

$$\frac{1}{1+p} \quad \text{Minderleistungsfaktor.}$$

Man beachte, dass die durch den Faktor $1/(1+p)$ berücksichtigte Minderleistung keinen Verlust bedeutet, sondern nur eine Korrektur der für die verzögerte Strömung im Pumpenlaufrad sonst zu ungenauen eindimensionalen Theorie. Die Berechnung des Minderleistungsfaktors ist das Thema der nächsten beiden Abschnitte.

Ist der Zahlenwert von p bekannt, so liegt das Austrittsdreieck der schaufelkongruenten Strömung fest, und es folgt für den Austrittswinkel (Bild 5.17 b)

$$\beta_{2\infty} = \arctan\left(\frac{c_{2m}}{c_{2u\infty} - u_2}\right) + 180^\circ.$$

Für die tatsächliche Strömung eines Laufrades mit endlicher Schaufelzahl ist entsprechend

$$\beta_2 = \arctan\left(\frac{c_{2m}}{c_{2u} - u_2}\right) + 180^\circ$$

mit

$$c_{2u} = \frac{gH_{th}}{u_2} = \frac{gH}{\eta_h u_2}.$$

Unmittelbar hinter dem Laufrad ist die Meridiangeschwindigkeit wegen des Fortfalls der Verengung durch die Schaufeln kleiner als im Laufrad selbst

$$c_{3m} = \frac{\dot{V}}{\pi D_2 b_2},$$

womit sich der Abströmwinkel β_3 errechnen lässt

$$\beta_3 = \arctan\left(\frac{c_{3m}}{c_{2u} - u_2}\right) + 180^\circ.$$

Die Anzahl der Laufschaufeln wird so festgelegt, dass der Quotient aus der gestreckten Länge einer Schaufel und der mittleren Kanalweite $L/a = 3$ bis 6 wird, wobei der Bereich von 4 bis 5 besonders empfohlen wird [17]. Als Anhalt gilt auch nach [16]

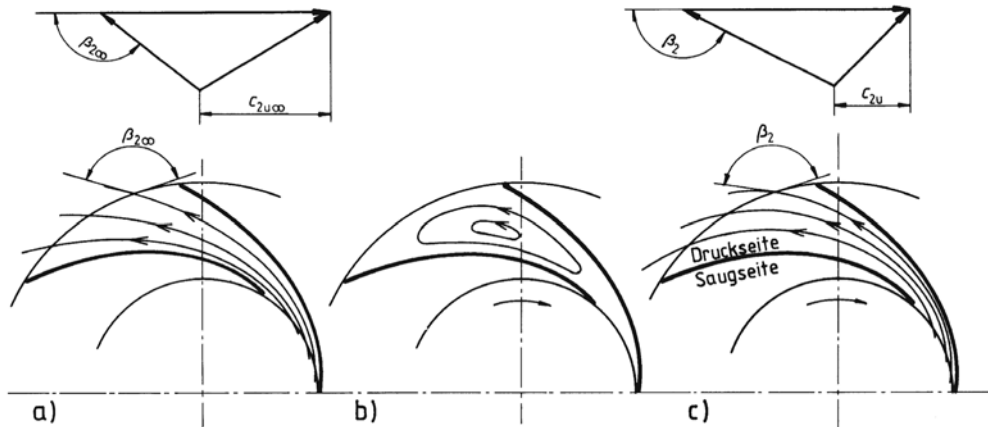
$$z'' = (5 \div 6,5) \frac{D_2 + D_1}{D_2 - D_1} \sin\left(\frac{\beta_{2\infty} + \beta_1}{2}\right).$$

5.3.3 Relativer Kanalwirbel

Die reibungsfreie Relativströmung durch einen radialen Schaufelkanal kann man sich aus der Überlagerung der Durchflussströmung bei stillstehendem Laufrad mit der Strömung im umlaufenden Kanal bei verhindertem Durchfluss (Bild 5.18) entstanden denken. Diese letztere besteht in einer Wirbelbewegung mit zum Laufrad entgegengesetztem Drehsinn, denn wegen der vorausgesetzten Reibungsfreiheit kann die Rotation des Rades nicht auf die Flüssigkeit übertragen werden, sodass die Absolutströmung drehungsfrei bleiben muss.

Da nun die Geschwindigkeit des relativen Kanalwirbels auf der Vorderseite der Schaufel, deren Druckseite, dem Durchfluss entgegen gerichtet ist, entsteht dort eine kleine resultierende Geschwindigkeit, erkennbar am größeren Abstand der Stromlinien in Bild 5.18 c, und ein entsprechend hoher Druck. Umgekehrt wird auf der Schaufelrückseite oder Saugseite die Durchflussgeschwindigkeit durch die Wirbelgeschwindigkeit verstärkt und der Druck verringert.

Die Existenz des Kanalwirbels ist demnach ursächlich mit dem Auftreten einer Kraftwirkung auf die Schaufeln verknüpft. Als weitere Folge des relativen Kanalwirbels lässt sich zeigen, dass in der Mitte eines Schaufelkanals die Stromlinien nicht schaufelkongruent

**Bild 5.18** Strömung im Laufschaufelkanal

a) schaufelkongruente Durchflussströmung
c) resultierende Strömung

b) relativer Kanalwirbel

sein können, denn der relativen Austrittsgeschwindigkeit aus der Durchflussströmung wird dort eine der Drehrichtung entgegen gerichtete Umfangskomponente aus der Wirbelströmung überlagert. Die resultierende Strömung hat deshalb eine etwas kleinere Umfangskomponente als es der Schaufelkrümmung entsprechen würde. Das gilt natürlich auch für die über den Umfang gemittelte Strömung unmittelbar hinter dem Laufrad. Die in der Richtung der Laufraddrehung positiv gewertete Umfangskomponente der Austrittsgeschwindigkeit ist kleiner als bei der schaufelkongruenten Strömung.

5.3.4 Minderleistung

Wie der vorige Abschnitt ergeben hat, ist die Umfangskomponente der Austrittsgeschwindigkeit c_{2u} und damit auch die Förderhöhe kleiner als bei schaufelkongruenter Strömung. In der Berechnung wird dies durch den schon eingeführten Minderleistungsfaktor berücksichtigt

$$1 + p = \frac{H_{th\infty}}{H_{th}} = \frac{c_{2u\infty}}{c_{2u}}.$$

Näherungsbetrachtung. Der Unterschied der Umfangskomponenten $c_{2u\infty}$ und c_{2u} kann aus dem relativen Kanalwirbel berechnet werden

$$c_{2u\infty} - c_{2u} = w_{2u\infty} - w_{2u} = \omega \frac{a_2}{2}.$$

Hierin ist mit $a_2 = t_2 \sin \beta_2 = (\pi D_2 / z'') \sin \beta_2$ die Kanalweite am Laufradaustritt eingesetzt. Damit wird

$$1 + p = \frac{c_{2u\infty}}{c_{2u}} = \frac{c_{2u} + \frac{\pi \omega D_2 \sin \beta_2}{2 z''}}{c_{2u}} = 1 + \frac{\pi u_2 \sin \beta_2}{z'' c_{2u}}.$$

Durch Erweitern mit $2u_2$ sowie mit der Definition der Druckzahl

$$\psi = \frac{2gH}{u_2^2} = \frac{2u_2 c_{2u} \eta_h}{u_2^2}$$

wird daraus

$$1 + p = 1 + \frac{2\pi u_2^2 \sin \beta_2}{z'' 2u_2 c_{2u}} = 1 + \frac{2\pi \sin \beta_2 \eta_h}{z'' \psi} \quad (5.3)$$

Einleuchtender Weise nähert sich der Minderleistungsfaktor mit der Laufschaufelzahl z'' gegen unendlich dem Grenzwert eins. Außerdem zeigt Gl. (5.3), dass p vom Austrittswinkel β_2 und von der Druckzahl ψ abhängt. Zur Abschätzung der Größenordnung von p kann für radiale Pumpenräder eingesetzt werden

$$\psi \approx 1; \quad \beta_2 = 150^\circ \div 160^\circ; \quad \eta_h \approx 0,8; \quad z'' = 5 \div 9,$$

womit sich $p = 0,2 \div 0,5$ ergibt.

Der Minderleistungseffekt ist demnach bei Radialpumpen in jedem Fall recht beträchtlich und kann im Gegensatz zu Turbinen keinesfalls vernachlässigt werden.

Verfahren von Pfleiderer Während sich mit Gl. (5.3) die allgemeinen Zusammenhänge gut verstehen lassen, ist sie als Grundlage der Laufradberechnung nicht genau genug. Dagegen hat sich ein von C. Pfleiderer [16] eingeführtes Berechnungsverfahren bewährt, das vom statischen Moment der mittleren Meridianstromlinie ausgeht, also mit den Bezeichnungen von Bild 5.19

$$S = \int_{r_1}^{r_2} r dl.$$

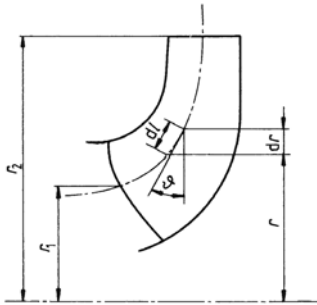


Bild 5.19 Zum statischen Moment der mittleren Stromlinie

Ferner wird ein Beiwert λ^* benutzt, der von der Art des Leitapparates abhängt

$$p = \lambda^* \frac{r_2^2 (4 - \beta_{2\infty}/60^\circ)}{z'' S} \quad (5.4)$$

mit $\beta_{2\infty}$ in Winkelgrad und

$$\begin{array}{ll} \lambda^* = 0,65 \text{ bis } 0,85 & \text{Spiralgehäuse als einziger Diffusor} \\ \lambda^* = 0,85 \text{ bis } 1,0 & \text{schaufelloser Leitring} \\ \lambda^* = 0,6 & \text{beschaufeltes Leitrad.} \end{array}$$

Für ein rein radiales Laufrad ist $dl = dr$, sodass das statische Moment analytisch berechnet werden kann

$$S = \int_{r_1}^{r_2} r dr = \frac{r_2^2 - r_1^2}{2}.$$

In anderen Fällen wird das Integral durch eine Summe ersetzt, die sich numerisch auswerten lässt

$$S = \sum_{r_1}^{r_2} r \Delta l.$$

Beispiel 5.2 Für das Laufrad von Beispiel 5.1 mit den Werten

$H=60\text{m}$; $\dot{V}=0,08\text{m}^3/\text{s}$; $n=24,5\text{ 1/c}$; $D_1=0,17\text{m}$; $D_2=0,414\text{m}$; $b_1=0,048\text{m}$; $b_2=0,032\text{m}$ sind die Geschwindigkeitsdreiecke zu berechnen.

Lösung. Mit geschätzten Werten $\tau_1=0,85$ und $\tau_2=0,75$ wird:

$$u_1 = -w_{1u} = \pi n D_1 = \pi \cdot 24,5\text{ 1/s} \cdot 0,17\text{m} = 13,08\text{m/s}$$

$$c_{1m} = w_{1m} = \frac{\dot{V}}{\pi D_1 b_1 \tau_1} = \frac{0,08\text{m}^3/\text{s}}{\pi \cdot 0,17\text{m} \cdot 0,048\text{m} \cdot 0,85} = 3,67\text{m/s}$$

$$w_1 = \sqrt{w_{1u}^2 + w_{1m}^2} = \sqrt{(13,08^2 + 3,67^2)\text{m}^2/\text{s}^2} = 13,59\text{m/s}$$

$$\beta_1 = \arctan\left(\frac{w_{1m}}{w_{1u}}\right) + 180^\circ = \arctan\left(\frac{3,67\text{m/s}}{-13,08\text{m/s}}\right) + 180^\circ = 164,3^\circ$$

$$u_2 = \pi n D_2 = \pi \cdot 24,5\text{ 1/s} \cdot 0,414\text{m} = 31,87\text{m/s}$$

$$c_{2m} = \frac{\dot{V}}{\pi D_2 b_2 \tau_2} = \frac{0,08\text{m}^3/\text{s}}{\pi \cdot 0,414\text{m} \cdot 0,032\text{m} \cdot 0,75} = 2,56\text{m/s}.$$

Für die weitere Berechnung des Austrittsdreiecks wird zunächst angenommen :

$$z'' = 9$$

$$\beta_{2\infty} = 140^\circ \quad (\text{vorläufig geschätzt})$$

$$\lambda^* = 0,65 \quad (\text{Spiralgehäuse als einziger Leitdiffusor})$$

$$\eta_h = 0,82.$$

Damit folgt weiter

$$S = \frac{r_2^2 - r_1^2}{2} = \frac{D_2^2 - D_1^2}{8} = \frac{(0,414^2 - 0,17^2)\text{m}^2}{8} = 0,0178\text{m}^2$$

$$p = \frac{\lambda^* D_2^2 (4 - \beta_{2\infty}/60^\circ)}{4 z'' S} = \frac{0,65 \cdot 0,414\text{m}^2 \cdot (4 - 140/60^\circ)}{4 \cdot 9 \cdot 0,0178\text{m}^2} = 0,290$$

$$H_{\text{th}\infty} = \frac{1+p}{\eta_h} H = \frac{1+0,290}{0,82} \cdot 60\text{m} = 94,1\text{m}$$

$$c_{2u\infty} = \frac{g H_{\text{th}\infty}}{u_2} = \frac{9,81\text{m/s}^2 \cdot 94,1\text{m}}{31,87\text{m/s}} = 28,96\text{m/s}$$

$$w_{2u\infty} = c_{2u\infty} - u_2 = (28,96 - 31,87)\text{m/s} = -2,91\text{m/s}$$

$$w_{2\infty} = \sqrt{c_{2m}^2 + w_{2u\infty}^2} = \sqrt{(2,56^2 + 2,91^2) \text{ m}^2/\text{s}^2} = 3,88 \text{ m/s}$$

$$\beta_{2\infty} = \arctan\left(\frac{c_{2m}}{w_{2u\infty}}\right) + 180^\circ = \arctan\left(\frac{2,56 \text{ m/s}}{-2,91 \text{ m/s}}\right) + 180^\circ = 138,7^\circ.$$

In Bild 5.16 b sind die Geschwindigkeitsdreiecke gezeichnet.

5.3.5 Festlegen des Schaufelverlaufs

Kreisbogenschaufeln. Bei einem langsamläufigen Radialrad nach Bild 5.3 a sind die Schaufeln nur einfach gekrümmt. Im einfachsten Fall bildet ihre Skelettlinie einen Kreisbogen, dessen Radius und Exzentrizität aus den Durchmessern am Ein- und Austritt und den dort vorgeschriebenen Winkeln β_1 und $\beta_{2\infty}$ mittels des Cosinus-Satzes der Trigonometrie berechnet werden.

Mit den Bezeichnungen von Bild 5.20 a gilt für die Dreiecke MPE und MQE

$$e^2 = r_1^2 + R^2 - 2r_1R \cos(180^\circ - \beta_1)$$

$$e^2 = r_2^2 + R^2 - 2r_2R \cos(180^\circ - \beta_{2\infty})$$

und daraus

$$R = \frac{D_2^2 - D_1^2}{4(D_1 \cos \beta_1 - D_2 \cos \beta_{2\infty})} \quad (5.5)$$

$$e = \sqrt{\frac{D_2^2}{4} + R^2 + D_2 R \cos \beta_{2\infty}} \quad (5.6)$$

falls β_1 und $\beta_{2\infty}$ stumpfe Winkel sind, wie es bei diesen Pumpenrädern regelmäßig der Fall ist.

Kreisbogenschaufeln sind einfach herzustellen und erfüllen die Bedingung stetigen Krümmungsverlaufs. Dagegen sind aus mehreren Kreisbögen zusammengesetzte Schaufeln nicht zu empfehlen.

Punktweise berechnete Schaufel. Für höhere Ansprüche werden einzelne Punkte der Skelettlinie berechnet, deren Form dann festliegt, wenn ein Funktionszusammenhang der Polarkoordinaten $r = f(\varphi)$ gefunden ist (Bild 5.20 b).

Für den Schaufelwinkel β gilt an einer beliebigen Stelle

$$\tan(180^\circ - \beta) = \frac{dr}{r d\varphi} \quad \text{und} \quad \sin(180^\circ - \beta) = \frac{c_m}{w}.$$

Mit der trigonometrischen Beziehung

$$\tan x = \frac{\sin x}{\sqrt{1 - \sin^2 x}} \quad \text{folgt daraus}$$

$$d\varphi = \frac{\sqrt{w^2 - c_m^2}}{r c_m} dr; \quad \varphi = \int_{r_1}^r \frac{\sqrt{w^2 - c_m^2}}{r c_m} dr.$$

Dabei ist die Meridiankomponente c_m in ihrer Abhängigkeit vom Radius aus dem Volumenstrom und dem Meridianschnitt berechenbar, und die Schaufelform kann demnach so festgelegt werden, dass ein vorgegebener Verlauf der Relativgeschwindigkeit w eingehalten wird, während er bei der Kreisbogenschaufel nur nachträglich kontrolliert werden kann.

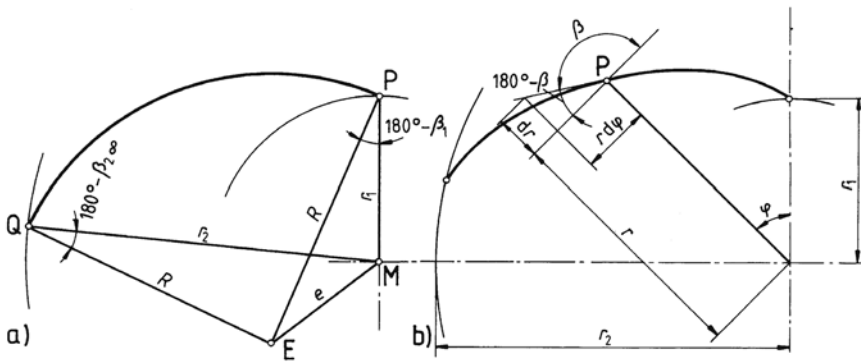


Bild 5.20 Schaufelverlauf

a) Kreisbogenschaufel

b) punktweise berechnete Schaufel

Für die praktische Berechnung wird das Integral durch eine Summe ersetzt, die tabellarisch ausgewertet wird, wie es die Tabelle 5.1 zeigt.

$$\varphi = \sum_{r_1}^r \frac{\sqrt{w^2 - c_m^2}}{r c_m} \Delta r. \quad (5.7)$$

Mit dem nun bekannten Zusammenhang der Größen r und φ wird das Laufrad in Grund- und Aufriss, also in einer zur Maschinenachse senkrechten und in der meridionalen Ebene gezeichnet. Zur Kontrolle wird überprüft, ob der Schaufelkanal einen gleichwertigen geradachsigen Kegeldiffusor mit nicht zu starker Erweiterung ergibt. Dazu wird über der Abwicklung des Schaufelskeletts der dem jeweiligen Querschnitt

$$A = \frac{\pi D b \sin(180^\circ - \beta)}{z''} = \frac{\pi D b c_m}{z'' w} \quad (5.8)$$

entsprechende Durchmesser einer gleichwertigen Kreisfläche $d = \sqrt{4A/\pi}$ aufgetragen. Der halbe Kegelöffnungswinkel sollte im Mittel nicht größer sein als 4° , darf aber in der Nähe der Eintrittskante etwas größer sein.

Beispiel 5.3. Für das Laufrad der Beispiele 5.1 und 5.2 ist der Verlauf einer Kreisbogenschaufel und einer punktweise berechneten Schaufel zu entwerfen.

Bereits bekannt sind

$$D_1 = 0,17 \text{ m}; D_2 = 0,414 \text{ m}; \beta_1 = 164,3^\circ; \beta_{2\infty} = 138,7^\circ; \dot{V} = 0,08 \text{ m}^3/\text{s}.$$

Lösung. Die Kreisbogenschaufel ist durch die beiden Maße R und e vollständig beschrieben

$$R = \frac{D_2^2 - D_1^2}{4(D_1 \cos \beta_1 - D_2 \cos \beta_{2\infty})} = \frac{0,414^2 \text{ m}^2 - 0,17^2 \text{ m}^2}{4(0,17 \text{ m} \cdot \cos 164,3^\circ - 0,414 \text{ m} \cdot \cos 138,7^\circ)} = 0,242 \text{ m}$$

$$e = \sqrt{D_2^2/4 + R^2 + D_2 R \cos \beta_{2\infty}}$$

$$= \sqrt{0,414^2 \text{ m}^2/4 + 0,242^2 \text{ m}^2 + 0,414 \text{ m} \cdot 0,242 \text{ m} \cdot \cos 138,7^\circ} = 0,1616 \text{ m}.$$

Für die punktweise berechnete Schaufel wird zunächst ein stetiger Verlauf der Relativgeschwindigkeit über dem Radius angenommen (Bild 5.16 c) und damit die Berechnung nach Gl. (5.7) durchgeführt (Tabelle 5.1). Das Ergebnis ist in Bild 5.16 eingetragen und mit der Kreisbogenschaufel verglichen. Zur Kontrolle sind auch nach Gl. (5.8) die Durchmesser des mit dem Schaufelkanal gleichwertigen Kegeldiffusors berechnet und in Bild 5.16 d dargestellt worden.

Tabelle 5.1 Punktweise Berechnung einer Laufschaufel Beispiel 5.1

Nr	r	Δr	b	c_m	w	$\Delta \varphi$	φ	d
	mm	mm	mm	m/s	m/s	°	°	mm
0	85		48	3,67	13,59		0	31,3
1	100	15	42	3,57	9,35	20,80	20,80	37,8
2	112,5	12,5	40	3,33	7,13	12,05	32,86	43,2
3	125	12,5	38,9	3,08	5,87	9,30	42,15	47,6
4	137,5	12,5	37,9	2,87	4,92	7,25	49,40	52,0
5	150	12,5	36,8	2,71	4,45	6,22	55,62	54,7
6	162,5	12,5	35,8	2,57	4,2	5,70	61,32	56,3
7	175	12,5	34,7	2,47	4	5,21	66,53	57,7
8	187,5	12,5	33,7	2,37	3,9	4,99	71,53	58,4
9	200	12,5	32,6	2,44	3,8	4,28	75,80	61,0
10	207	7	32	2,56	3,8	2,13	77,93	63,0

Zur Erläuterung der Berechnung soll die vierte Zeile der Tabelle 5.1 als Beispiel dienen.

Die Breite $b = 37,9 \text{ mm}$ beim Radius $r = 137,5 \text{ mm}$ ist aus der Zeichnung abgemessen worden. Damit und mit einem Verengungsfaktor $\tau = 0,85$ errechnet sich die Meridiangeschwindigkeit zu

$$c_m = \frac{\dot{V}}{2\pi r b \tau} = \frac{0,08 \text{ m}^3/\text{s}}{2 \cdot \pi \cdot 0,1375 \text{ m} \cdot 0,0379 \text{ m} \cdot 0,85} = 2,87 \text{ m/s}.$$

$\Delta r = 12,5 \text{ mm}$ ist die Differenz gegenüber dem Radius der vorangehenden Zeile. Die Relativgeschwindigkeit $w = 4,92 \text{ m/s}$ ist aus Bild 5.16 c abgelesen. Damit:

$$\Delta \varphi = \frac{\sqrt{w^2 - c_m^2}}{r c_m} \Delta r = \frac{\sqrt{(4,92^2 - 2,87^2) \text{ m}^2/\text{s}^2}}{0,1375 \text{ m} \cdot 2,87 \text{ m/s}} \cdot 0,0125 \text{ m} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = 7,25^\circ$$

und durch Addition zum Winkel der dritten Zeile $\varphi = 42,15^\circ + 7,25^\circ = 49,40^\circ$. Fläche und Durchmesser eines flächengleichen Kreises sind nach Gl. (5.8)

$$A = \frac{2\pi r b c_m}{z'' w} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 0,1375 \text{ m} \cdot 0,0379 \text{ m} \cdot 2,87 \text{ m/s}}{9 \cdot 4,92 \text{ m/s}} = 0,00212 \text{ m}^2$$

$$d = \sqrt{4A/\pi} = \sqrt{4 \cdot 0,00212 \text{ m}^2 / \pi} = 0,052 \text{ m} = 52 \text{ mm}.$$

5.3.6 Doppelt gekrümmte Laufschaufeln

Mittlere Meridianstromlinie. Bei Laufrädern höherer Schnellläufigkeit, deren Schaufeln doppelt gekrümmt sind (Bild 5.3.b bis d), muss die zuletzt besprochene Berechnung für mehrere Stromlinien, mindestens je eine am Innen- und am Außenkranz und eine in der Mitte des Laufrades, durchgeführt werden.

Diese mittlere Stromlinie kann im Meridianschnitt unter der vereinfachenden Annahme einer über den Querschnitt konstanten Meridiangeschwindigkeit folgendermaßen zeichnerisch konstruiert werden (Bild 5.21).

In den Meridianschnitt wird eine Schar von Kreisen so eingezeichnet, dass sie die Innen- und Außenkontur berühren. Durch die Berührungspunkte A und I eines dieser Kreise wird eine Gerade gezogen, die die Laufradmittellinie in P schneidet. Über der Strecke $\overline{AI}$ wird mit dem Mittelpunkt R ein Halbkreis gezeichnet und die Mittelsenkrechte errichtet, die sich beide in Q schneiden. Mit dem Radius $\overline{PQ}$ wird um P ein Kreisbogen geschlagen. Der Schnittpunkt M des Kreisbogens mit der Geraden A I P ist ein Punkt der gesuchten mittleren Meridianstromlinie.

Die angegebene Konstruktion halbiert die der Strecke $\overline{AI}$ entsprechende Kegelmantelfläche. Es ist also

$$\overline{AP}^2 - \overline{MP}^2 = \overline{MP}^2 - \overline{IP}^2$$

wie durch Betrachtung des rechtwinkligen Dreiecks P Q R mit den Katheten $\overline{PR} = (\overline{AP} + \overline{IP})/2$ und $\overline{QR} = (\overline{AP} - \overline{IP})/2$ und der Hypotenuse $\overline{QP} = \overline{MP}$ nachzuweisen ist.

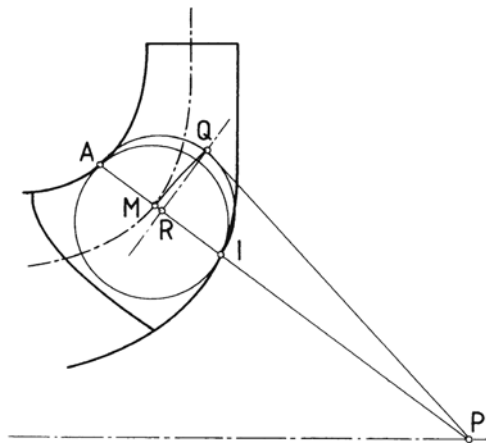


Bild 5.21

Konstruktion der mittleren Meridianstromlinie

Schaufelentwurf. Bei der Berechnung des Schaufelskeletts ist zu beachten, dass der Winkel β bei einem nicht rein radialen Laufrad in der Grundrissebene verzerrt abgebildet wird. Ist β' dieser verzerrte Winkel und ϑ der Winkel zwischen der Tangente an die Meridianstromlinie und dem Radius (Bild 5.22) so gilt

$$\tan(180^\circ - \beta') = \cos \vartheta \tan(180^\circ - \beta),$$

womit Gl. (5.7) in die folgende Form übergeht

$$\varphi = \sum_{r_1}^r \frac{\sqrt{w^2 - c_m^2}}{r \cos \vartheta} \Delta r. \quad (5.9)$$

Hiermit wird der Grundriss wie bei der einfach gekrümmten Schaufel aufgezeichnet. Außer der dort genannten Kontrolle sorgt man aber noch dafür, dass die Eintrittskante in einer radialen Ebene, ihre Projektion in den Grundriss also auf einem Radius liegt, und dass zugleich die Austrittskante den gewünschten, meist ebenfalls radialen Verlauf hat. Da diese Forderung auf Anhieb nicht erfüllt sein wird, muss der angenommene w -Verlauf für einzelne Stromlinien korrigiert werden.

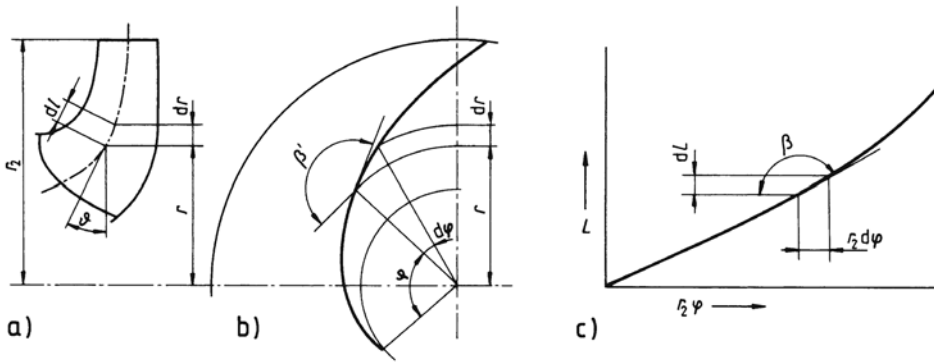


Bild 5.22 Laufschaufelkonstruktion mittels konformer Abbildung

a) Meridianschnitt

b) Grundriss

c) konforme (winkeltreue) Abbildung

Konforme Abbildung. Zur Erleichterung des Entwurfs wird die Schaufel außer im Grund- und Aufriss noch in Hilfsebenen gezeichnet, die eine konforme, d.h. winkeltreue Abbildung der von den Meridianstromlinien dargestellten Rotationsflächen gestatten (Bild 5.22).

Auf der Abszissenachse wird mit $r_2 \varphi$ der Umfang des Laufradaußenkreises aufgetragen. Für die Ordinate L ergibt sich aus der Forderung der Winkeltreue

$$\frac{dL}{r_2 d\varphi} = \frac{dl}{r d\varphi} = \tan(180^\circ - \beta)$$

$$dL = \frac{r_2}{r} dl = \frac{r_2}{r \cos \vartheta} dr; \quad L = r_2 \int_{r_1}^r \frac{dl}{r} = r_2 \int_{r_1}^r \frac{dr}{r \cos \vartheta}.$$

Zur praktischen Anwendung werden die Differentiale durch Differenzen und die Integrale durch Summen ersetzt, also

$$\Delta L = \frac{r_2}{r} \Delta l = \frac{r_2}{r \cos \vartheta} \Delta r; \quad L = r_2 \sum_{r_1}^r \frac{\Delta l}{r} = r_2 \sum_{r_1}^r \frac{\Delta r}{r \cos \vartheta}. \quad (5.10)$$

Außer der unverzerrten Wiedergabe der Schaufelwinkel β werden hier schleifende Schnitte beim Aufzeichnen der Schaufel vermieden, die in der Grundrissebene auftreten, wenn $\cos \vartheta$ klein wird, die Schaufel sich also der axialen Form nähert, was bei höherer

Schnellläufigkeit am Eintritt der Fall ist. Außerdem kann bei vorgegebener Lage der Ein- und Austrittskante die Schaufelkontur sofort eingetragen und dabei der Verlauf des Winkels β direkt überprüft werden.

Beispiel 5.4. Für die Betriebsdaten $\dot{V}=0,05\text{ m}^3/\text{s}$; $H=42\text{ m}$; $n=49\text{ 1/s}$ ist ein Pumpenlaufrad zu entwerfen.

Lösung. Aus den gegebenen Daten errechnet sich die Schnellläufigkeit zu $\sigma=0,253$. Die Meridianform wird ähnlich wie in Beispiel 5.1 festgelegt (Bild 5.23 a), wobei die mittlere Stromlinie wie in Bild 5.21 angegeben konstruiert wird.

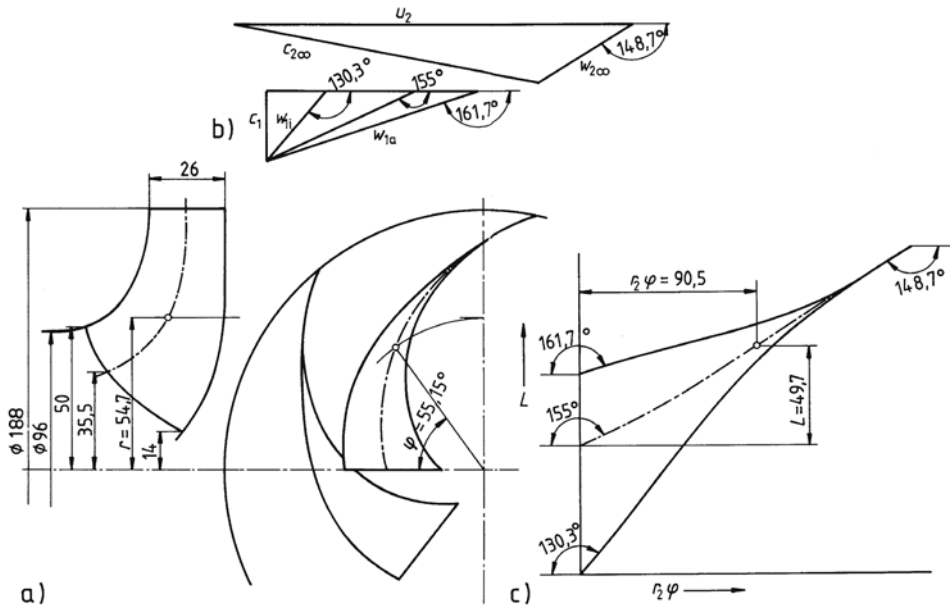


Bild 5.23 Laufrad mit räumlich gekrümmten Schaufeln (Beispiel 5.4 und Tabelle 5.3)

- a) Laufrad
- b) Geschwindigkeitsplan
- c) konforme Abbildung

Die Geschwindigkeitsdreiecke werden nach dem Muster von Beispiel 5.2 berechnet und zwar für die innere, die mittlere und die äußere Stromlinie (Tabelle 5.2 und Bild 5.23 b).

Wie in Beispiel 5.3 aber mit Gl. (5.9) wird nun die mittlere Stromlinie in den Grundriss übertragen (Bild 5.23 a) und konform abgebildet (Bild 5.23 c). Zur Erläuterung der Tabelle 5.3 wird deren dritte Zeile nachgerechnet.

$$c_m = \frac{\dot{V}}{2\pi r b \tau} = \frac{0,05\text{ m}^3/\text{s}}{2 \cdot \pi \cdot 0,0547\text{ m} \cdot 0,038\text{ m} \cdot 0,874} = 4,38\text{ m/s}$$

$$\Delta\varphi = \frac{\sqrt{w^2 - c_m^2}}{r \cos \vartheta c_m} = \frac{\sqrt{(8,6^2 - 4,38^2)\text{ m}^2/\text{s}^2}}{0,0547\text{ m} \cdot 0,898 \cdot 4,38\text{ m/s}} \cdot 0,0084 \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = 16,56^\circ$$

$$\Delta L = \frac{r_2}{r \cos \vartheta} \Delta r = \frac{94 \text{ mm}}{54,7 \text{ mm} \cdot 0,898} \cdot 8,4 \text{ mm} = 16,07 \text{ mm}.$$

Tabelle 5.2 Berechnung der Geschwindigkeitsdreiecke (Beispiel 5.4)

		Innen	Mitte	Außen
D_1	mm	28	71	100
u_1	m/s	4,31	10,93	15,93
c_1	m/s	5,08	5,08	5,08
β_1	°	130,3	155,0	161,7
D_2	mm	188		
u_2	m/s	28,94		
c_{2m}	m/s	4,17		
$c_{2u\infty}$	m/s	22,08		
$w_{2u\infty}$	m/s	-6,86		
$\beta_{2\infty}$	°	148,7		

Tabelle 5.3 Berechnung einer räumlich gekrümmten Laufschaufel (Beispiel 5.4)
mittlere Stromlinie

Nr	r	Δr	$\cos \vartheta$	c_m	w	$\Delta \varphi$	φ	φr_2	ΔL	L
	mm	mm	1	m/s	m/s	°	°	mm	mm	mm
0	35,5		0,320	5,08	12,06		0,00	0,0		0,0
1	39,5	4,0	0,625	4,70	10,35	18,21	18,21	29,9	15,23	15,2
2	46,3	6,8	0,792	4,50	9,35	20,38	38,59	63,3	18,36	33,6
3	54,7	8,4	0,898	4,38	8,60	16,56	55,15	90,5	16,07	49,7
4	64,1	9,4	0,960	4,28	8,00	13,82	68,97	113,2	14,36	64,0
5	74,0	9,9	0,992	4,23	7,75	11,86	80,83	132,6	12,68	76,7
6	84,0	10,0	1,000	4,18	7,70	10,55	91,39	149,9	11,19	87,9
7	94,0	10,0	1,000	4,17	8,04	10,05	101,43	166,4	10,00	97,9

Für die Stromlinien an der Innen- und Außenkontur wird nun ebenfalls das Maß L der konformen Abbildung nach Gl. (5.10) berechnet (Tabelle 5.3). Beide Stromlinien werden nun so in die Abbildung eingetragen, dass die zuvor berechneten Winkel am Ein- und Austritt durch Kurven mit stetigem Krümmungsverlauf verbunden werden, und dass der Umschlingungswinkel wie in der mittleren Stromlinie eingehalten wird. Jetzt können die zu den jeweiligen Radien gehörigen Winkel der Abbildung entnommen und in den Grundriss übertragen werden.

Tabelle 5.3 Fortsetzung

innere Stromlinie						äußere Stromlinie					
	r	Δr	$\cos \vartheta$	ΔL	L		r	Δr	$\cos \vartheta$	ΔL	L
	mm	mm	1	mm	mm		mm	mm	1	mm	mm
0	14,0		0,731		0,0	0	50,0		0,366		0,0
1	22,0	8,0	0,866	39,47	39,5	1	55,8	5,8	0,683	14,31	14,3
2	31,2	9,2	0,930	29,80	69,3	2	63,9	8,1	0,849	14,03	28,3
3	40,8	9,6	0,970	22,80	92,1	3	73,2	9,3	0,947	12,61	41,0
4	50,6	9,8	0,988	18,43	110,5	4	83,0	9,8	0,983	11,29	52,2
5	60,5	9,9	0,998	15,41	125,9	5	94,0	11,0	0,995	11,05	63,3
6	70,5	10,0	1,000	13,33	139,3						
7	80,5	10,0	1,000	11,68	150,9						
8	94	13,5	1,000	13,50	164,4						

5.4 Berechnung weiterer Einzelteile

5.4.1 Radiale Leitapparate

Den Laufrädern der Radialpumpen wird ein als Diffusor wirkender Leitapparat nachgeschaltet. Er hat die Aufgabe, die aus dem Laufrad austretende Drallströmung möglichst verlustarm in eine drallfreie Strömung umzuwandeln. Dabei wird der Betrag der Geschwindigkeit vermindert und der Druck erhöht. Die Leitapparate können als feststehende Schaufelkränze oder als schaufellose Ringdiffusoren ausgebildet sein. Beide Arten werden bei Zwischenstufen mehrstufiger Pumpen durch Rückführschaufeln fortgesetzt, die das Fluid der nächsten Stufe zuführen. In der letzten Stufe bzw. bei einstufigen Maschinen schließt an den Leitapparat das Spiralgehäuse an, das aber oft, insbesondere bei kleinen einstufigen Pumpen, bei denen auf einen eigentlichen Leitapparat verzichtet wird, den einzigen nachgeschalteten Diffusor darstellt.

Strömungsverhältnisse. Da die Eintrittsgeschwindigkeit in den Leitapparat mit der Frequenz der vorbeigehenden Laufschaufeln nach Betrag und Richtung erheblich schwankt, bildet sich eine stark instationäre Strömung aus. Die Grenzschicht wächst durch den Druckanstieg und die Geschwindigkeitsabnahme viel stärker als im Laufrad an, wo das Grenzschichtmaterial durch die Fliehkräfte abgeschleudert wird. In der Nähe der seitlichen Begrenzungswände des Leitapparates kommt es deshalb zu einer noch durch die absaugende Wirkung der Laufradspalte unterstützten Rückströmung.

Bei einem beschauelten Leitdiffusor löst sich die Strömung von der Schaufel jedesmal ab, wenn eine der Nachlaufdellen der Laufradströmung vorüberzieht, wodurch der Durchfluss eines Leitschaufelkanals periodisch versperrt werden kann.

Leitradbreite. Ein Leitring mit oder ohne Schaufeln wird am Eintritt um etwa 1 bis 2 mm breiter gemacht als das Laufrad an seinem Austritt. So werden in die Strömung hereinragende Kanten vermieden, und die dickere Grenzschicht berücksichtigt. Über die radiale Erstreckung des Leitrades hin bleibt die Breite konstant oder nimmt nach außen leicht zu.

Leitradeintritt. Der Winkel α_4 ist wegen der geschilderten Kompliziertheit der Strömung nur durch Versuche optimal zu ermitteln. Unter der Annahme drallfreier Zuströmung zum Laufrad ergibt sich aus dem Kontinuitätssatz Gl. (1.2) und der Hauptgleichung (1.49)

$$\tan \alpha_4^* = \frac{c_{4m}}{c_{4u}} = \frac{\dot{V}/(\pi D_4 b_4)}{gH/(\eta_h \pi n D_4)} = \frac{\dot{V} \eta_h n}{g H b_4}. \quad (5.11)$$

Dieser Winkel ist aber noch folgendermaßen zu korrigieren

$$\tan \alpha = \frac{\kappa}{\tau_4} \tan \alpha_4^*.$$

Der Verengungsfaktor τ_4 ergibt sich aus der Dicke der Diffusorscheufeln s_4 , ihrer Teilung t_4 und dem Winkel α_4 zu

$$\tau_4 = \frac{t_4 - s_4 / \sin \alpha_4}{t_4}.$$

Die Korrektur κ dagegen, die die Ungleichförmigkeit der Strömung und den Einfluss von Grenzschicht und Sekundärströmungen berücksichtigt, kann nur durch Versuche ermittelt werden. Sie liegt nach Pfleiderer [7] zwischen 1,25 und 1,8 und nach anderen Quellen [17] bis zu 2,0 wachsend mit der Zahl der Laufschaufeln.

Wird als Anfangsbogen im Schrägabschnitt der Leitschaufel eine logarithmische Spirale mit der Gleichung $r = r_4 \exp(\tan \alpha_4 \cdot \varphi)$ angenommen, so errechnet sich die Lichtweite a_4 mit der Anzahl der Leitschaufeln zu

$$a_4 = \frac{\pi D_4 \sin \alpha_4}{z'} \left(1 + \frac{\pi \sin(2 \alpha_4)}{2 z'} \right) - s_4. \quad (5.12)$$

Auf die Einhaltung dieser Lichtweite (Bild 5.24) kommt es nach [7] mehr an als auf den Winkel α_4 selbst. Die Formgebung als logarithmische Spirale ist dagegen nicht wesentlich.

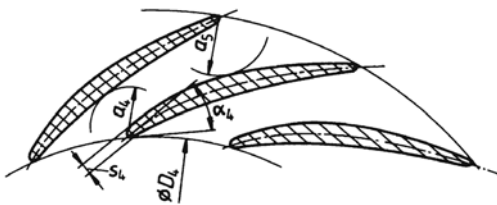


Bild 5.24
Leitschaufeln

Leitradaustritt. Die Lichtweite am Austritt wird etwa um das 1,5- bis 1,75-fache größer als am Eintritt ausgeführt. Bei einer abgewinkelten Kanallänge von etwa $4a_4$ entspricht das einem Diffusoröffnungswinkel von 7 bis 11°. Die Leitschaufeln können wie die Laufschaufeln als Kreisbögen oder als punktweise berechnete Schaufeln gestaltet werden.

Leitschaufelzahl. Die Anzahl z' ergibt sich aus der Forderung, dass die Leitkanäle an ihrem Eintritt einen angenähert quadratischen Querschnitt haben sollen zu

$$z' \approx \frac{\pi D_4 \sin \alpha_4}{b_4 + s_4}. \quad (5.13)$$

Sie darf keinesfalls mit der Laufschaufelzahl z'' übereinstimmen und sollte mit ihr kein kleineres gemeinsames Vielfaches als z'/z'' haben.

5.4.2 Spiralgehäuse

Das Spiralgehäuse, das die Verbindung zur Druckrohrleitung herstellt, wirkt wie ein Leitdiffusor mit einer einzigen Schaufel. Dabei entspricht die Spirale dem Schrägabschnitt eines Schaufelgitters und der anschließende Konus dem eigentlichen Leitkanal.

Linearer Querschnittsverlauf. Die Spiralen werden unter der Annahme gleicher mittlerer Geschwindigkeiten in den einzelnen Querschnitten oft so bemessen, dass die Fläche A linear mit dem Zentriwinkel φ anwächst. Wird φ von der Spiralsprache aus gemessen, und bezeichnet A_{360} den Querschnitt bei $\varphi = 360^\circ$, also

$$A = A_{360} \frac{\varphi^\circ}{360^\circ} = A_{360} \frac{\varphi}{2\pi}. \quad (5.14)$$

Diese einfache Art der Dimensionierung trägt jedoch den Strömungsverhältnissen nur ungenügend Rechnung. Die gekrümmten Stromlinien sind nämlich überhaupt nur dadurch möglich, dass der Druck nach außen zu- und die Geschwindigkeit entsprechend abnimmt. Demnach sind die mittleren Geschwindigkeiten in den weiter außen liegenden großen Querschnitten merklich kleiner als in den kleineren Spiralschnitten am Anfang. Wenn darauf nicht geachtet wird, kann sich am Laufradaustritt keine rotationssymmetrische Strömung einstellen.

Konstanter Drill. Für die Strömung in der Spirale gilt nach der Momentengleichung Gl. (1.46)

$$r c_u = r_i c_{iu} = K,$$

wobei r_i der Radius und c_{iu} die Umfangskomponente der Geschwindigkeit am Innenrand der Spirale sind. Damit errechnet sich der längs des Bogens $r_i \varphi$ eintretende und durch den Spiralquerschnitt beim Winkel φ durchströmende Volumenstrom

$$\dot{V}_\varphi = \frac{\varphi}{2\pi} \dot{V} = \int_{r_i}^R c_u dA = K \int_{r_i}^R \frac{b}{r} dr. \quad (5.15)$$

Konstante Kanalbreite. Das Integral in Gl. (5.15) ist einfach lösbar, wenn $b = \text{konst}$

$$\frac{\varphi}{2\pi} \dot{V} = K b \ln\left(\frac{R}{r_i}\right) \quad \text{also} \quad R = r_i \exp\left(\frac{\dot{V}}{2\pi K b} \varphi\right).$$

Mit der Meridiankomponente $c_{im} = \dot{V}/(2\pi r_i b)$ und der Umfangskomponente $c_{iu} = K/r_i$ der Geschwindigkeit am Innenrand der Spirale folgt

$$R = r_i \exp\left(\frac{c_{im}}{c_{iu}} \varphi\right) = r_i \exp(\tan \alpha_i \cdot \varphi).$$

Es ergibt sich eine logarithmische Spirale, die auch sonst bei parallelen Seitenwänden die wirkungslose, kein Moment übertragende Schaufelform darstellt (Abschn. 5.4.1). Solche Spiralgehäuse mit konstanter Breite werden bei Radialgebläsen häufig, aber bei Kreiselpumpen nur selten, eigentlich überhaupt nicht verwendet.

Kreisquerschnitt (Bild 5.25). Auch in diesem bei Kreiselpumpen meist ausgeführten Fall ist das Integral der Gl. (5.15) analytisch lösbar. Mit der Kreisgleichung

$$\left(\frac{b}{2}\right)^2 + (r-a)^2 = \varrho^2; \quad b = 2\sqrt{\varrho^2 - (r-a)^2}$$

wird
$$\int_{r_i}^{r_a} \frac{b}{r} dr = 2 \int_{a-\varrho}^{a+\varrho} \frac{\sqrt{\varrho^2 - (r-a)^2}}{r} dr = 2\pi [a - \sqrt{a^2 - \varrho^2}]^1)$$

und mit $a = r_i + \varrho$

$$\int_{r_i}^R \frac{b}{r} dr = 2\pi [r_i + \varrho - \sqrt{r_i(r_i + 2\varrho)}]$$

damit folgt aus Gl. (5.15)

$$\varphi = \frac{4\pi^2 K}{\dot{V}} [r_i + \varrho - \sqrt{r_i(r_i + 2\varrho)}]$$

oder nach ϱ aufgelöst

$$\varrho = \frac{\varphi}{C} + \sqrt{2r_i \frac{\varphi}{C}} \quad \text{mit} \quad C = \frac{4\pi^2 K}{\dot{V}}. \quad (5.16)$$

1 Das Integral lässt sich mit der Substitution $\cos \varphi = \frac{a-r}{\varrho}$ umformen in

$$\begin{aligned} I &= 2 \int_{a-\varrho}^{a+\varrho} \frac{\sqrt{\varrho^2 - (r-a)^2}}{r} dr = 2\varrho \int_0^\pi \frac{1 - \cos^2 \varphi}{a/\varrho - \cos \varphi} d\varphi \\ &= 2\varrho \left[\int_0^\pi \left(\cos \varphi + \frac{a}{\varrho} \right) d\varphi + \left(\frac{a^2}{\varrho^2} - 1 \right) \int_0^\pi \frac{d\varphi}{\cos \varphi - a/\varrho} \right]. \end{aligned}$$

Das erste Teilintegral macht keine Schwierigkeiten, das zweite ist in Formelsammlungen [2] angegeben, kann aber auch mit der weiteren Substitution $x = \tan(\varphi/2)$ gelöst werden. Damit erhält man

$$I = 2\varrho \left[\sin \varphi + \frac{a}{\varrho} \varphi - \frac{2}{\varrho} \sqrt{a^2 - \varrho^2} \arctan \left(\sqrt{\frac{a+\varrho}{a-\varrho}} \tan \left(\frac{\varphi}{2} \right) \right) \right]_0^\pi = 2\pi [a - \sqrt{a^2 - \varrho^2}].$$

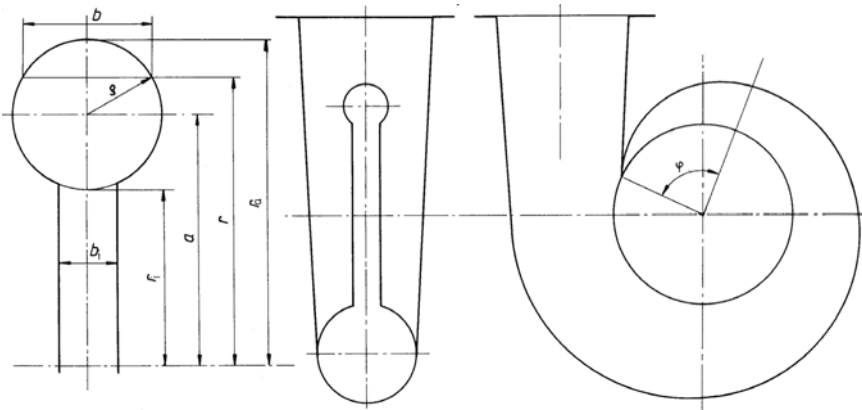


Bild 5.25 Spiralgehäuse mit Kreisquerschnitt

Die Drallkonstante K ist bei fehlendem Leitrad gleich dem Austrittsdrall des Laufrades, also nach der Hauptgleichung $K = r_2 c_{2u} = g H_{th} / (2\pi n)$ und sonst gleich dem Austrittsdrall des Leitrades, der so festgelegt wird, dass ein günstiges Spiralgehäuse entsteht. Der größte Spiralquerschnitt soll mit einem kurzen konischen Diffusor von etwa 6° Öffnungswinkel auf die Druckrohrleitung übergehen.

Für die Geschwindigkeit im Druckstutzen wird in [7] empfohlen

$$c_D = \frac{\dot{V}}{A_D} = (0,1 \div 0,2) \sqrt{2gH}. \quad (5.17)$$

Ähnlich wie bei einem beschauelten Leitapparat die Eintrittslichtweite der Schaufeln entscheidender ist als der Schaufelverlauf im Schrägabschnitt, kommt es hinsichtlich des Wirkungsgrades bei einem Spiralgehäuse vor allem auf den richtigen Querschnitt am Übergang von der Spirale in den Diffusor an, wie er sich aus Gl. (5.16) mit $\varphi = 2\pi$ ergibt.

Bei großen Abmessungen werden die Spiralgehäuse wie bei Francis-Turbinen aus einzelnen Blechschüssen geschweißt. Die dabei entstehenden Ecken verursachen keinen nennenswerten Verlust, da der Anteil der Geschwindigkeitsenergie an der gesamten spezifischen Arbeit an den kritischen Stellen nur noch gering ist. Wenn die Festigkeit es erfordert, erhalten die Gehäuse am Eintritt Stützschaufeln, die die Fortsetzung der Leit-schaufeln bilden oder sie ersetzen.

Durch die nicht vollständige Rotationssymmetrie der Druckverteilung wirkt auf das Laufrad ein Radialschub, der die Wellenlager zusätzlich belastet. Zu dessen Vermeidung sind gelegentlich Doppelspiralen mit zwei um 180° versetzten Stutzen gebaut worden.

Beispiel 5.5. Für eine Radialpumpe mit den Betriebsdaten $\dot{V} = 0,05 \text{ m}^3/\text{s}$; $H = 42 \text{ m}$; $n = 49 \text{ 1/s}$ ist das Spiralgehäuse zu entwerfen. Für das Laufrad dieser Pumpe war in Beispiel 5.4 ermittelt worden $\eta_h = 0,85$; $D_2 = 188 \text{ mm}$; $b_2 = 26 \text{ mm}$.

Lösung. Die Drallkonstante ist

$$K = \frac{gH}{\eta_h 2\pi n} = \frac{9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 42 \text{ m}}{0,85 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 49 \text{ 1/s}} = 1,574 \text{ m}^2/\text{s}$$

und die Konstante C in Gl. (5.16)

$$C = \frac{4\pi^2 K}{\dot{V}} = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot 1,574 \text{ m}^2/\text{s}}{0,05 \text{ m}^3/\text{s}} = 1243 \text{ 1/m}.$$

Zwischen das Laufrad und die Spirale soll ein schaufelloser Ringdiffusor mit einem äußeren Durchmesser von 256 mm eingeschaltet werden, in dem das Fluid mit konstantem Drall strömt.

Mit $r_1 = 256 \text{ mm}/2 = 0,128 \text{ m}$ errechnet sich der Radius des Spiralquerschnitts bei $\varphi = 120^\circ = 2,094$ nach Gl. (5.16) zu

$$\varrho = \frac{\varphi}{C} + \sqrt{\frac{2r_i \varphi}{C}} = \frac{2,094}{1243 \text{ 1/m}} + \sqrt{\frac{2 \cdot 0,128 \text{ m} \cdot 2,094}{1243 \text{ 1/m}}} = 0,0225 \text{ m} = 22,5 \text{ mm}$$

und entsprechend für die anderen Winkel.

Tabelle 5.4 Dimensionierung eines Spiralgehäuses (Beispiel 5.5)

φ	°	0	30	60	90	120	150	180	210	240	270	300	330	360
ϱ	mm	0	10,8	15,5	19,2	22,5	25,3	28,0	30,4	32,7	34,9	37,0	39,1	41,0
ϱ_2	mm		7,3	15,0										

Die Eintrittsbreite der Spirale soll mit $b_1 = 28 \text{ mm}$ um 2 mm breiter sein als die Austrittsbreite des Laufrades. Der Spiralradius bei $\varphi = 30^\circ$ ist deshalb gar nicht ausführbar, weil er kleiner ist als $b_1/2$. Als Abhilfe wird der Kreisquerschnitt durch eine flächengleiche Ellipse ersetzt. Die große Halbachse sei $\varrho_1 = 16 \text{ mm}$, dann ist die kleine

$$\varrho_2 = \frac{\varrho^2}{\varrho_1} = \frac{10,8^2 \text{ mm}^2}{16 \text{ mm}} = 7,3 \text{ mm}.$$

Der Druckstutzen soll eine Nennweite von $D_D = 100 \text{ mm}$ erhalten, dann ist dort die Geschwindigkeit

$$c_D = \frac{4\dot{V}}{\pi D_D^2} = \frac{4 \cdot 0,05 \text{ m}^3/\text{s}}{\pi \cdot 0,1^2 \text{ m}^2} = 6,37 \text{ m/s} = 0,22 \sqrt{2gH}$$

etwas mehr als der in Gl. (5.17) empfohlene Richtwert. Der Kegeldiffusor, der den größten Spiralquerschnitt mit dem Druckstutzen verbindet, hat bei einer Länge von $l = 150 \text{ mm}$ einen Öffnungswinkel

$$\varepsilon = 2 \arctan\left(\frac{D_D/2 - \varrho_{360}}{l}\right) = 2 \arctan\left(\frac{50 \text{ mm} - 41 \text{ mm}}{150 \text{ mm}}\right) = 6,9^\circ.$$

5.4.3 Axiale Schaufelgitter

Bei der für radiale und halbaxiale Laufräder bewährten Berechnung nach der eindimensionalen Stromfadentheorie wird von unendlich vielen Schaufeln ausgegangen und der Einfluss der endlichen Schaufelzahl durch einen Minderleistungsansatz berücksichtigt.

Für axiale Räder ist das entgegengesetzte Vorgehen naheliegend. Es werden die Kräfte berechnet, die bei der Umströmung eines einzelnen Tragflügels auftreten, und gegebenenfalls die gegenseitige Beeinflussung der Schaufeln durch eine Gitterkorrektur berücksichtigt.

Da die Stromlinien näherungsweise auf koaxialen Zylinderflächen verlaufen, kann die an sich räumliche Strömung zweidimensional behandelt werden. Dazu wird wie schon in Abschn. 2.5.2 ein schmales Teillauftrah der Breite dr betrachtet (Bild 5.26). Die Vektoren $\vec{w}_1$ und $\vec{w}_2$ sind Mittelwerte der relativen Zu- und Abströmgeschwindigkeit, die nicht notwendig rotationssymmetrisch verteilt sein muss. Da keine schaufelkongruente Strömung vorausgesetzt wird, stimmen auch die Winkel β_1 und β_2 mit den Tangentenrichtungen des Tragflügelskeletts an Ein- und Austrittskante nicht überein.

Kräfte. Nach der Tragflügeltheorie entsteht für alle z'' Laufschaufeln eine Auftriebs- und eine Widerstandskraft

$$dF_A = z'' \zeta_A \varrho \frac{w_\infty^2}{2} s'' dr \quad \text{und} \quad dF_W = z'' \zeta_W \varrho \frac{w_\infty^2}{2} s'' dr,$$

die senkrecht bzw. parallel zu dem vektoriellen Mittelwert $\vec{w}_\infty = (\vec{w}_1 + \vec{w}_2)/2$ gerichtet sind. Die Resultierende bildet mit dem Auftrieb den Gleitwinkel ε , sodass ihr Betrag durch

$$dF = \frac{dF_A}{\cos \varepsilon} = \frac{z'' \zeta_A \varrho w_\infty^2 s''}{2 \cos \varepsilon} dr$$

beschrieben werden kann. Die Kraftkomponente in Umfangsrichtung ist

$$dF_u = \frac{-\sin(180^\circ - \beta_\infty + \varepsilon)}{\cos \varepsilon} dF_A = -\frac{z'' \zeta_A \varrho w_\infty^2 s'' \sin(180^\circ - \beta_\infty + \varepsilon)}{2 \cos \varepsilon} dr. \quad (5.18)$$

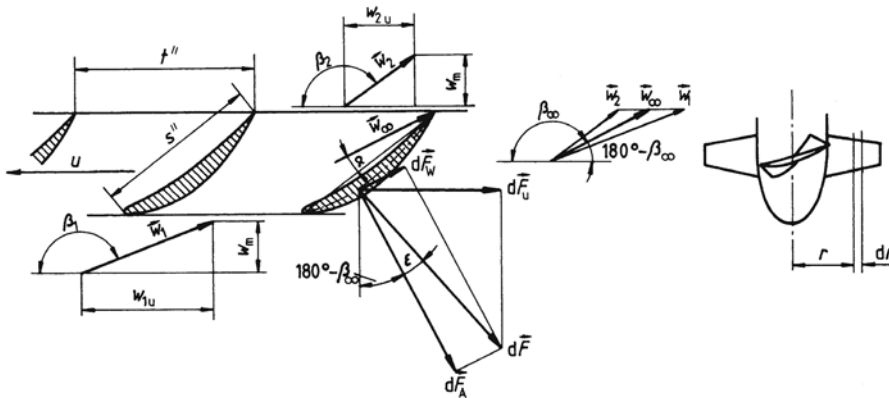
Sie ist negativ, nämlich entgegengesetzt zur Umfangsgeschwindigkeit gerichtet. In axialer Richtung ergibt sich ganz entsprechend eine ebenfalls negative, dem Durchfluss entgegengesetzte Kraftkomponente

$$dF_m = \frac{-\cos(180^\circ - \beta_\infty + \varepsilon)}{\cos \varepsilon} dF_A = -\frac{z'' \zeta_A \varrho w_\infty^2 s'' \cos(180^\circ - \beta_\infty + \varepsilon)}{2 \cos \varepsilon} dr. \quad (5.19)$$

Mittels des Impulssatzes Gl. (1.43) kann die Umfangskraft dF_u auch auf ganz andere Weise gefunden werden

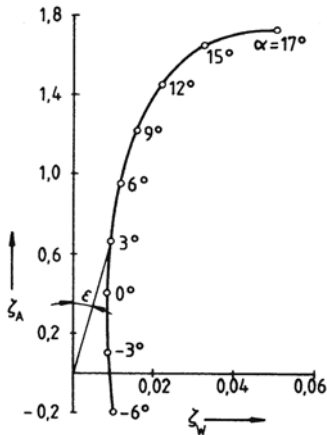
$$dF_u = d\dot{m}(w_{1u} - w_{2u}) = 2\pi r dr \varrho w_m (w_{1u} - w_{2u}) = z'' t'' dr \varrho w_m (w_{1u} - w_{2u}).$$

Auch hier ergibt sich eine negative Kraft, denn die Komponenten der Relativgeschwindigkeit w_{1u} und w_{2u} sind beide negativ und w_{1u} ist die dem Betrag nach größere.

**Bild 5.26** Axiales Schaufelgitter

Gitterbemessungsgleichung. Durch Gleichsetzen der beiden Ausdrücke für $d\vec{F}_u$ erhält man durch Umordnen und mit $w_m = w_\infty \sin \beta_\infty$ und $\Delta w_u = (w_{1u} - w_{2u})$

$$\zeta_A \frac{s''}{t''} = \frac{\Delta w_u}{w_\infty} \frac{2 \sin \beta_\infty \cos \varepsilon}{\sin(180^\circ - \beta_\infty + \varepsilon)} = \frac{\Delta w_u}{w_m} \frac{2 \sin^2 \beta_\infty \cos \varepsilon}{\sin(180^\circ - \beta_\infty + \varepsilon)}. \quad (5.20)$$



Diese Gleichung stimmt bis auf das Vorzeichen des Gleitwinkels ε , durch das die Wirkung der Reibung berücksichtigt wird, mit Gl. (2.17) überein. Links stehen die für die Gitterbemessung gesuchten Größen und rechts solche, die aus der Berechnung der Geschwindigkeitsdreiecke bekannt sind. Nur für den Gleitwinkel muss zunächst ein geschätzter Wert eingesetzt werden, der erst nachträglich kontrolliert werden kann.

Bild 5.27 Profilpolare

Hat man nach Gl. (5.20) den Ausdruck $\zeta_A s''/t''$ gefunden, so kann nach Festlegung des Teilungsverhältnisses ein Profil mit passendem Auftriebsbeiwert aus einem Profilkatalog ausgesucht werden. Schlanke Profile mit großer Dickenrücklage, sog. Laminarprofile sind günstig hinsichtlich des Kavitationsverhaltens der Pumpe. Profile mit großem Rundungsradius an der Eintrittskante sind andererseits weniger empfindlich gegen Anströmung unter anderem Winkel als dem der Auslegung.

Profilkennwerte. Bei Kreiselpumpen mit ihren weit auseinander gestellten Schaufeln können die an Einzelflügeln gemessenen Auftriebsbeiwerte und Gleitwinkel ohne Gitterkorrektur übernommen werden. Diese Messwerte werden üblicherweise in der Form der Profilpolaren wiedergegeben, wobei der Auftriebsbeiwert über dem Widerstandsbeiwert aufgetragen und der Anstellwinkel α an die einzelnen Kurvenpunkte angeschrieben wird. Da für ζ_W ein größerer Maßstab gewählt wird als für ζ_A , erscheint der Gleitwinkel vergrößert. Bild 5.27 zeigt ein Beispiel, ausführliche Angaben finden sich in [7].

Schnellläufigkeit und Laufradform. Da die Differenz der Umfangskomponenten Δw_u der Förderhöhe und die Meridianschwindigkeit dem Volumenstrom proportional ist, lässt sich der Bemessungsgleichung (5.20) entnehmen, dass schnellläufige Axialmaschinen, also solche, die für großen Volumenstrom und kleine Förderhöhe ausgelegt sind, entweder einen kleinen Auftriebsbeiwert haben, also dünne schwach gewölbte Profile, oder ein großes Teilungsverhältnis t''/s'' , also wenige schlanke Flügel. Für axiale Kreiselpumpen ist das Teilungsverhältnis unabhängig von der Schnellläufigkeit ungefähr gleich eins, manchmal aus Kavitationsgründen etwas kleiner, weil dann ζ_A ebenfalls kleiner werden kann, die Flügel also weniger stark belastet sind.

Leitgitter. Die für das Laufgitter hergeleiteten Ergebnisse gelten in ähnlicher Weise auch für axiale Leitgitter. Dabei muss die Relativgeschwindigkeit durch die Absolutgeschwindigkeit und der Winkel $(180^\circ - \beta)$ durch α ersetzt werden. Die Gitterbemessungsgleichung (5.20) geht dann über in

$$\zeta_A \frac{s''}{t''} = \frac{\Delta c_u}{c_\infty} \frac{2 \sin \alpha_\infty \cos \varepsilon}{\sin(\alpha_\infty + \varepsilon)} = \frac{\Delta c_u}{c_m} \frac{2 \sin^2 \alpha_\infty \cos \varepsilon}{\sin(\alpha_\infty + \varepsilon)}. \quad (5.21)$$

Beispiel 5.6. Für eine Axialpumpe ist gegeben $\dot{V} = 0,4 \text{ m}^3/\text{s}$; $H = 6 \text{ m}$; $n = 24,2 \text{ 1/s}$. Das Laufrad ist zu entwerfen.

Lösung. Aus den gegebenen Daten folgt

$$\sigma = \frac{2n\sqrt{\pi}\dot{V}}{(2gH)^{3/4}} = \frac{2 \cdot 24,2 \text{ 1/s} \cdot \sqrt{\pi \cdot 0,4 \text{ m}^3/\text{s}}}{(2 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 6 \text{ m})^{0,75}} = 1,518.$$

Nach Bild 5.15 wird ausgewählt $\delta = 1,4$ und $b_2/D_{2a} = 0,32$, womit

$$D_{2a} = \frac{2\delta}{\sqrt{\pi}} \sqrt[4]{\frac{\dot{V}^2}{2gH}} = \frac{2 \cdot 1,4}{\sqrt{\pi}} \frac{\sqrt{0,4 \text{ m}^3/\text{s}}}{\sqrt[4]{2 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 6 \text{ m}}} = 0,304 \text{ m}$$

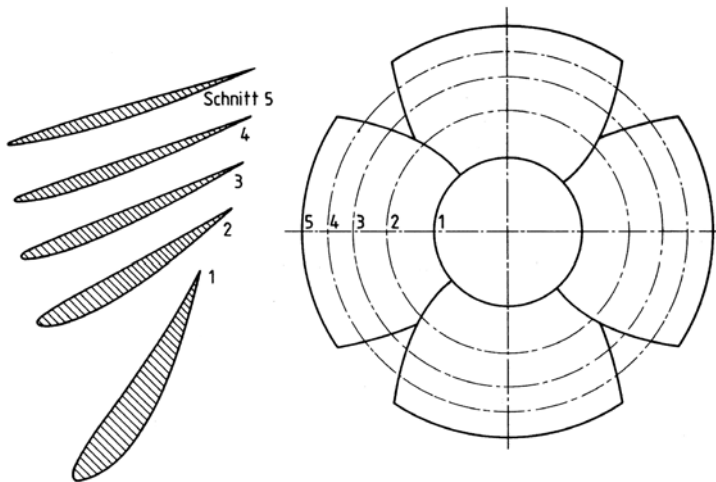
$$b_2 = 0,32 D_{2a} = 0,32 \cdot 0,304 \text{ m} = 0,097 \text{ m}$$

$$D_1 = D_{2a} - 2b_2 = 0,304 \text{ m} - 2 \cdot 0,097 \text{ m} = 0,110 \text{ m}.$$

Die Schaufelzahl wird mit $z'' = 4$ angenommen. Die weitere Berechnung wird für die Trenndurchmesser von vier flächengleichen Ringen durchgeführt, in die der Strömungsraum eingeteilt wird.

Tabelle 5.5 Berechnung eines axialen Laufrades (Beispiel 5.6)

Schnitt		1 innen	2	3	4	5 außen
D	m	0,110	0,179	0,229	0,269	0,304
$u = -w_{1u} = \pi n D$	m/s	8,36	13,61	17,41	20,45	23,11
$c_m = w_m = 4 \dot{V} / [\pi (D_a^2 - D_i^2)]$	m/s	6,34	6,34	6,34	6,34	6,34
$c_{2u} = \Delta w_u = g H / (\eta_h u); \eta_h = 0,85$	m/s	8,28	5,09	3,98	3,39	3,00
$w_{2u} = c_{2u} - u$	m/s	-0,08	-8,52	-13,43	-17,07	-20,12
$\beta_\infty = \arctan(2 c_m / (w_{1u} + w_{2u})) + 180^\circ$	°	123,7	150,2	157,6	161,3	163,6
ε (geschätzt)	°	1	1	1	1	1
$\zeta_A s''/t''$ Gl. (5.19)	1	2,149	0,774	0,458	0,325	0,251
t''/s'' (angenommen)	1	0,475	0,837	1	1,138	1,249
$t'' = \pi D / z''$	m	0,0864	0,1406	0,1799	0,2113	0,2388
$s'' = t'' / (t''/s'')$	m	0,182	0,168	0,180	0,186	0,191
ζ_A (Profil nach Bild 5.27)	1	1,0208	0,648	0,458	0,370	0,313
α	°	4,0	2,5	2,1	2,0	1,9
ε	°	1,3	1,0	0,9	0,8	0,8

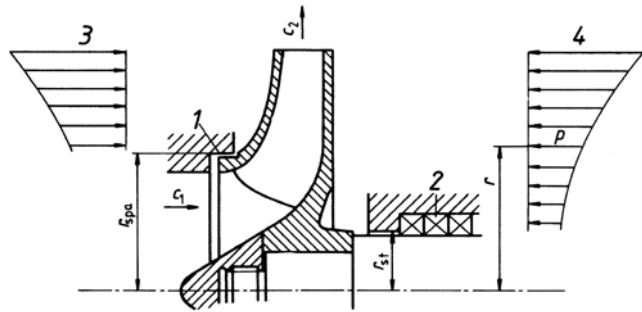
**Bild 5.28**
Axiales Laufrad
(Beispiel 5.4)

5.4.4 Axialschub und Schubausgleich

Entstehung. Die in einem axialen Laufrad parallel zur Mittellinie wirkende Kraft ist bereits in Gl. (5.19) angegeben. Aber auch bei radialen Laufrädern treten als Summe verschiedener Ursachen axiale Kräfte auf, deren Resultierende zum Saugmund hin gerichtet ist.

Bild 5.29

Entstehung des Axialschubes
 1 äußere Spaltdichtung
 2 Wellendichtung
 3, 4 Druckverteilung im
 Laufradaußenraum



Dynamischer Achsschub. Durch die Änderung des Impulsstromes entsteht die meist kleine Kraft

$$F_{\text{ax dyn}} = \rho \dot{V}(c_0 - c_{2\text{ax}}), \quad (5.22)$$

die sich zu $F_{\text{ax dyn}} = \rho \dot{V}c_0$ vereinfacht, wenn c_2 keine axiale Komponente hat.

Statischer Achsschub. Der auf der äußeren und der inneren Laufradscheibe lastende Außendruck kann näherungsweise berechnet werden, wenn angenommen wird, dass das Fluid außen mit der halben Winkelgeschwindigkeit des Laufrades mitrotiert. Eine plausible Annahmen, denn einerseits wird die Flüssigkeit durch Reibungskräfte vom Laufrad mitgenommen, andererseits vom Gehäuse abgebremst. Es ergibt sich so eine parabolische, von außen nach innen abnehmende Druckverteilung (Bild 5.29).

Der Druck bei einem beliebigen Radius r errechnet sich aus der Energiegleichung für die Relativströmung Gl. (1.53) zu

$$p = p_2 - \left(\frac{\omega}{2}\right)^2 \frac{\rho}{2} (r_2^2 - r^2),$$

wobei p_2 den Druck am Laufradaustritt darstellt. Da sich die Druckkräfte auf beiden Laufradseiten ausgleichen, bleibt nur der Restbetrag, der zwischen dem Radius des Dichtspaltes am Außenkranz r_{spa} und dem Stopfbuchsenradius r_{st} entsteht, übrig (Bild 5.29). Also

$$F_{\text{ax stat}} = \int_{r_{\text{st}}}^{r_{\text{spa}}} (p - p_1) 2\pi r dr = 2\pi \int_{r_{\text{st}}}^{r_{\text{spa}}} \left[(p_2 - p_1)r - \left(\frac{\omega}{2}\right)^2 \frac{\rho}{2} (rr_2^2 - r^3) \right] dr$$

$$F_{\text{ax stat}} = A_n \left[(p_2 - p_1) - \frac{\rho \omega^2}{8} \left(r_2^2 - \frac{r_{\text{spa}}^2 + r_{\text{st}}^2}{2} \right) \right] \quad (5.23)$$

mit $A_n = \pi(r_{\text{spa}}^2 - r_{\text{st}}^2)$ als der nicht ausgeglichenen Fläche. Dabei ist die Druckdifferenz $p_2 - p_1$, der sog. Spaltdruck, aus der Energiegleichung der Relativströmung Gl. (1.53) zu berechnen

$$p_2 - p_1 = \frac{\rho}{2} (w_1^2 - w_2^2 - u_1^2 + u_2^2) \quad (5.24)$$

oder im Regelfall drallfreier Zuströmung mit $w_1^2 - u_1^2 = c_1^2$

$$p_2 - p_1 = \frac{\rho}{2}(c_1^2 - w_2^2 + u_2^2).$$

Natürlich ist die Annahme der Fluidrotation mit der halben Winkelgeschwindigkeit des Laufrades nur eine Näherung, die unberücksichtigt lässt, dass die Wirbelströmung in den Radseitenräumen durch deren geometrische Form und durch die Spaltströmung beeinflusst wird.

Bei senkrechter Wellenlage ist zu der Summe $F_{\text{ax dyn}} + F_{\text{ax stat}}$ noch das Läufergewicht zu addieren.

Anfahren. Ein höherer statischer Achsschub als im stationären Betrieb entsteht beim Anlaufvorgang, weil die Laufradströmung sich in sehr kurzer Zeit aufbaut, die Radseitenwirbel aber weit langsamer durch Reibungskräfte angefacht werden.

Ausgleich. Der Betrag der resultierenden Axialkraft ist insbesondere bei langsamläufigen Pumpen mit großen Förderhöhen häufig so groß, dass er nicht von einem Axiallager aufgenommen werden kann, sodass ein Kraftausgleich erforderlich wird.

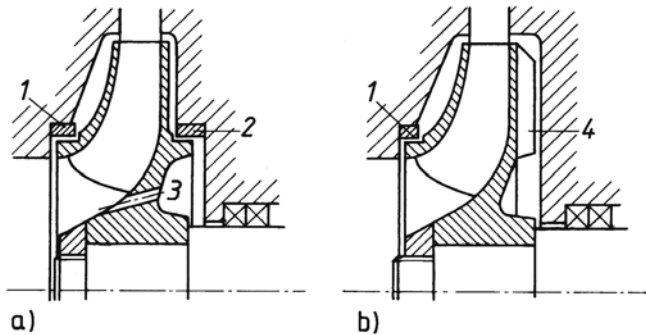


Bild 5.30

Schubausgleich an einer Einzelstufe

- a) Spaltdichtung und Entlastungsbohrungen
- b) Rückenschaufeln
- 1 äußerer Spaltring
- 2 innerer Spaltring
- 3 Entlastungsbohrung
- 4 Rückenschaufeln

Spiegelbildliche Läuferanordnung. Bei zweiflutigen oder mehrstufigen Pumpen bildet die gegensinnige Läuferanordnung einen einfachen und zugleich verlustneutralen Ausgleich (Abschn. 5.2.2). Da mit Asymmetrien der Strömung stets zu rechnen ist, kann der Ausgleich nicht vollkommen sein, sodass auf ein Axiallager für den Restschub nicht verzichtet werden kann.

Entlastungsbohrungen. An einer Einzelstufe ist der Ausgleich dadurch möglich, dass auch am Laufradinnenkranz ein Dichtspalt vorgesehen wird, und mittels Entlastungsbohrungen in dem durch die Dichtung abgegrenzten Ringraum der gleiche Druck wie auf der Laufradaußenseite hergestellt wird (Bild 5.30 a). Selbst bei idealer Wahl der Spaltradien ließe sich auf diese Weise kein vollständiger Schubausgleich erreichen, denn der Druck an der Mündung der Entlastungsbohrungen ist wegen der instationären Strömung auch beim Normalbetrieb nicht konstant. Erst recht kann kein Ausgleich für alle Betriebszustände geschaffen werden. Deshalb begnügt man sich gewöhnlich damit, die Spaltradien auf beiden Seiten gleich zu machen. Der Schubausgleich mit Spaltdichtung und Entlastungsbohrungen wird durch einen vergrößerten Spaltverlust erkauft.

Rückenschaufeln. Durch radiale Rippen auf der Rückseite des Laufradbodens wird der Achsschub auf dynamische Weise ausgeglichen (Bild 5.30 b). Dadurch, dass der Radseitenwirbel auf eine höhere Winkelgeschwindigkeit gebracht wird, verringert sich der auf dem inneren Laufradkranz lastende Druck und damit der Achsschub.

Ausgleichkolben. Bei mehrstufigen Pumpen mit gleichsinnig durchströmten Laufrädern ist es zweckmäßig und auch für den Wirkungsgrad günstiger, den Ausgleich nicht für die Einzelstufen sondern für den ganzen Läufer anzustreben. Das gelingt, ähnlich wie für eine Überdruckdampfturbine (Abschn. 3.5.5) durch einen Ausgleichkolben, auf dessen einer Seite der hohe Druck hinter dem Laufrad der letzten Stufen lastet, während die andere Seite mit dem Saugstutzen und dessen niederem Druck in Verbindung steht (Bild 5.31 a).

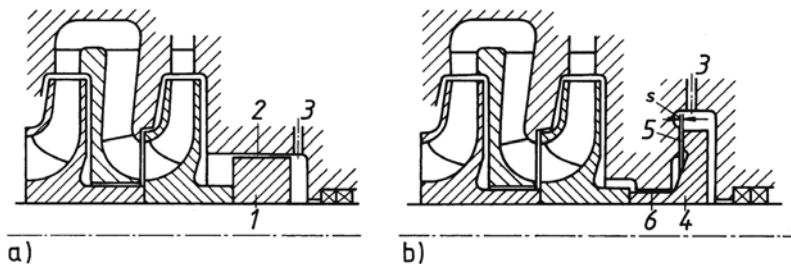


Bild 5.31 Schubausgleich bei mehrstufigen Pumpen

- | | |
|------------------------------|--------------------|
| a) Ausgleichkolben | |
| b) Ausgleichscheibe | |
| 1 Ausgleichkolben | 4 Ausgleichscheibe |
| 2 Dichtungsspalt | 5 Radialspalt |
| 3 Verbindung zum Saugstutzen | 6 Drosselspalt |

Mit einer Variante dieser Konstruktion, der Ausgleichscheibe (Bild 5.31 b) ist sogar ein in allen Betriebszuständen vollständiger Achsschubausgleich möglich. Dem eigentlichen, hier radialen Dichtungsspalt ist ein axialer Drosselspalt vorgeschaltet. Vergrößert sich aus irgendeinem Grund der Achsschub, so bewegt sich der Läufer nach links, die Spaltweite s und mit ihr der Spaltstrom wird kleiner. Dadurch wird auch die Drosselwirkung am Axialspalt geringer, und der nun höhere auf der Ausgleichscheibe lastende Druck bildet die dem erhöhten Axialschub entsprechende Gegenkraft.

Während bei allen zuvor besprochenen Arten des Ausgleichs auf ein Axiallager nicht verzichtet werden kann, wäre es hier sogar schädlich, da es für die Funktion der Ausgleichscheibe offenbar erforderlich ist, dass sich der Läufer axial frei bewegen kann.

Beispiel 5.7. In einer fünfstufigen Pumpe ist das Laufrad von Bild 5.16 eingebaut. Man berechne den resultierenden Achsschub und die Abmessungen eines Kolbens zu dessen Ausgleich.

Lösung. Aus der vorangegangenen Berechnung ist bekannt:

$$\dot{V} = 0,08 \text{ m}^3/\text{s}; H = 60 \text{ m (Stufenförderhöhe)}; \omega = 153,9 \text{ 1/s};$$

$$c_0 = 3,86 \text{ m/s}; c_1 = 3,67 \text{ m/s}; w_3 = 5,55 \text{ m/s}; r_2 = 0,207 \text{ m}; r_{\text{spa}} = 0,095 \text{ m}; r_{\text{st}} = 0,025 \text{ m}.$$

Der Innenradius des Ausgleichkolbens wird aus konstruktiven Gründen mit $r_{\text{Ki}} = 0,039 \text{ m}$ festgelegt. Für ein einzelnes Laufrad errechnet sich

$$F_{\text{ax dyn}} = \rho \dot{V} c_0 = 1000 \text{ kg/m}^3 \cdot 0,08 \text{ m}^3/\text{s} \cdot 3,86 \text{ m/s} = 309 \text{ N}$$

$$A_n = \pi(r_{\text{spa}}^2 - r_{\text{st}}^2) = \pi(0,095^2 - 0,025^2) \text{ m}^2 = 0,0264 \text{ m}^2$$

$$p_2 - p_1 = \frac{\rho}{2}(c_1^2 - w_3^2 + u_2^2) = \frac{1000 \text{ kg/m}^3}{2}(3,67^2 - 5,55^2 + 31,87^2) \text{ m}^2/\text{s}^2 = 4,99 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$$

$$\begin{aligned} F_{\text{ax stat}} &= A_n \left[(p_2 - p_1) - \frac{\rho \omega^2}{8} \left(r_2^2 - \frac{r_{\text{spa}}^2 + r_{\text{st}}^2}{2} \right) \right] \\ &= 0,0264 \text{ m}^2 \left[4,99 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2 - \frac{1000 \text{ kg/m}^3 \cdot 153,9^2 \text{ 1/s}^2}{8} \left(0,207^2 - \frac{0,095^2 + 0,025^2}{2} \right) \text{ m}^2 \right] \\ &= 10202 \text{ N} \end{aligned}$$

$$F_{\text{ax}} = F_{\text{ax dyn}} + F_{\text{ax stat}} = (309 + 10202) \text{ N} = 10,5 \text{ kN}.$$

Für alle fünf Laufräder

$$F_{\text{ax ges}} = 5 F_{\text{ax}} = 5 \cdot 10,5 \text{ kN} = 52,5 \text{ kN}.$$

Für die Dimensionierung des Ausgleichkolbens wird der Druck hinter dem Laufrad der fünften Stufe benötigt, genauer die Differenz dieses Druckes vermindert um den Druck im Saugstutzen. Sie setzt sich zusammen aus dem von den ersten vier Stufen aufgebauten Druck und dem Spaltdruck der letzten Stufe

$$p = 4g\rho H + (p_2 - p_1) = 4 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 1000 \text{ kg/m}^3 \cdot 60 \text{ m} + 4,99 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2 = 28,53 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2.$$

Ist $A_K = \pi(r_{\text{Ka}}^2 - r_{\text{Ki}}^2)$ die Fläche des Ausgleichkolbens, r_{Ka} und r_{Ki} dessen äußerer und innerer Radius, so erfordert der Ausgleich

$$\begin{aligned} F_{\text{ax ges}} &= p A_K = p \pi (r_{\text{Ka}}^2 - r_{\text{Ki}}^2) \\ r_{\text{Ka}} &= \sqrt{r_{\text{Ki}}^2 + \frac{F_{\text{ax ges}}}{\pi p}} = \sqrt{0,039^2 \text{ m}^2 + \frac{52500 \text{ N}}{\pi \cdot 28,53 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2}} = 0,086 \text{ m} = 86 \text{ mm}. \end{aligned}$$

5.5 Betriebsverhalten

5.5.1 Theoretisch berechnete Kennlinie

Allgemeines. Bei jeder Kreiselpumpe hängt die spezifische Stutzenarbeit bzw. die Förderhöhe bei konstanter Drehzahl auf charakteristische Weise vom Volumenstrom ab. Diese Funktion, deren graphische Darstellung als Kennlinie oder Drosselkurve der Pumpe bezeichnet wird, kann mit der erforderlichen Genauigkeit nur durch das Experiment bestimmt werden. Zum besseren Verständnis grundlegender Tatsachen ist aber eine theoretische Betrachtung von Nutzen. Wie bei der Berechnung radialer Laufräder wird dabei von der schaufelkongruenten Strömung ausgegangen und anschließend der Einfluss der endlichen Schaufelzahl sowie der Verluste berücksichtigt.

Schaufelkongruente Strömung. Im Geschwindigkeitsplan (Bild 5.32) beziehen sich die gestrichelt gezeichneten Größen auf einen beliebigen Volumenstrom $\dot{V}$, die ausgezogen

dargestellten mit dem Zusatzindex N dagegen auf den normalen Volumenstrom $\dot{V}_N$, für den die Pumpe berechnet wurde.

Bei gleicher Drehzahl und schaufelkongruenter Strömung sind die Umfangsgeschwindigkeit u_2 und der relative Strömungswinkel β_∞ konstant, während sich die übrigen Größen mit dem Volumenstrom ändern. Bei drallfreier Zuströmung lautet die Hauptgleichung

$$gH_{th\infty} = u_2 c_{2u\infty}.$$

Die Meridiangeschwindigkeit ist dem Volumenstrom proportional, also

$$w_{2m} = \frac{\dot{V}}{\dot{V}_N} w_{2mN}.$$

Ferner ergibt sich aus Bild 5.32

$$w_{2u\infty} = \frac{-w_{2m}}{\tan(180^\circ - \beta_{2\infty})} = \frac{w_{2m}}{\tan \beta_{2\infty}} = \frac{\dot{V}/A_2}{\tan \beta_{2\infty}}$$

$$c_{2u\infty} = u_2 + w_{2u\infty}.$$

Damit folgt

$$Y_{th\infty} = gH_{th\infty} = u_2^2 + \frac{\dot{V}}{\dot{V}_N} \frac{u_2 w_{2mN}}{\tan \beta_{2\infty}} = u_2^2 + \dot{V} \frac{u_2}{A_2 \tan \beta_{2\infty}}. \quad (5.25)$$

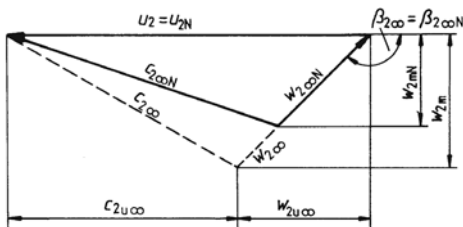


Bild 5.32 Austrittsdreiecke bei unterschiedlichem Volumenstrom
ausgezogen bei $\dot{V} = \dot{V}_N$ (Normalzustand)
gestrichelt bei $\dot{V} > \dot{V}_N$

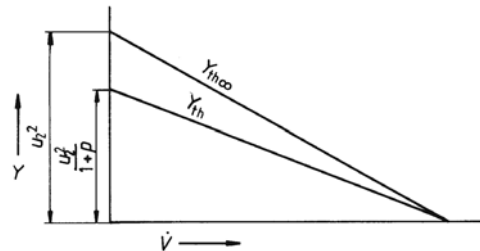


Bild 5.33 Theoretisch berechnete Kennlinie bei verlustfreier Strömung

Die Kennlinie (Bild 5.33) ist demnach bei verlustloser schaufelkongruenter Strömung eine Gerade, die die Y-Achse bei u_2^2 schneidet, und die bei den üblichen stumpfen Winkeln $\beta_{2\infty}$ rückwärts gekrümmter Pumpenschaufeln eine fallende Tendenz hat. Der Betrag der Steigung nimmt mit wachsender Umfangsgeschwindigkeit, wachsendem Austrittswinkel und abnehmendem Austrittsquerschnitt zu.

Endliche Schaufelzahl. Wird der schon in Abschn. 5.3 benutzte Faktor $1/(1+p)$ vereinfachend als konstant, nämlich unabhängig von $\dot{V}$ angenommen, so wird die Kennlinie bei

verlustloser Strömung und endlicher Schaufelzahl wiederum eine Gerade. Die Y -Achse wird bei $u_2^2/(1+p)$ und die $\dot{V}$ -Achse im gleichen Punkt wie bei schaufelkongruenter Strömung geschnitten.

Verluste. Es sind Reibungs- und Stoßverluste zu unterscheiden. Die Reibungsverluste ΔY_{VerlR} sind bei $\dot{V}_N$ durch $(1 - \eta_{hN}) Y_{thN}$ gegeben und sind im Übrigen dem Quadrat der Strömungsgeschwindigkeit bzw. des Volumenstroms proportional. Also

$$\Delta Y_{\text{VerlR}} = (1 - \eta_{hN}) Y_{thN} \left(\frac{\dot{V}}{\dot{V}_N} \right)^2. \quad (5.26)$$

Im Auslegungspunkt sind damit alle Verluste, soweit sie Einfluss auf die spezifische Stutzenarbeit haben, erfasst. Je stärker aber der Volumenstrom von seinem Normalwert abweicht, umso weniger stimmen die Richtungen der Eintrittsgeschwindigkeit in das Lauf- und Leitrad mit den jeweiligen Schaufelwinkeln überein. Die dadurch verursachte, als Stoßverlust bezeichnete, weitere Minderung der spezifischen Arbeit ist vom Quadrat der Differenz $(\dot{V}_N - \dot{V})$ abhängig, also

$$\Delta Y_{\text{VerlSt}} = K_{St} \left(\frac{\dot{V}_N - \dot{V}}{\dot{V}_N} \right)^2, \quad (5.27)$$

wobei der Faktor K_{St} nach [16] mit

$$K_{St} = (0,25 \div 0,35) \left[u_1^2 + \left(\frac{u_2}{1+p} \frac{D_2}{D_4} \right)^2 \right]$$

abgeschätzt wird, und D_4 der Eintrittsdurchmesser des Leitrades ist.

Durch Abzug der beiden Verluste ΔY_{VerlR} und ΔY_{VerlSt} entsteht die gesuchte Pumpenkennlinie. Sie ist eine quadratische Parabel mit zur Y -Achse paralleler Symmetrielinie (Bild 5.34 a).

Wird statt eines beschaufelten Leitrades ein glatter Leitring verwendet, so wird die Kennlinie etwas flacher. Zur Erklärung sind in Bild 5.34 b die Verluste in ihren Lauf- und Leitradanteil getrennt dargestellt und durch zwei bzw. einen Strich gekennzeichnet. Die Leitradreibung fällt in diesem Fall mit wachsendem Volumenstrom ab, weil die Absolutgeschwindigkeit dann kleiner wird, wie aus dem Geschwindigkeitsplan Bild 5.32 hervorgeht.

Ist die Kennlinie für eine Drehzahl bekannt, kann sie mit den Ähnlichkeitsbeziehungen Gl. (1.58) bis (1.59) auf jede andere umgerechnet werden.

Beispiel 5.8 Für die fünfstufige Pumpe des Beispiels 5.7 ist die zu erwartende Kennlinie zu berechnen

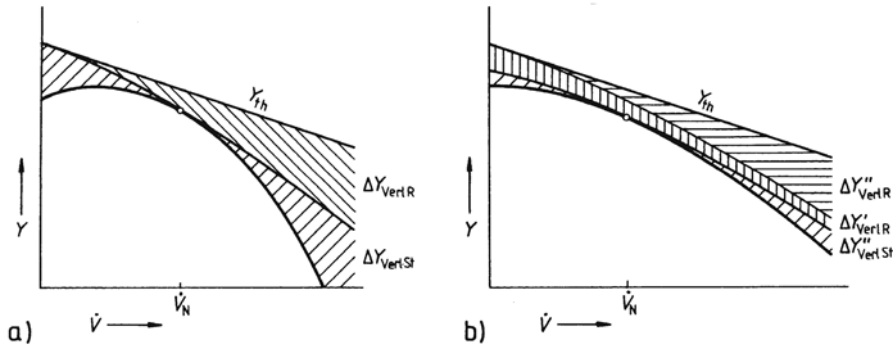


Bild 5.34 Entstehung der Kennlinie durch Abzug der Verluste

a) Pumpe mit beschaukeltem Leitrad

b) Pumpe mit schaufellosem Leitdiffusor

Lösung. Aus der Laufradberechnung ist für die Einzelstufe bekannt:

$$\dot{V}_N = 0,08 \text{ m}^3/\text{s}; \quad H_N = 60 \text{ m}; \quad Y_N = 589 \text{ m}^2/\text{s}^2 \quad \eta_h = 0,82; \quad p = 0,29$$

$$u_1 = 13,08 \text{ m}^2/\text{s}^2; \quad u_2 = 31,87 \text{ m/s}; \quad w_{2mN} = 2,56 \text{ m/s}; \quad D_2 = 0,414 \text{ m}; \quad D_4 = 0,426 \text{ m}; \quad \beta_{2\infty N} = 138,7^\circ.$$

Bei Reibungsfreiheit sind die Kennliniengeraden der Einzelstufe

$$Y_{th\infty} = u_2^2 + \frac{\dot{V}}{\dot{V}_N} \frac{u_2 w_{2mN}}{\tan \beta_{2\infty}} = 31,87^2 \text{ m}^2/\text{s}^2 + \frac{\dot{V}}{\dot{V}_N} \frac{31,87 \text{ m/s} \cdot 2,56 \text{ m/s}}{\tan 138,7^\circ}$$

$$= 1016 \text{ m}^2/\text{s}^2 - 92,9 \text{ m}^2/\text{s}^2 \left(\frac{\dot{V}}{\dot{V}_N} \right)$$

$$Y_{th} = \frac{Y_{thN}}{1+p} = \frac{Y_{thN}}{1,29} = 790 \text{ m}^2/\text{s}^2 - 72,2 \text{ m}^2/\text{s}^2 \left(\frac{\dot{V}}{\dot{V}_N} \right).$$

Davon sind die Verluste abzuziehen

$$\Delta Y_{VerlR} = (1 - \eta_h) \frac{Y_N}{\eta_h} \left(\frac{\dot{V}}{\dot{V}_N} \right)^2 = (1 - 0,82) \frac{589 \text{ m}^2/\text{s}^2}{0,82} \left(\frac{\dot{V}}{\dot{V}_N} \right)^2 = 129,3 \text{ m}^2/\text{s}^2 \left(\frac{\dot{V}}{\dot{V}_N} \right)^2$$

$$\Delta Y_{VerlSt} = K_{ST} \left(\frac{\dot{V}_N - \dot{V}}{\dot{V}_N} \right)^2 = 0,3 \left[u_1^2 + \left(\frac{u_2}{1+p} \frac{D_2}{D_4} \right)^2 \right] \left(\frac{\dot{V}_N - \dot{V}}{\dot{V}_N} \right)^2$$

$$= 0,3 \left[13,08^2 \text{ m}^2/\text{s}^2 + \left(\frac{31,87 \text{ m/s} \cdot 0,414 \text{ m}}{1,29 \cdot 0,426 \text{ m}} \right)^2 \right] \left(\frac{\dot{V}_N - \dot{V}}{\dot{V}_N} \right)^2$$

$$= 225 \text{ m}^2/\text{s}^2 \left[1 - 2 \frac{\dot{V}}{\dot{V}_N} + \left(\frac{\dot{V}}{\dot{V}_N} \right)^2 \right] = \left[225 - 450 \frac{\dot{V}}{\dot{V}_N} + 225 \left(\frac{\dot{V}}{\dot{V}_N} \right)^2 \right].$$

Für die fünfstufige Pumpe ist damit

$$\begin{aligned}
 H_{\text{ges}} &= \frac{5}{g} (Y_{\text{th}} - \Delta Y_{\text{VerlR}} - \Delta Y_{\text{VerlSt}}) \\
 &= \frac{5}{9,81 \text{ m/s}^2} \left[565 \text{ m}^2/\text{s}^2 + 377,8 \text{ m}^2/\text{s}^2 \frac{\dot{V}}{0,08 \text{ m}^3/\text{s}} - 354,3 \text{ m}^2/\text{s}^2 \left(\frac{\dot{V}}{0,08 \text{ m}^3/\text{s}} \right)^2 \right] \\
 &= 288 \text{ m} + 2407 \text{ s/m}^2 \dot{V} - 28216 \text{ s}^2/\text{m}^5 \dot{V}^2.
 \end{aligned}$$

Tabelle 5.6 Theoretisch berechnete Kennlinie einer fünfstufigen Pumpe (Beispiel 5.8)

$\dot{V}$	m^3/s	0,0	0,016	0,032	0,048	0,064	0,08	0,096	0,112	0,128	0,144
H_{ges}	m	288	319	336	338	326	300	259	204	134	49

5.5.2 Das tatsächliche Verhalten der Pumpe

Wirkliche Pumpenkennlinie. Zur Messung der Betriebsgrößen Volumenstrom, Förderhöhe und Leistungsaufnahme wird die Pumpe oder eine Modellausführung mit konstanter Drehzahl angetrieben und der Volumenstrom mittels eines in die Druckrohrleitung eingebauten Drosselorgans variiert (Bild 5.35).

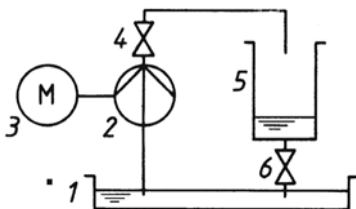


Bild 5.35

Versuchsanordnung zur Messung der Kennlinie

1 Vorratsbehälter

2 Pumpe

3 Motor

4 Drosselorgan

5 Messbehälter

6 Absperrrorgan (während einer Messung geschlossen)

In Diagrammen werden über dem Volumenstrom dargestellt: Die spezifische Stutzenarbeit Y oder die Förderhöhe H (Drosselkurve), die Kupplungsleistung und der Kupplungswirkungsgrad $\eta_K = (\rho \dot{V} Y) / P_K$ Bild (5.36).

Es zeigt sich, dass die Drosselkurve von ihrem theoretischen parabelförmigen Verlauf abweicht, und dass ihre Form außerdem von der Schnellläufigkeit abhängt. Wie nach den im Anschluss an Gl. (5.25) angestellten Überlegungen zu erwarten, wächst die Steigung der **$H, \dot{V}$ -Kurve** mit der Schnellläufigkeit. Die Wirkungsgradkurve, die bei einer langsamläufigen Pumpe ein breites Maximum hat, wird mit wachsender Schnellläufigkeit immer schmaler. Die Leistung steigt bei geringer Schnellläufigkeit von links nach rechts an und fällt umgekehrt bei hoher Schnellläufigkeit ab. Eine langsamläufige Pumpe wird deshalb bei geschlossenem Schieber angefahren, weil der Leistungsbedarf beim Förderstrom null am geringsten ist. Bei einer schnellläufigen Pumpe ist dagegen das Anfahren bei offenem Schieber günstiger.

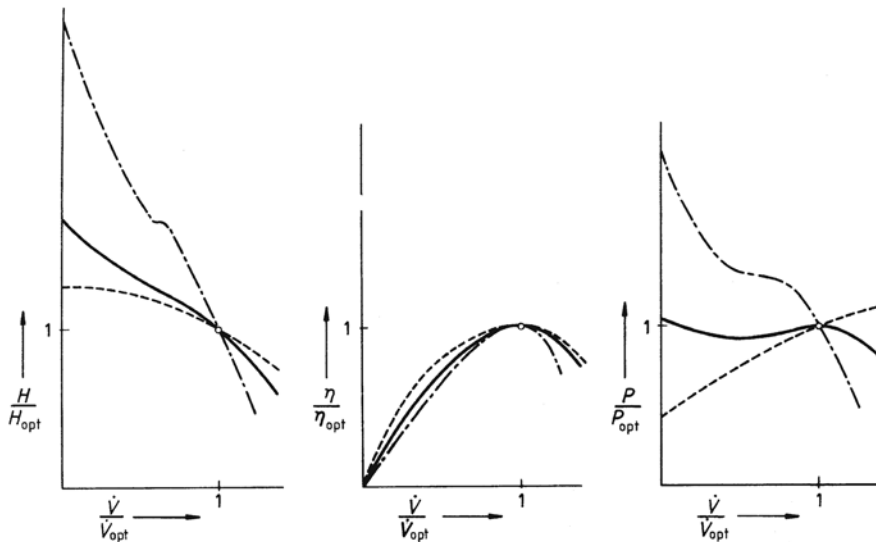


Bild 5.36 Pumpenkennlinien bei verschiedener Schnelligkeit

gestrichelt $\sigma=0,13$ ausgezogen $\sigma=0,51$ strichpunktirt $\sigma=1,27$

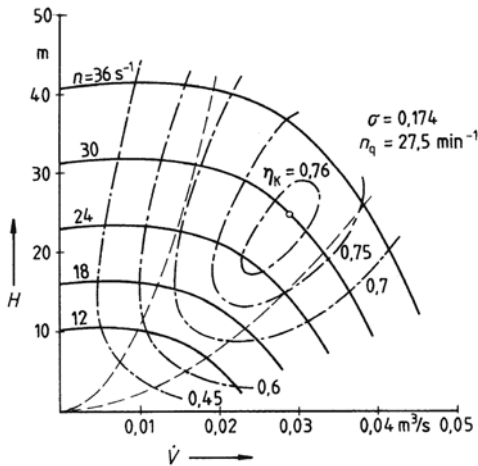
Kennfeld der Pumpe. Durch die Darstellung der Drosselkurven verschiedener Drehzahlen im gleichen $H, \dot{V}$ -Diagramm wird ein besonders übersichtliches Bild gewonnen, dessen Wert noch erhöht wird, wenn als weitere Kurvenschar Linien gleichen Kupplungswirkungsgrades eingezeichnet werden (Bild 5.37). Für jeden Kennfeldpunkt sind der Volumenstrom, die Förderhöhe, die Drehzahl und der Wirkungsgrad unmittelbar ablesbar, und die Kupplungsleistung $P_K = \rho \dot{V} g H / \eta_h$ ist leicht zu berechnen. Durch die Aufnahme von Kurven gleicher Kupplungsleistung lässt sich die Rechenarbeit auch ganz vermeiden, doch leidet die Übersichtlichkeit des Diagramms.

Diejenigen Diagrammpunkte, die einander nach den Ähnlichkeitsbeziehungen (Abschn. 1.4) entsprechen, für die also die Geschwindigkeitsdreiecke einander ähnlich sind, liegen auf den sog. Kurven gleichen Stoßzustandes. Das sind Parabeln mit dem Ursprung als Scheitelpunkt. Zur Erklärung dienen die Gleichungen (1.58) und (1.59) also

$$\frac{\dot{V}_1}{\dot{V}_2} = \frac{n_1}{n_2} \text{ und } \frac{H_1}{H_2} = \frac{n_1^2}{n_2^2} = \frac{\dot{V}_1^2}{\dot{V}_2^2} \text{ oder } \frac{H_1}{\dot{V}_1^2} = \frac{H_2}{\dot{V}_2^2} = \frac{H}{\dot{V}^2} = \text{konst}; \quad H = \text{konst } \dot{V}^2.$$

Diese Beziehung, ein Sonderfall der allgemeineren Ähnlichkeitsgleichungen, wird als Affinitätsgesetz bezeichnet. Da zu verschiedenen Drehzahlen unterschiedliche Reynoldszahlen gehören, erstreckt sich die Ähnlichkeit nicht auf die Reibungseinflüsse, und das Affinitätsgesetz gilt streng nur für ein reibungsfreies inkompressibles Fluid.

Ohne diese Einschränkung wären die Linien gleichen Stoßzustandes zugleich auch Kurven gleichen Wirkungsgrades. Tatsächlich wird der Wirkungsgrad mit abnehmender Drehzahl immer kleiner, was zum Teil an dem besprochenen Einfluss der Reynoldszahl,

**Bild 5.37**

Kennfeld

ausgezogen
strichpunktiert

gestrichelt

Linien gleicher Drehzahl
Linien gleichen Kupplungs-
wirkungsgrades
Parabeln gleichen
Stoßzustandes

zum anderen daran liegt, dass die in η_k enthaltenen mechanischen Verluste nicht mit der dritten Potenz der Drehzahl abnehmen. Dass die Wirkungsgradlinien sich auch nach oben wieder schließen, ist durch den mit wachsender Drehzahl zunehmenden Kavitationseinfluss zu erklären.

5.5.3 Haltedruckhöhe und Kavitation

Um Kavitation zu vermeiden, muss der Druck im Eintrittsstutzen noch merklich höher sein als der Dampfdruck. Denn an Orten hoher Relativgeschwindigkeit wird der Druck gegenüber seinem Wert im Saugstutzen noch abfallen.

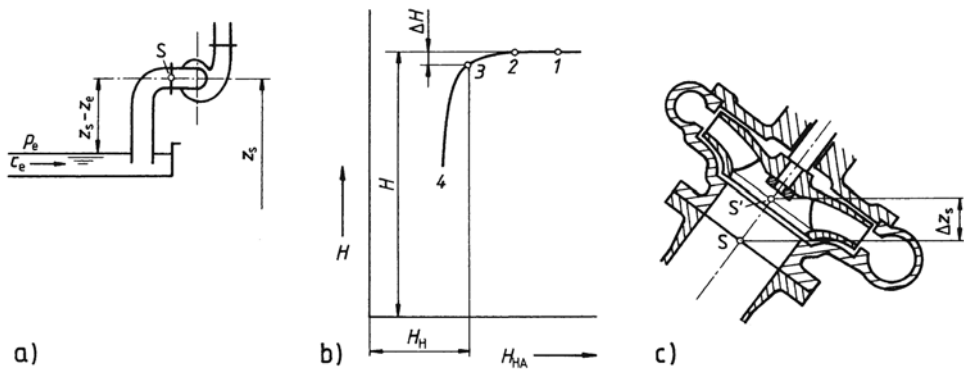
Die durch die Höhe einer Flüssigkeitssäule ausgedrückte Differenz zwischen dem absoluten Gesamtdruck im Saugstutzen p_{tots} und dem Dampfdruck p_D bezeichnet man als Haltedruckhöhe

$$H_H = \frac{p_{\text{tots}} - p_D}{g\rho}. \quad (5.28)$$

Dabei wird zwischen der tatsächlich vorhandenen Haltedruckhöhe der Anlage H_{HA} und der mindestens erforderlichen Haltedruckhöhe der Pumpe H_H unterschieden.

Haltedruckhöhe der Anlage. Der durch den Index s gekennzeichnete Bezugspunkt in Gl. (5.28) ist der Mittelpunkt des Saugstutzens (Bild 5.38 a und c). Ist p_s der dort vorhandene absolute statische Druck, c_s die zugehörige Fluidgeschwindigkeit, so ergibt sich aus der Definitionsgleichung (5.28)

$$H_{\text{HA}} = \frac{p_s - p_D}{g\rho} + \frac{c_s^2}{2g}. \quad (5.29)$$

**Bild 5.38** Haltedruckhöhe

- | | |
|--|-------------------|
| a) Anlagenskizze | c) Bezugspunkte |
| b) Haltedruckkennlinie | S Haltedruckhöhen |
| 1 Auftreten erster Kavitationsbläschen | S' NPSH-Werte |
| 2 Beginn des Förderhöhenabfalls | |
| 3 Förderhöhenabfall um 3% | |
| 4 Steilabfall der Förderhöhe | |

Die Haltedruckhöhe kann auch durch die Werte im Ansaugbehälter ausgedrückt werden. Ist p_e der auf dessen Oberfläche lastende Absolutdruck, c_e die meist vernachlässigbar kleine Geschwindigkeit im Saugbehälter und sind z_e und z_s die geodätischen Höhen der Punkte e und s (Bild 5.38 a), schließlich H_{verls} der in Fluidsäule ausgedrückte Reibungsverlust der Saugleitung einschließlich etwaiger Einstromverluste, so folgt

$$H_{\text{HA}} = \frac{p_e - p_D}{g\rho} + \frac{c_e^2}{2g} - (z_s - z_e) - H_{\text{verls}}. \quad (5.30)$$

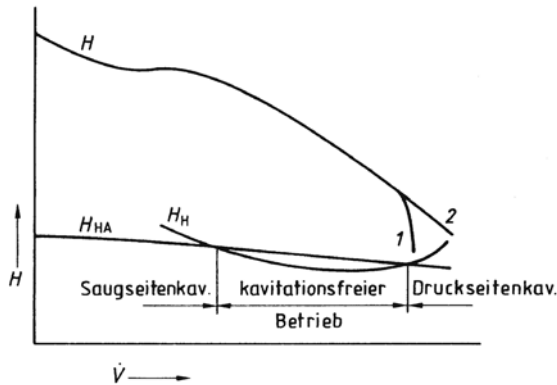
Ist $(z_s - z_e)$ wie in Bild 5.38 a positiv, spricht man von einer Saughöhe, andernfalls von der Zulaufhöhe $(z_e - z_s)$.

Haltedruckhöhe der Pumpe. Entsprechend Gl. (5.29) und (5.30) wird definiert

$$H_H = \left(\frac{p_s - p_D}{g\rho} + \frac{c_s^2}{2g} \right)_{\min} = \left(\frac{p_e - p_D}{g\rho} + \frac{c_e^2}{2g} - (z_s - z_e) - H_{\text{verls}} \right)_{\min}.$$

Der Unterschied besteht darin, dass H_H einen pumpenspezifischen Minimalwert darstellt, der von der Haltedruckhöhe der Anlage weder erreicht noch unterschritten werden darf, wenn Kavitation vermieden werden soll.

Allerdings ist es weitgehend Definitionssache, von welchem Wert der Haltedruckhöhe an Kavitation vorhanden ist, denn vom Auftreten erster Bläschen an der Schaufeleintrittskante bis zum kavitationsbedingten Steilabfall der Förderhöhe gibt es eine gewisse Spanne (Bild 5.38 b). Oft wird als Kavitationskriterium ein Förderhöhenabfall von $\Delta H = 0,03 H$, aber mitunter, besonders bei hoher Schnellläufigkeit auch der beginnende Förderhöhenabfall definiert.

**Bild 5.39**

Betriebsbereiche mit und ohne Kavitation

1 kavitationsbedingter Förderhöhenabfall

2 Fortsetzung der Drosselkurve bei größerem H_{HA}

Die Größe von H_H kann zuverlässig nur durch Versuch ermittelt werden. Dabei ist zwischen saug- und druckseitiger Kavitation zu unterscheiden. Während die Schaufelsaugseite durch ein Fenster im Saugrohr der Versuchspumpe gut sichtbar ist, muss die Druckseite im Spiegelbild der zu diesem Zweck polierten Nachbarschaufel beobachtet werden. Im Licht einer Stroboskoplampe sind die Kavitationsbläschen deutlich sichtbar. Bei beginnender Saugseitenkavitation steigt der Wirkungsgrad bei etwa richtiger Zuströmung zunächst etwas an, weil die sich an der Schaufel bildenden Dampfbläschen die Reibung mindern. Bei weiter zunehmender Kavitation wird aber der Querschnitt zwischen den Schaufeln verengt, und der Wirkungsgrad fällt ab. Bei druckseitiger Kavitation verengt sich dagegen der Querschnitt sofort, und die Förderhöhe und mit ihr der Wirkungsgrad fallen ohne vorübergehenden Anstieg sofort ab. Wie viel Kavitation zugelassen werden darf, hängt nicht zuletzt vom Absolutdruck an gefährdeten Stellen ab. Bei einer Axialpumpe kann z. B. viel sichtbare Kavitation zugelassen werden, weil der absolute Druck an der Implosionsstelle der Bläschen gering ist, bei einer Radialpumpe mit hohem Zulaufdruck ist dagegen jede Spur sichtbarer Kavitation zu vermeiden.

Neben dem Experiment wird auch ein theoretischer Ansatz benutzt

$$H_H = \lambda_1 \frac{w_{1a}^2}{2} + \lambda_2 \frac{c_s^2}{2}. \quad (5.31)$$

Dabei sind w_{1a} die Relativgeschwindigkeit am äußeren Punkt des Laufradeintritts, c_s die Absolutgeschwindigkeit im Bezugspunkt S und λ_1 und λ_2 Erfahrungswerte, die von der Pumpenbauart und vom Betriebspunkt abhängen. Grobe Anhaltswerte für langsamläufige Spiralgehäusepumpen bei stoßfreiem Eintritt sind nach [18]

$$\lambda_1 = 0,2 \text{ und } \lambda_2 = 1,2.$$

NPSH-Wert. In der angelsächsischen, zunehmend aber auch in der deutschen Fachliteratur wird statt der Haltedruckhöhe H_H und H_{HA} mit den ähnlich definierten *NPSH*-Werten gearbeitet. Die Abkürzung steht für Net Positiv Suction Head, und der Unterschied besteht lediglich darin, dass statt der Mitte des Saugstutzens (Punkt S) der Mittelpunkt eines ebenen, zur Mittellinie senkrechten Laufradschnittes durch die äußeren Punkte der Eintrittskante zum Bezugspunkt gewählt wird. Nach Bild 5.38 c unterscheiden sich deshalb die Haltedruckhöhen und die *NPSH*-Werte nur um die geodätische Höhendifferenz der unterschiedlichen Bezugspunkte

$$H_{HA} = NPSH_{Anl} + \Delta z_S \quad \text{und} \quad H_H = NPSH_{Ppe} + \Delta z_S.$$

Bei waagerechter Wellenlage besteht überhaupt kein Unterschied.

Kavitationsfreier Betrieb. Der Bereich, in dem H_{HA} größer ist als H_H , die Pumpe also frei von Kavitation arbeitet, wird im H , $\dot{V}$ -Diagramm dadurch deutlich, dass die Haltedruckhöhen der Anlage und der Pumpe in Abhängigkeit vom Volumenstrom eingetragen werden (Bild 5.39). Die Haltedruckhöhe der Pumpe wird wie beschrieben durch Versuch ermittelt, oder es wird mangels solcher Versuchsergebnisse mit geschätzten Werten von λ_1 und λ_2 nach Gl. (5.31) gearbeitet.

Die Haltedruckhöhe der Anlage nimmt nach Gl. (5.30) quadratisch mit dem Volumenstrom ab, da die Drücke p_e und p_D sowie die geodätischen Höhen z_e und z_s konstant, nämlich vom Volumenstrom unabhängig sind, die Verlusthöhe H_{Verls} dagegen mit dem Quadrat von $\dot{V}$ anwächst.

Beispiel 5.9. Die Pumpe mit der Kennlinie des Bildes 5.40 soll Wasser von 17,5°C fördern. Die Aufstellungshöhe der Pumpe ist so zu bemessen, dass ein kavitationsfreier Betrieb im Förderhöhenbereich von 3,5 bis 10 m gewährleistet ist.

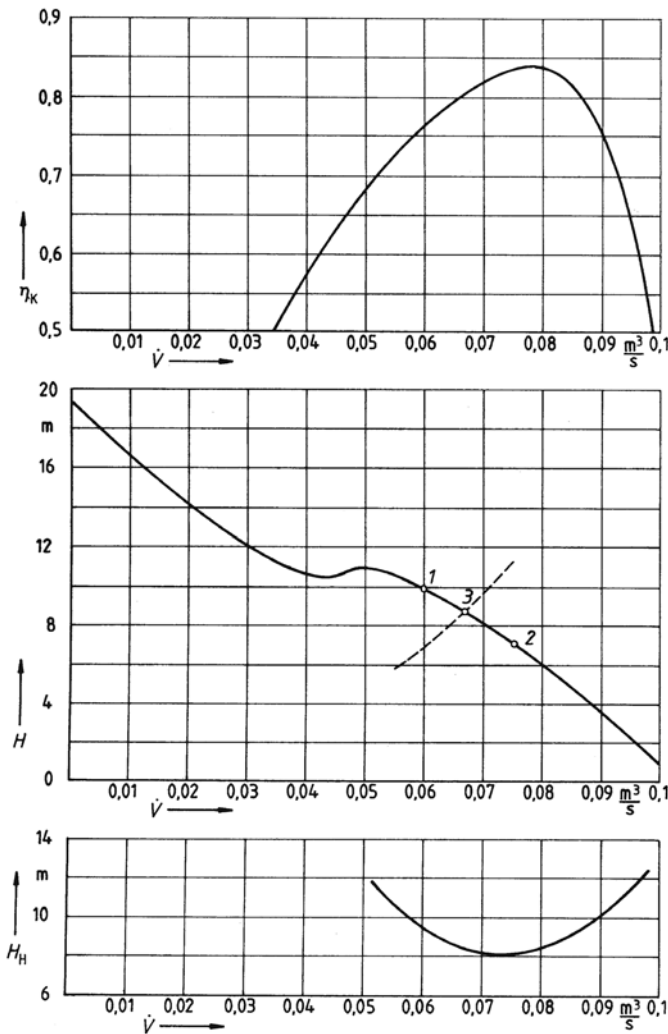
Der Barometerstand ist am Aufstellungsort nicht kleiner als 970 hPa = 0,097 MPa, die Geschwindigkeit im Saugbehälter c_e kann vernachlässigt werden, und die Verlusthöhe der Saugleitung wird mit $H_{Verls} = 8 \text{ s}^2/\text{m}^5 \dot{V}^2$ geschätzt.

Lösung. Aus der Kennlinie wird abgelesen, dass die größten Werte der Haltedruckhöhe an den Betriebsgrenzen auftreten, nämlich $H_H = 9,6 \text{ m}$ bei $\dot{V} = 0,0595 \text{ m}^3/\text{s}$ und $H_H = 10,3 \text{ m}$ bei $\dot{V} = 0,0905 \text{ m}^3/\text{s}$, womit zugleich die Mindestwerte der Anlagehaltedruckhöhe gegeben sind. Damit und mit

$p_e = 97000 \text{ N/m}^2$; $p_D = 2000 \text{ N/m}^2$ (Tabelle 9.2); $H_{Verls} = 8 \text{ s}^2/\text{m}^5 \dot{V}^2 = 0,028 \text{ m}$ bzw. $= 0,066 \text{ m}$ folgt aus Gl. (5.29)

$$\begin{aligned} (z_s - z_e) &= \frac{p_e - p_D}{g \rho} + \frac{c_e^2}{2g} - H_{Verls} - H_{HA} \\ &= \frac{(97000 - 2000) \text{ N/m}^2}{9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 1000 \text{ kg/m}^3} + (0 - 0,028 - 9,6) \text{ m} = 0,056 \text{ m} \\ \text{bzw.} \quad &= \frac{(97000 - 2000) \text{ N/m}^2}{9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 1000 \text{ kg/m}^3} + (0 - 0,066 - 10,3) \text{ m} = -0,682 \text{ m}. \end{aligned}$$

In der Anlage muß also eine Zulaufhöhe von mindestens 0,682 m verwirklicht werden, d. h. um dieses Maß muß der Saugstutzen der Pumpe tiefer liegen als die Oberfläche des Ansaugbehälters.

**Bild 5.40**

Kennlinien einer Axialpumpe

$n = 49,3 \text{ 1/s}$;

$\sigma = 1,272$;

Punkte 1 bis 3 zu

Beispiel 5.10

1 Drosselung

2 Bypass

3 Drehzahlverstellung

5.5.4 Zusammenarbeit von Pumpe und Rohrleitung

Anlagen- oder Rohrkenlinie. Der Zusammenhang zwischen der erforderlichen Förderhöhe einer Pumpenanlage und dem Volumenstrom wird durch eine Kurve beschrieben, die nicht mit der Drosselkurve zu verwechseln ist. Während diese die Pumpe charakterisiert, ist die Rohrkenlinie ganz unabhängig von der Pumpe. Sie gibt zu jedem beliebigen Volumenstrom die Förderhöhe an, die erforderlich ist, um das Fluid gegen die vorhandenen Widerstände durch die Rohrleitung zu fördern.

Mit den Indizes e für den Eintritt in die Pumpenanlage und a für den Austritt und dem durch die Höhe einer äquivalenten Fluidsäule ausgedrückten Reibungsverlust H_{Verl} lautet

die Gleichung für die Anlagenförderhöhe

$$H_A = z_a - z_e + \frac{p_a - p_e}{\rho g} + \frac{c_a^2 - c_e^2}{2g} + H_{\text{verl}}.$$

Für den Reibungsanteil wird in der Hydromechanik der Ansatz

$$H_{\text{verl}} = \left(\lambda \frac{l}{d} + \sum \zeta \right) \frac{c^2}{2g}$$

benutzt, wobei l die Länge der Rohrleitung, d deren lichter Durchmesser und c die mittlere Geschwindigkeit bedeuten. Die Rohrreibungszahl λ ist von der Wandrauhigkeit und von der Reynolds-Zahl abhängig. Die Verlustbeiwerte ζ berücksichtigen die Widerstände von Formstücken und Armaturen. Zahlenwerte von λ und ζ finden sich in technischen Tabellenbüchern z. B. in [1].

Da bei der fast immer vorliegenden ausgebildeten Turbulenz die Abhängigkeit der Beiwerte λ und ζ von der Reynolds-Zahl gering und die Geschwindigkeit dem Volumenstrom proportional ist, kann die Gleichung der Rohr Kennlinie mit $\alpha = \text{konst}$ in einen konstanten und einen quadratisch vom Volumenstrom abhängigen Anteil zerlegt werden (Bild 5.41).

$$H_A = H_{\text{stat}} + \alpha \dot{V}^2. \quad (5.32)$$

Betriebspunkt. Im Schnittpunkt der Drosselkurve mit der Rohr Kennlinie stimmen die von der Pumpe erzeugte und die von der Rohrleitung verlangte Förderhöhe überein, hier liegt deshalb der Betriebspunkt der Anlage. Er wird, wenn die Pumpe richtig an die Rohrleitung angepasst ist, in der Nähe des Punktes mit dem besten Wirkungsgrad liegen.

Das Gleichgewicht zwischen Pumpe und Rohrleitung ist stabil, wenn im Betriebspunkt die Rohr Kennlinie steiler über dem Volumenstrom ansteigt als die Drosselkurve, denn dann wird eine Störung von selbst ausgeglichen und die Betriebswerte kehren immer wieder in den Schnittpunkt zurück.

Beim Anfahren muß eine Pumpe vom Volumenstrom null ausgehend mit allen Punkten der Rohr Kennlinie zwischen deren Scheitelpunkt und dem stationären Betriebspunkt zusammenarbeiten. Wegen der waagerechten Tangente der Rohrparabel im Scheitelpunkt ist ein jederzeit stabiler Betrieb nur möglich, wenn die Drosselkurve überall negativ gegen die $\dot{V}$ -Achse geneigt ist. Eine solche Pumpen Kennlinie wird als stabil bezeichnet, während andernfalls in einen stabilen und einen instabilen Bereich unterteilt wird (Bild 5.42). Im instabilen Bereich kann eine Kreiselpumpe im Dauerbetrieb nicht arbeiten.

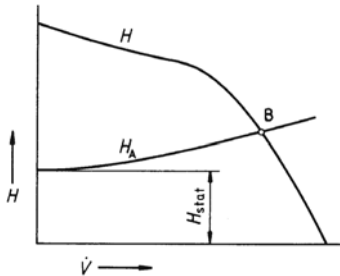


Bild 5.41 Kennlinie der Anlage
und der Pumpe
B Betriebspunkt

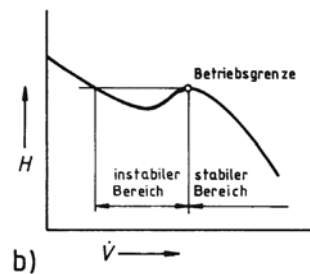
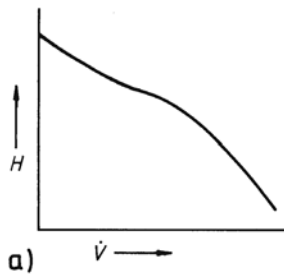


Bild 5.42 Stabile und instabile Kennlinie
a) stabil
b) instabil

5.5.5 Änderung des Betriebspunktes

Das Gleichgewicht zwischen Pumpe und Rohrleitung lässt sich zur Anpassung der Betriebspunkte nutzen, indem entweder die Rohrleitungskennlinie oder die Drosselkurve der Pumpe gezielt verändert wird. Meistens handelt es sich dabei um die Anpassung an Änderungen des Volumenstroms, seltener der Förderhöhe oder der Antriebsleistung.

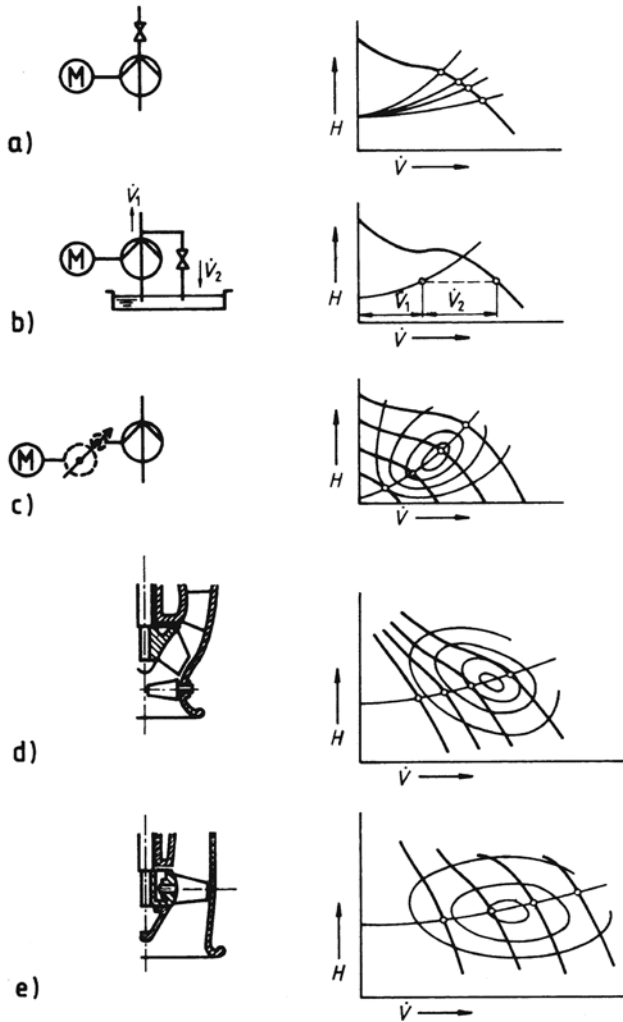
Drosselung. Am einfachsten lässt sich die Anlagenkennlinie beeinflussen, nämlich durch das Verstellen eines Drosselorgans in der Rohrleitung (Abschn. 5.5.2). Wegen ihrer Einfachheit wird die sog. Drosselregelung bevorzugt angewendet, wobei das druckseitige Absperrorgan als Drossel dient. Eine Drosselung in der Saugleitung würde die Halte-druckhöhe der Anlage vermindern und ist deshalb zu vermeiden.

Hinsichtlich der Energieverluste ist die Drosselung ungünstig, da ja der Reibungsanteil der Rohr-kennlinie erhöht wird. Nachteilig sind auch die Druckschwankungen, die durch periodische Wirbelablösungen an der teilgeöffneten Drossel entstehen können.

Bypass. Statt die Pumpe in einen Betriebspunkt mit geringerem Volumenstrom arbeiten zu lassen, kann auch ein durch Drosselung einstellbarer Teil des geförderten Fluids über eine Nebenschlussleitung, einen sog. Bypass in den Saugbehälter zurückgeführt werden. Diese Anordnung (Bild 5.43 b) ist dann vorteilhaft, wenn die Leistungskurve über dem Volumenstrom abfällt, also bei schnellläufigen Maschinen.

Drehzahlverstellung. Die wirtschaftlichste Betriebsweise und zugleich eine schonende Behandlung der Pumpe besteht darin, die Drehzahl dem zu fördernden Volumenstrom anzupassen. Hier liegen die Betriebspunkte als Schnittpunkte mit den verschiedenen Drosselkurven auf der unveränderten Anlagenkennlinie (Bild 5.43 c).

Besonders günstige Verhältnisse liegen vor, wenn die Rohrparabel einen geringen statischen Anteil hat Gl. (5.32) und fast ausschließlich durch die Reibungsverluste beeinflusst wird. Ihr Scheitelpunkt liegt dann in der Nähe des Koordinatenursprungs, und sie fällt angenähert mit der Parabel gleichen Stoßzustandes zusammen, die alle optimalen Betriebspunkte miteinander verbindet. Bei größerer statischer Anlagenförderhöhe gerät zwar die

**Bild 5.43**

Änderung des Betriebspunktes

- a) Drosselung
- b) Bypass
- c) Drehzahlverstellung
- d) Vorleitradverstellung
- e) Laufschaufelverstellung

Pumpe bei kleineren Volumenströmen in das Gebiet geringerer Wirkungsgrade, aber gegenüber der Drosselung bleibt der Vorteil, dass immer nur die benötigte Förderhöhe erzeugt wird und der Leistungsbedarf entsprechend klein bleibt. Nachteilig ist, dass ein drehzahlverstellbarer Antrieb in der Regel einen höheren Aufwand erfordert.

Schaufelverstellung. Verstellbare Leitschaufeln auf der Druckseite des Laufrades, wie bei einer Francis-Wasserturbine, kommen für Pumpen weniger in Frage. Die $H, \dot{V}$ -Kurve der Pumpe wird durch die Änderung der Leitradstellung nur geringfügig verändert, und vor allem werden die Leitschaufeln durch die instationäre Strömung mit ihren periodischen Änderungen (Abschn. 5.4.1) zu Schwingungen angeregt, die bei verstellbarer Ausführung zu bedenklichen Amplituden führen können.

Bei Pumpen mit halbaxialen, seltener solchen mit axialen Laufrädern werden dagegen Vorleitschaufeln angewendet, mit denen bei kleinem Volumenstrom ein der Laufraddrehung gleichgerichteter und bei großem Volumenstrom ein entgegengesetzter Vordrall erzeugt wird. Die Betriebspunkte sind die Schnittpunkte der veränderten Pumpenkennlinie mit der Rohrleitungs-kennlinie (Bild 5.43 d).

Bei Pumpen mit axialen und halbaxialen Laufrädern ist schließlich auch eine Verstellung der Laufschaufeln möglich. Das Kennfeld einer solchen Pumpe hat Wirkungsgradmuskeln, deren größter Durchmesser ungefähr parallel zur $\dot{V}$ -Achse gelegen ist. Laufschaufelverstellbare Pumpen arbeiten deshalb besonders wirtschaftlich in Zusammenarbeit mit einer flachen Rohrleitungskennlinie (Bild 5.43 e).

Beispiel 5.11. Die Pumpe mit der Kennlinie von Bild 5.40 arbeitet mit einer Rohrleitung zusammen, deren Anlagekennlinie durch

$$H_A = H_{\text{stat}} + \alpha \dot{V}^2 = 6,8 \text{ m} + 85,5 \text{ s}^2/\text{m}^5 \dot{V}^2$$

gegeben ist. Um die verschiedenen Arten der Regelung zu vergleichen, soll die Wirtschaftlichkeit der Anlage untersucht werden, wenn die Pumpe auf einen Volumenstrom von $\dot{V} = 0,06 \text{ m}^3/\text{s}$ herunter geregelt wird. Zu diesem Zweck wird ein Anlagewirkungsgrad definiert, der die dem Verbraucher nach Abzug der Rohrleitungsverluste zur Verfügung stehende hydraulische Leistung zu der aufgewendeten Leistung ins Verhältnis setzt.

$$\eta_A = \frac{g \varrho \dot{V}_A H_{\text{stat}}}{P_K} = \frac{g \varrho \dot{V}_A H_{\text{stat}}}{g \varrho \dot{V} H / \eta_K} = \eta_K \frac{\dot{V}_A H_{\text{stat}}}{\dot{V} H}.$$

Lösung.

Drosselung. Im Betriebspunkt bei $\dot{V} = 0,06 \text{ m}^3/\text{s}$ wird der Pumpenkennlinie entnommen

$$H = 9,9 \text{ m}; \quad \eta_K = 0,765 \quad (\text{Punkt 1 in Bild 5.40}),$$

$$\text{womit} \quad P_K = \frac{g \varrho \dot{V} H}{\eta_K} = \frac{9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 1000 \text{ kg/m}^3 \cdot 0,06 \text{ m}^3/\text{s} \cdot 9,9 \text{ m}}{0,765} = 7617 \text{ W}$$

$$\eta_A = \eta_K \frac{H_{\text{stat}}}{H} = 0,765 \frac{6,8 \text{ m}}{9,9 \text{ m}} = 0,525.$$

Bypass. Bei einer so schnellläufigen Pumpe könnte die Regelung über einen Bypass günstiger sein. Für den gegebenen Volumenstrom $\dot{V} = 0,06 \text{ m}^3/\text{s}$ erfordert die Anlagekennlinie eine Förderhöhe von

$$H_A = 6,8 \text{ m} + 85,5 \text{ s}^2/\text{m}^5 \cdot 0,06^2 \text{ m}^6/\text{s}^2 = 7,11 \text{ m},$$

die von der Pumpe im Kennlinienpunkt (2) bei $\dot{V} = 0,075 \text{ m}^3/\text{s}$; $\eta_K = 0,833$ aufgebracht wird. Damit errechnet sich

$$P_K = \frac{9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 1000 \text{ kg/m}^3 \cdot 0,075 \text{ m}^3/\text{s} \cdot 7,11 \text{ m}}{0,833} = 6280 \text{ W}$$

$$\eta_A = \eta_K \frac{\dot{V}_A H_{\text{stat}}}{\dot{V} H} = 0,833 \frac{0,06 \text{ m}^3/\text{s} \cdot 6,8 \text{ m}}{0,075 \text{ m}^3/\text{s} \cdot 7,11 \text{ m}} = 0,637.$$

Drehzahlverstellung. Bei der zunächst unbekannten Drehzahl n und unveränderter Anlagenkennlinie ist für $\dot{V}_n = 0,06 \text{ m}^3/\text{s}$ die erforderliche Förderhöhe wie vorher $H_n = 7,11 \text{ m}$. Die durch diesen Kennfeldpunkt verlaufende Parabel gleichen Stoßzustandes mit der Gleichung

$$H = \text{konst } \dot{V}^2 = \frac{7,11 \text{ m}}{0,06^2 \text{ m}^6/\text{s}^2} \dot{V}^2 = 1974 \text{ s}^2/\text{m}^5 \cdot \dot{V}^2$$

schneidet die bei $n_{\text{Kennl}} = 49,3 \text{ 1/s}$ gegebene Drosselkurve im Punkt (3)

$$\dot{V}_{\text{Kennl}} = 0,067 \text{ m}^3/\text{s}; \quad H_{\text{Kennl}} = 8,8 \text{ m}; \quad \eta_K = 0,805 \quad \text{womit}$$

$$P_K = \frac{9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 1000 \text{ kg/m}^3 \cdot 0,06 \text{ m}^3/\text{s} \cdot 7,11 \text{ m}}{0,805} = 5197 \text{ W}$$

$$\eta_A = 0,805 \frac{6,8 \text{ m}}{7,11 \text{ m}} = 0,770.$$

Die Drehzahl errechnet sich aus den Ähnlichkeitsgleichungen

$$n = n_{\text{Kennl}} \frac{V_n}{\dot{V}_{\text{Kennl}}} = 49,3 \text{ 1/s} \frac{0,06 \text{ m}^3/\text{s}}{0,067 \text{ m}^3/\text{s}} = 44,3 \text{ 1/s}$$

bzw.

$$n_{\text{Kennl}} \sqrt{\frac{H_n}{H_{\text{Kennl}}}} = 49,3 \text{ 1/s} \sqrt{\frac{7,11 \text{ m}}{8,8 \text{ m}}} = 44,3 \text{ 1/s}.$$

Schaufelverstellung. In diesem Beispiel handelt es sich um eine Axialpumpe, deshalb sind verstellbare Laufschaufeln ebenso gut ausführbar wie verstellbare Vorleitschaufeln. In beiden Fällen sind ähnliche Resultate wie bei der Drehzahlverstellung zu erwarten, da die Betriebszustände ebenfalls bei hohem Pumpenwirkungsgrad auf der ungedrosselten Anlagenkennlinie liegen.

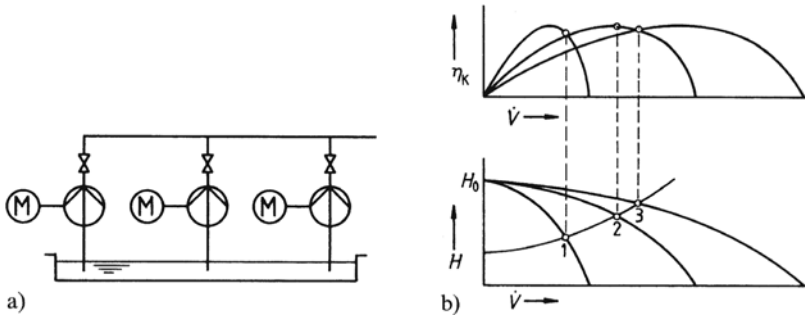


Bild 5.44 Parallelbetrieb von Kreiselpumpen

a) Anlagenskizze; b) Kennlinien

1, 2, 3 Betriebspunkte, wenn eine, zwei oder drei Pumpen in Betrieb sind

Zusammenarbeit mehrerer Pumpen. Bei Pumpenanlagen mit stark schwankendem Förderstrom ist die Anordnung mehrerer parallel geschalteter Pumpen zweckmäßig. Während bei kleinem Volumenstrom nur eine Pumpe arbeitet, werden bei großer Fördermenge weitere Pumpen zugeschaltet. Alle Pumpen speisen in eine gemeinsame Druckleitung ein, aber jede von ihnen hat eine eigene Saugleitung (Bild 5.44). Da die Rohrleitungsverluste vor allem in der langen Druckleitung entstehen, bedeutet es keinen großen Fehler, wenn der Einfluss der kurzen Saugleitungen vernachlässigt und eine durchgehende, von der Zahl der zugeschalteten Pumpen unabhängige Rohrkenmlinie angenommen wird. Die Drosselkurven beim Betrieb mehrerer Pumpen ergeben sich durch Addition der einzelnen Volumenströme bei gleicher Förderhöhe. Die Kennlinien der einzelnen Pumpen können durchaus verschieden sein, die Zusammenarbeit ist aber nur dann problemlos, wenn alle Pumpen stabile Kennlinien mit gleicher Nullförderhöhe haben [18].

Da die Betriebspunkte auf der Rohrparabel liegen, erhöht jede zugeschaltete Pumpe den Volumenstrom um einen geringeren Anteil als ihr bei alleinigem Betrieb entsprechen würde. Die Verminderung ist umso größer, je steiler die Rohrkenmlinie ist, und entsprechend stärker unterscheiden sich auch die Wirkungsgrade beim Betrieb mit verschiedenen vielen Pumpen.

5.5.6 Verhalten der Pumpe außerhalb des normalen Betriebszustandes

Bremsbetrieb. Die Drosselkurve einer Kreiselpumpe hat im $\dot{V}$, H -Diagramm nach links, zu negativen Volumenströmen hin eine Fortsetzung, in der das Gefälle H gegen unendlich anwächst (Bild 5.45). In dieser Betriebsart strömt das Fluid der normalen Durchflussrichtung entgegen, also von der Druck- zur Saugseite der Pumpe. Diese wirkt als Bremse und nimmt sowohl von der Antriebsmaschine her als auch aus der hydraulischen Energie des Fluids Arbeit auf und wandelt sie in Wärme um.

In den Bremsbetrieb geht eine Pumpe über, wenn die Drehzahl zu klein ist, um entgegen der äußeren Druckdifferenz einen positiven Durchfluss zu erzwingen, und wenn der negative nicht durch ein Rückschlagventil verhindert wird.

Turbinenbetrieb. Im Pumpen- und im Bremsbetrieb wird die Maschine gegen das Drehmoment der hydraulischen Kräfte angetrieben. Gibt man ihr die Möglichkeit, diesem Moment nachzugeben, so kehrt sich die Drehrichtung um, und die Maschine geht in den Turbinenbetrieb über. Hierbei ist die Durchflussrichtung die gleiche wie im Bremsbetrieb. Ebenso wie dort nimmt die Maschine Arbeit aus der Strömungsenergie des Fluids auf, aber sie gibt an der Kupplung mechanische Arbeit ab. Der Wirkungsgrad kann dabei bemerkenswert hohe Werte erreichen, die nahezu an diejenigen von speziell konstruierten Wasserturbinen heranreichen. Hiervon wird gelegentlich Gebrauch gemacht. Zur Ausnutzung einer kleinen Wasserkraft kann statt einer aufwändigen Wasserturbine eine preiswerte Serienpumpe verwendet werden. Aber auch in Pumpspeicherkraftwerken beachtlicher Leistung wird oft auf getrennte Maschinen für den Pumpen- und den Turbinenbetrieb verzichtet, und man verwendet Umkehrmaschinen für beide Aufgaben (Abschn. 5.5.7). Im übrigen ist die Kenntnis des Verhaltens in den verschiedenen Bereichen für die Beurteilung instationärer Betriebsübergänge von Bedeutung.

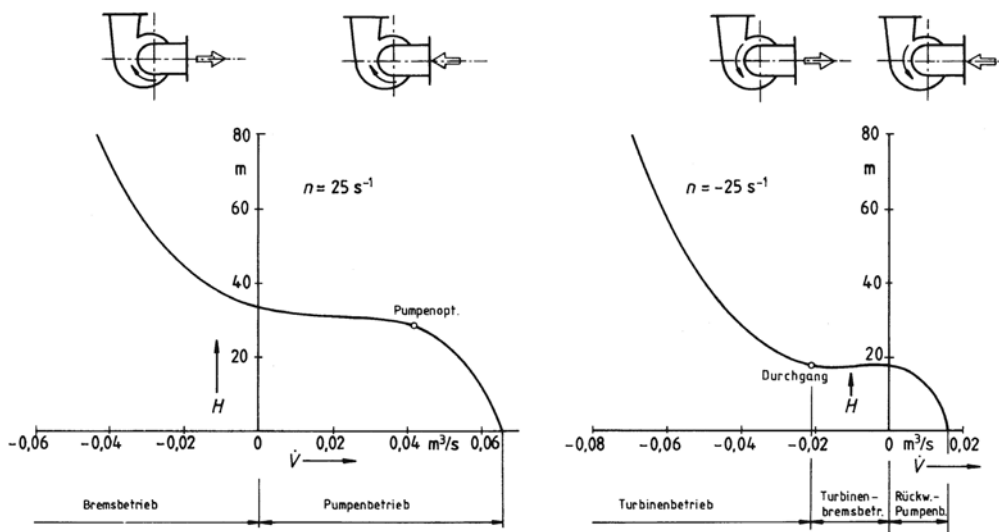


Bild 5.45 Vollständige Kennlinie einer Kreiselpumpe

So wird z. B. bei einem unbeabsichtigten Antriebsausfall die Drehzahl rasch abfallen. Die Pumpe geht unter Umkehr der Durchflussrichtung in den Bremsbetrieb über und wird bis zum Stillstand verzögert. Das immer noch vorhandene Drehmoment wird die jetzt als Turbine arbeitende Maschine sogleich in der umgekehrten Drehrichtung wieder antreiben und weiter beschleunigen. Ein Gleichgewicht ist erst erreicht, wenn die Turbinendrehzahl so hoch ist, dass das Drehmoment verschwindet. Dieser als Durchgang bezeichnete Betriebszustand bildet die Grenze des Turbinenbetriebes. Sein mögliches Auftreten ist bei der Festigkeitsberechnung der Pumpe zu berücksichtigen. Näherungsweise liegt die Durchgangsdrehzahl etwa beim 1,2 bis 2,0-fachen der Pumpendrehzahl, wobei die größeren Werte für schnellläufige Pumpen gelten.

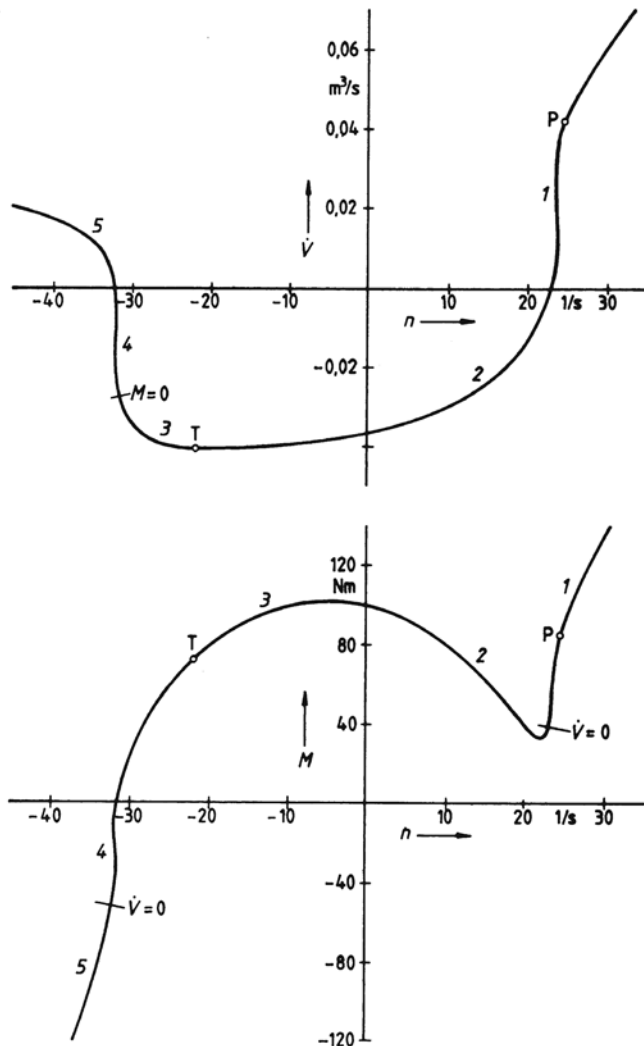


Bild 5.46

$\dot{V}, n$ - und M, n -Diagramm
mit den 5 Betriebsgebieten

P Pumpenoptimum

T Turbinenoptimum

1 Pumpenbetrieb

2 Bremsbetrieb

3 Turbinenbetrieb

4 Turbinenbremsbetrieb

5 Rückwärtspumpenbetrieb

Turbinenbrems- und Rückwärtspumpenbetrieb. Soll die Maschine über den Durchgang hinaus in Turbinendrehrichtung angetrieben werden, so muss offenbar vom Antrieb her Arbeit aufgenommen werden. Es ergibt sich ein weiterer Bremsbetrieb, der sich von dem oben beschriebenen durch den Drehsinn in Turbinenrichtung unterscheidet und Turbinenbremsbetrieb genannt wird. Verfolgt man die Kennlinie weiter, so wird sich schließlich das Vorzeichen des Volumenstroms wieder umkehren, und die Maschine fördert das Fluid bei „falscher“ Drehrichtung im Sinne einer Pumpe. Der Wirkungsgrad ist dabei gering, und der Lauf der Maschine unruhig und mit Geräusch verbunden.

Darstellung der fünf Betriebsgebiete im $\dot{V}$, n -Diagramm. Da in dem bisher benutzten $\dot{V}$, H -Diagramm Linien konstanter Drehzahl gezeichnet werden, ist es unmöglich, alle fünf Betriebsgebiete durch eine einzige Kurve darzustellen, da die Drehrichtung unterschiedlich ist. Eine geschlossene Darstellung gelingt aber, wenn man die Drehzahl als unabhängige Variable wählt und das Gefälle konstant lässt. In Bild 5.46 sind in dieser Weise die Verläufe des Volumenstroms und des Drehmoments gezeigt. Die Vorzeichen sind so gewählt, wie sie in diesem Buch für den Pumpenbetrieb verwendet werden.

Vom Pumpenoptimum ausgehend erkennt man, wie mit abnehmender Drehzahl auch der Volumenstrom kleiner wird. Sinkt die Drehzahl unter einen Mindestwert, so kann das Fluid nicht mehr in Pumpenfließrichtung gefördert werden, der Volumenstrom ändert sein Vorzeichen, und die Pumpe geht in den Bremsbetrieb über. Wird auch die Drehzahl negativ, so arbeitet die Maschine bis zum Durchgangspunkt als Turbine und darüber hinaus unter Vorzeichenumkehr des Drehmoments als Turbinenbremse solange, bis der Volumenstrom wieder positiv wird, womit der Rückwärtspumpenbetrieb erreicht ist.

5.5.7 Pumpspeicherkraftwerke, Pumpenturbinen

Prinzip der Pumpspeicherung. Elektrische Energie kann in großem Maßstab nicht gespeichert und deshalb nicht auf Vorrat produziert werden. In begrenztem Umfang lässt sich aber die unterschiedliche Belastung der Kraftwerke dadurch ausgleichen, dass die elektrische Energie umgewandelt und in thermischer oder mechanischer Form abgespeichert wird (Abschn. 4.4.1).

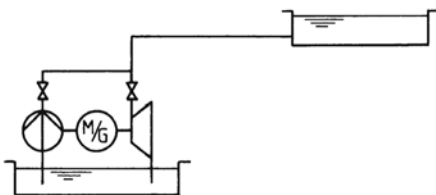


Bild 5.47

Prinzipbild eines Pumpspeicherkraftwerks

Die meist verbreite Art solcher Energiespeicher stellen die Pumpspeicherkraftwerke dar, deren wesentliche Bestandteile die Bilder 5.47 und 5.48 zeigen. Zum Laden des Speichers entnimmt die elektrische Synchronmaschine dem Verbundnetz Energie, arbeitet im Motorbetrieb und treibt die Pumpe an. Von Verlusten abgesehen findet sich die aufgewendete Arbeit als potentielle Energie des in das obere Becken geförderten Wassers. Bei Bedarf

wird der Speicher wieder entladen, indem die Turbine die jetzt als Generator wirkende elektrische Maschine antreibt und die Energie ins Netz zurückgegeben wird.

Bei dem in Bild 5.48 gezeigten Maschinensatz läuft die Francis-Turbine beim Betrieb der Speicherpumpe leer mit. Um dabei die Ventilationsverluste klein zu halten, wird das Leitrad geschlossen und der Laufradraum mit Druckluft leergeblasen. Im Turbinenbetrieb wird die Pumpe abgekuppelt, stillgesetzt und entleert. Für den Übergang vom Turbinen- in den Pumpenbetrieb muss deshalb die Pumpe zunächst hochgefahren, dann synchronisiert und gekuppelt werden. Hierzu dient eine kleine Pelton-Anwurf-turbine in Verbindung mit einer Zahnkupplung.

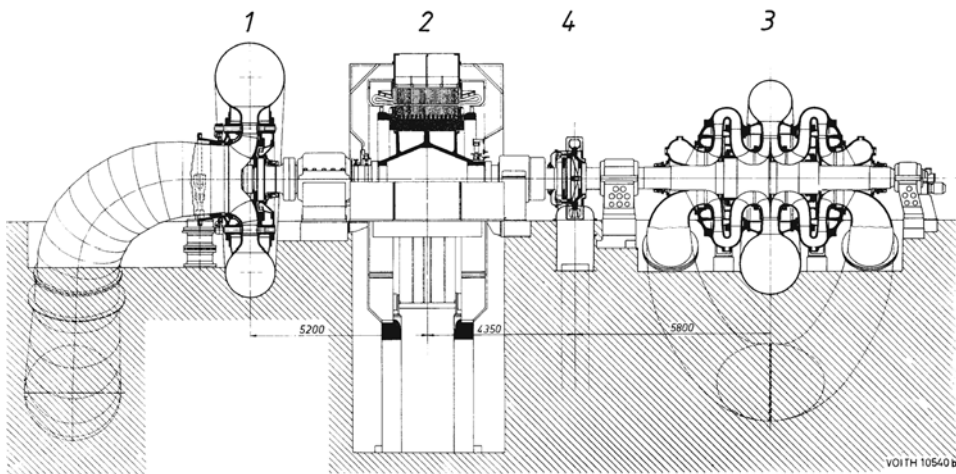


Bild 5.48 Maschinensatz eines Pumpspeicherkraftwerks (Voith)

Turbinenleistung 150 MW, Pumpenleistung 71 MW, Fall-Förderhöhe 260 ÷ 290 m

- 1 Francis-Turbine
- 2 Motor/Generator
- 3 Speicherpumpe
- 4 Pelton-Anwurf-turbine mit Zahnkupplung

Umkehrbare Pumpenturbinen. Da eine Kreiselpumpe bei gutem Wirkungsgrad auch als Turbine arbeiten kann, ist es naheliegend, den Bauaufwand eines Pumpspeicherkraftwerks dadurch zu reduzieren, dass auf die Turbine ganz verzichtet wird, und die Speicherpumpe in beiden Drehrichtungen im Pumpen- und im Turbinenbetrieb eingesetzt wird. Dadurch wird nicht nur eine von zwei hydraulischen Maschinen mit den erforderlichen Absperrorganen gespart, sondern auch die Rohrleitungen werden einfacher und der Platzbedarf des Maschinensatzes kleiner, wodurch die Baukosten insgesamt erheblich verringert werden. Der Speicherwirkungsgrad andererseits ist kleiner als bei einem Dreimaschinensatz. In den längeren Schaufelkanälen der Pumpenturbine entstehen höhere Reibungsverluste und wegen des größeren Laufraddurchmessers ist auch die Radseitenreibung größer. Dadurch werden im Turbinenoptimum keine so hohen Wirkungsgrade erreicht wie mit einer nur für den Turbinenbetrieb gestalteten Maschine. Der Effekt wird dadurch verstärkt, dass der

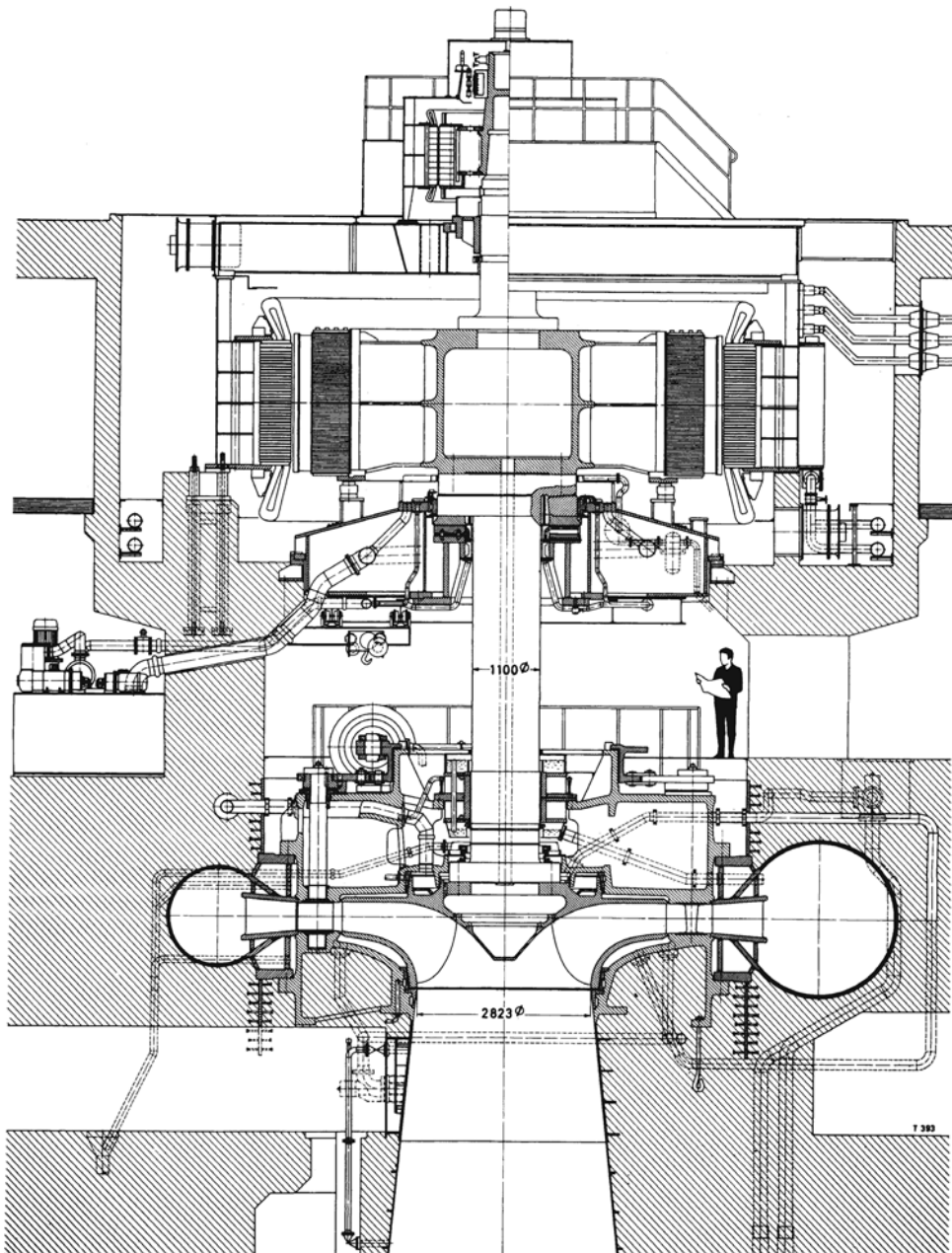


Bild 5.49 Umkehrbare Francis-Pumpenturbine (Voith)

Turbinenbetrieb

 $H = 220 \div 275 \text{ m}$ $P_{\text{max}} = 169 \div 245 \text{ MW}$
 $\dot{V}_{\text{max}} = 88 \div 102 \text{ m}^3/\text{s}$ $n = 4,545 \text{ 1/s}$

Pumpenbetrieb

 $H = 232 \div 280 \text{ m}$ $P = 206 \div 191 \text{ MW}$
 $\dot{V} = 82 \div 64 \text{ m}^3/\text{s}$ $n = 4,545 \text{ 1/s}$

optimale Betriebspunkt des Turbinenbetriebes bei einer Drehzahl erreicht wird, die dem Betrag nach etwas kleiner ist als die günstigste Pumpendrehzahl. Von wenigen Ausnahmen abgesehen, muss aber der Maschinensatz in beiden Betriebsarten mit der gleichen Drehzahl laufen, sodass die Maschine etwas außerhalb der Bestpunkte ausgelegt sein muss. Nachteilig sind außerdem die längeren Umschaltzeiten beim Übergang von der einen in die andere Betriebsart. Im Gegensatz zum Dreimaschinensatz muss ja der gesamte Läufer der Pumpenturbine und des Motor-Generators abgebremst und in der Gegenrichtung wieder hochgefahren werden. Der Zweimaschinensatz wird deshalb bevorzugt, wenn keine besonders kurzen Umschaltzeiten gefordert werden, und wenn die Ersparnis an Kapitalkosten den Mehraufwand an Betriebskosten rechtfertigt. Die Laufradform (Bild 5.49) muss sich vor allem nach den Bedürfnissen des Pumpenbetriebes richten, da die verzögerte Strömung mäßig erweiterte und damit lange Schaufelkanäle erfordert. Wie eine Francis-Turbine wird die Pumpenturbine im Turbinenbetrieb mittels drehbarer Leitschaufeln geregelt. Im Pumpenbetrieb werden diese bei manchen Ausführungen blockiert, um Leitschaufelschwingungen zu vermeiden.

6 Ventilatoren und Verdichter

6.1 Einleitung

Strömungsarbeitsmaschinen zur Förderung gasförmiger Fluide werden nach dem Grad der Drucksteigerung in Ventilatoren und Verdichter eingeteilt.

Ventilatoren. Bis zu Druckverhältnissen $\Pi = p_D/p_s < 1,3$ kann die Dichteänderung der Fluide unberücksichtigt bleiben, sodass die Berechnung in gleicher Weise wie bei den Kreiselpumpen zulässig ist. Je nach der Schnelligkeit haben Ventilatoren eine radiale bzw. eine oder zwei axiale Stufen. Eine Sonderbauform sind die Querstromventilatoren, die in Form und Wirkungsweise mit den Durchströmwasserturbinen (Abschn. 2.1) vergleichbar sind.

Ventilatoren werden in großen Stückzahlen als Kühlbläser z. B. zur Kühlung elektronischer Geräte oder von Motoren gefertigt. Ferner werden sie in Trocknungs-, Klima- und Lüftungsanlagen eingesetzt z. B. zur Tunnelbelüftung. In Feuerungsanlagen dienen sie als Frischluft- und Saugzugebläse.

Verdichter. Bei großen Druckerhöhungen müssen Änderungen der Fluidichte berücksichtigt werden.

Radialverdichter werden als einstufige Maschinen z. B. zur Aufladung von Verbrennungsmotoren (Abschn. 4.4.3) und als Pipeline-Verdichter zum Gastransport angewendet. Mehrstufige radiale Maschinen werden unter anderem zur Druckluftversorgung im Bergbau, in der chemischen Industrie zur Erzeugung des erforderlichen Reaktionsdrucks sowie in Kälteanlagen eingesetzt.

Axiale Verdichter sind immer mehrstufig, sie sind für die Förderung großer und sehr großer Volumenströme bei kleinen bis mittleren Druckverhältnissen geeignet und finden Anwendung in Stahlwerken zur Winderzeugung für Hochöfen und Konverter, in Raffinerien und nicht zuletzt in Gasturbinen und Flugtriebwerken (Abschn. 4.3.2).

Außer Maschinen mit rein axialer Beschauelung gibt es auch kombinierte Axial-Radial-Verdichter, bei denen einem axialen Niederdruckteil ein Hochdruckteil nachgeschaltet ist, der aus einer oder mehreren radialen Stufen besteht.

Mehrstufige Verdichter radialer, axialer oder kombinierter Bauart werden ein- oder mehrgehäusig ausgeführt. Bei Radialverdichtern ist Zwischenkühlung zwischen einzelnen Stufen, bei axialen zwischen einzelnen Gehäusen möglich.

Vergleich mit Kolbenverdichtern. Kreiselpverdichter zeichnen sich durch die bekannten Vorteile der Strömungsmaschinen aus. Sie haben keine hin- und hergehenden Teile mit wechselnden Massenbeschleunigungen, sind einfach aufgebaut und ihre Abmessungen und Massen sind gering. Die Verdichtung geschieht kontinuierlich, sodass kein stoß- und druckausgleichender Windkessel benötigt wird. Da nur die Lager, die mit dem Fluid nicht in Berührung kommen, geschmiert werden müssen, bleibt das Gas ölfrei, der Schmiermittelverbrauch ist gering, und es gibt kaum Verschleiß. Kreiselpverdichter haben sich

deshalb allgemein durchgesetzt und werden bevorzugt eingesetzt. Die Kolbenkompressoren sind aber überlegen, wenn relativ kleine Volumenströme bis zu etwa $0,06 \text{ m}^3/\text{s}$ auf hohe oder sehr hohe Drücke zu verdichten sind.

Den Kolbenverdichtern kann man auch die Rotations- und Schraubenverdichter zurechnen. Sie haben zwar keine oszillierenden sondern rotierende Maschinenteile, arbeiten aber nach dem Verdränger- und nicht nach dem Strömungsprinzip.

6.2 Ventilatoren

6.2.1 Radialventilatoren

Laufradformen. Die ungefähren Anwendungsbereiche der verschiedenen Ventilatorformen sind in Bild 6.1 dargestellt. Die Laufräder sind ähnlich wie bei den Kreiselpumpen, aber im Gegensatz zu diesen sind halbaxiale Formen mit doppelt gekrümmten Laufschaufeln nicht üblich. Vielmehr wird der weite Bereich der Schnellläufigkeit $\sigma = 0,04$ bis $0,7$ mit rein radialen Rädern abgedeckt (Bild 6.2). Die Schaufelaustrittswinkel sind kleiner als bei Wasserförderung und überschreiten selten 130° . Außer Laufrädern mit rückwärts gekrümmten Schaufeln, auf die sich die Angaben in Bild 6.2 beziehen, werden auch solche mit spitzen Austrittswinkeln angewendet. Für solche „Trommelläufer“ mit vorwärts gekrümmten hakenförmigen Laufschaufeln (Bild 6.3 Nr. 3) gilt nach [20]

$$\sigma = 0,44 \div 0,6; \quad \delta = 1,19 \div 1,32; \quad D_1/D_2 = 0,8 \div 0,95.$$

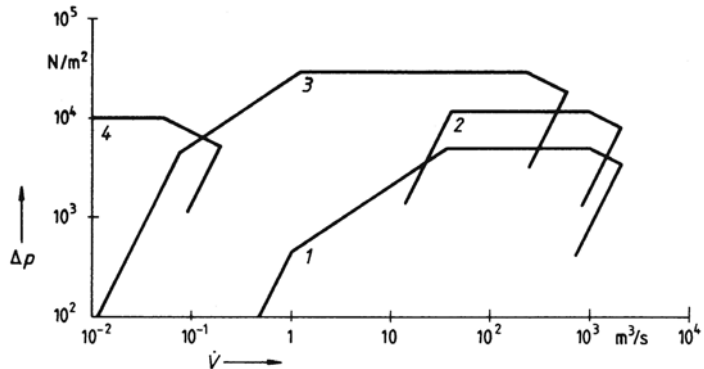


Bild 6.1 Ungefähre Anwendungsgebiete von Ventilatoren
 1 einstufige Axialventilatoren 3 Radialventilatoren
 2 zweistufige Axialventilatoren 4 Querstromventilatoren

In Bild 6.3 ist veranschaulicht, welchen Einfluss die Wahl von $\beta_{2\infty}$ auf die Laufradgröße, die Form der Schaufelkanäle und den Reaktionsgrad hat. Für einen bestimmten Anwendungsfall, also gegebene spezifische Stutzenarbeit muss bei drallfreier Zuströmung ($c_{1u} = 0$) nach der Hauptgleichung

$$Y_{\text{theo}} = \frac{(1+p)}{\eta_a} Y = u_2 c_{2u} - u_1 c_{1u}$$

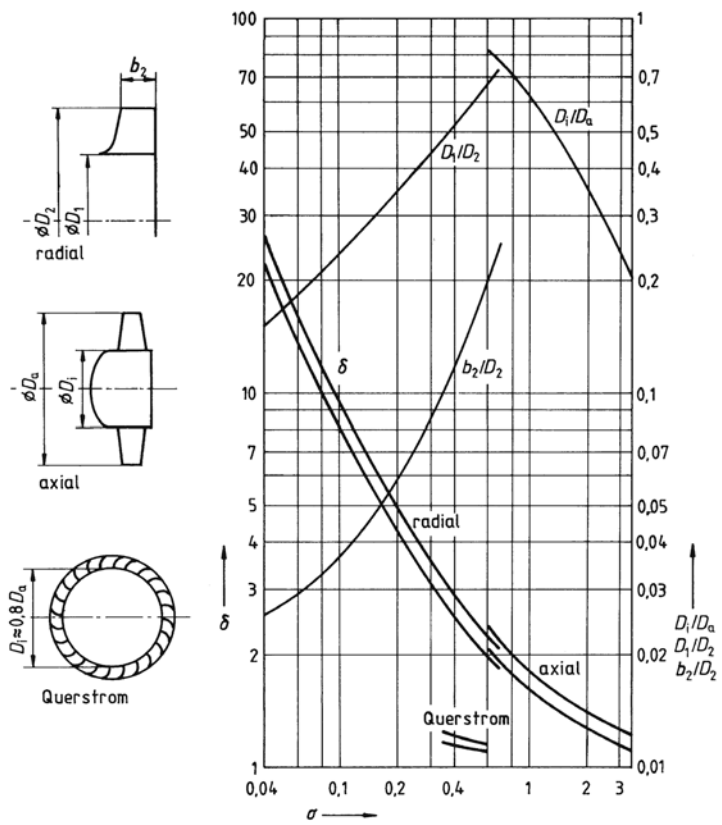


Bild 6.2 Auslegungsdigramm für Ventilatoren

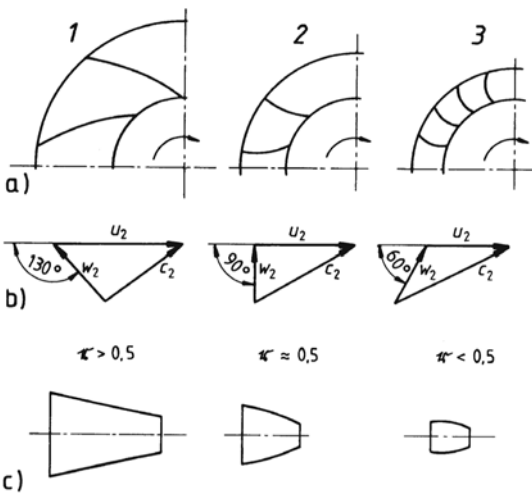


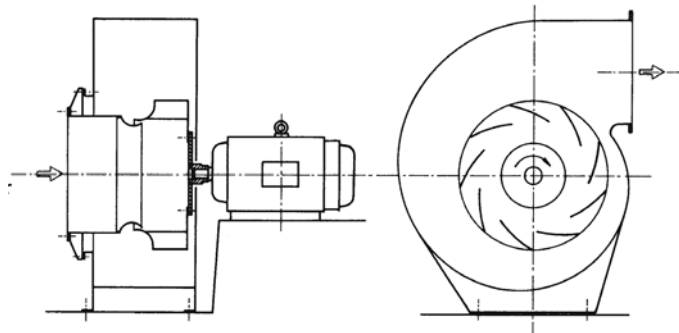
Bild 6.3
Laufradformen von Radialventilatoren
a) Laufradskizze
b) Austrittsdreieck
c) abgewickelter Schaufelkanal

das Produkt $u_2 c_{2u}$ konstant bleiben, da $Y_{th\infty}$ ungefähr gleich bleiben wird, wenn vom Einfluss der Laufradform auf den Minderleistungsfaktor $(1 + p)$ und den aerodynamischen Wirkungsgrad η_a vereinfachend abgesehen wird. Die Geschwindigkeitsdreiecke zeigen, wie die Umfangsgeschwindigkeiten und bei gleichen Drehzahlen mit ihnen die Laufraddurchmesser von links nach rechts abnehmen. Der Reaktionsgrad wird ebenfalls immer kleiner. In der Abbildung ist das am wachsenden Betrag von c_2 erkennbar. Es liegt ein immer größerer Anteil der Schaufelarbeit in Form kinetischer Energie $c_2^2/2$ vor.

Wirkungsgrade. Die besten Werte werden mit den rückwärts gekrümmten Schaufeln der Form 1 erreicht, weil bei hohem Reaktionsgrad ein großer Teil der gesamten Druckerhöhung im Laufrad erreicht wird, was dort mit geringeren Verlusten als in einem stillstehenden Leitdiffusor möglich ist. Überdies sind die langen, mäßig erweiterten Kanäle günstiger als die der Räder 2 und 3. Die Form 3 wird im Ventilatorbau dennoch angewendet, vor allem zur Verarbeitung großer Volumenströme, wenn kleine Abmessungen verlangt werden, und die Forderung nach hohem Wirkungsgrad zurücktritt. Schließlich ist die Hakenschaufel gegenüber Fliehkräften wesentlich steifer als eine rückwärts gekrümmte Schaufel, sodass höhere Drehzahlen erreichbar sind.

Aufbau. Die Schaufeln sind meist aus Blech gebogene Kreisbogenschaufeln, deren Herstellung billig ist, und die mit den Laufradböden und Deckscheiben vernietet oder verschweißt sind. Nur bei hohen Ansprüchen werden profilierte Schaufeln angewendet. Der Wirkungsgrad wird dadurch nicht nur im Optimalpunkt um 2 bis 3 Prozentpunkte besser, sondern vor allem auch bei abweichenden Betriebszuständen, weil die abgerundeten Eintrittskanten die Profilschaufeln weniger empfindlich gegen Schräganströmen machen.

Bild 6.4
Radialventilator
 $\dot{V} = 3 \text{ m}^3/\text{s}$
 $n = 16,7 \text{ 1/s}$
 $D_2 = 650 \text{ mm}$



Radialventilatoren haben gewöhnlich als einzigen Leitapparat ein Spiralgehäuse mit rechteckigem Querschnitt, das in einfacher Weise aus Blech herzustellen ist (Abschn. 5.4.2). Bild 6.4 zeigt ein typisches Beispiel eines solchen Ventilators, bei dem das Laufrad unmittelbar auf die Motorwelle aufgezogen ist. Bei ähnlichen Maschinen mit eigener Lagerung wird ein Riementrieb vorgesehen, wodurch eine freie Drehzahlwahl möglich wird.

Berechnung. Da die Kompressibilität des Förderfluids vernachlässigt wird, unterscheidet sich die Berechnung nicht von der einer Kreiselpumpe (Abschn. 5.3). Der Ventilator kann in eine Rohrleitung eingebaut sein oder in einen großen Raum frei ausblasen. Für den

freiblasenden Ventilator (Index f) errechnet sich die spezifische Stutzenarbeit über die Differenz der statischen Drücke

$$Y_f = \frac{\Delta p_{\text{stat}}}{\rho} = \frac{p_D - p_S}{\rho}$$

und damit der Wirkungsgrad in dem die kinetische Austrittsenergie als verloren angesehen wird

$$\eta_f = \frac{\dot{m} Y_f}{P} = \frac{\dot{V}(p_D - p_S)}{P}.$$

Für die Laufradberechnung maßgebend ist aber die Gesamtdruckerhöhung und die damit gebildete Stutzenarbeit

$$Y = \frac{\Delta p_{\text{tot}}}{\rho} = \frac{p_D - p_S}{\rho} + \frac{c_D^2 - c_S^2}{2}. \quad (6.1)$$

Beispiel 6.1. Für einen Radialventilator ist gegeben:

Volumenstrom	$\dot{V} = 2,15 \text{ m}^3/\text{s}$	Ansaugzustand	$t_0 = 15 \text{ }^\circ\text{C}$
statische Druckerhöhung	$\Delta p_{\text{stat}} = 420 \text{ N/m}^2$		$p_0 = 1,0132 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$
Zuströmgeschwindigkeit	$c_S = 0$	aerodyn. Wirkungsgr.	$\eta_a = 0,8$
Abströmgeschwindigkeit	$c_D = 7 \text{ m/s}$	Minderleistungskoeff.	$\lambda^* = 0,8$
Drehzahl	$n = 16,4 \text{ 1/s}$	Verengungsfaktoren	$\tau_1 = 0,9; \tau_2 = 0,75.$

Gesucht sind die Abmessungen von Laufrad und Spirale.

Lösung. Die Dichte ist nach der Gaszustandsgleichung

$$\rho = \frac{p_0}{RT_0} = \frac{1,0132 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2}{287 \text{ J/(kgK)} \cdot 288 \text{ K}} = 1,226 \text{ kg/m}^3.$$

Damit werden die spezifische Stutzenarbeit und die Schnellläufigkeit

$$Y = \frac{\Delta p_{\text{stat}}}{\rho} + \frac{c_D^2}{2} = \frac{420 \text{ N/m}^2}{1,226 \text{ kg/m}^3} + \frac{7^2 \text{ m}^2/\text{s}^2}{2} = 367 \text{ m}^2/\text{s}^2$$

$$\sigma = \frac{2n\sqrt{\pi\dot{V}}}{(2Y)^{3/4}} = \frac{2 \cdot 16,4 \text{ 1/s} \sqrt{\pi \cdot 2,15 \text{ m}^3/\text{s}}}{(2 \cdot 367 \text{ m}^2/\text{s}^2)^{0,75}} = 0,604.$$

Dazu wird aus Bild 6.2 entnommen: $\delta = 2,04$; $D_1/D_2 = 0,7$; $b_2/D_2 = 0,2$, und damit

$$D_2 = \frac{2\delta}{\sqrt{\pi}} \sqrt[4]{\frac{\dot{V}^2}{2Y}} = \frac{2 \cdot 2,04}{\sqrt{\pi}} \sqrt[4]{\frac{2,15^2 \text{ m}^6/\text{s}^2}{2 \cdot 367 \text{ m}^2/\text{s}^2}} = 0,650 \text{ m}$$

$$D_1 = 0,7 \cdot 0,650 \text{ m} = 0,455 \text{ m}; \quad b_2 = 0,2 \cdot 0,650 \text{ m} = 0,130 \text{ m}.$$

Mit dem statischen Moment

$$S = \frac{D_2^2 - D_1^2}{8} = \frac{(0,650^2 - 0,455^2) \text{ m}^2}{8} = 0,0269 \text{ m}^2$$

wird mit $z''=9$ Schaufeln und einem vorläufig angenommenen Austrittswinkel $\beta_{2\infty}=140^\circ$ nach Gl. (5.4)

$$p = \lambda^* \frac{D_2^2 (4 - \beta_{2\infty}/60^\circ)}{4 z'' S} = \frac{0,8 \cdot 0,650^2 \text{ m}^2 (4 - 140/60^\circ)}{4 \cdot 9 \cdot 0,0269 \text{ m}^2} = 0,58$$

$$Y_{\text{th}\infty} = \frac{1+p}{\eta_a} Y = \frac{1,58}{0,8} 367 \text{ m}^2/\text{s}^2 = 725 \text{ m}^2/\text{s}^2.$$

Das Austrittsdreieck kann nun berechnet werden

$$u_2 = \pi n D_2 = \pi \cdot 16,4 \text{ 1/s} \cdot 0,65 \text{ m} = 33,5 \text{ m/s}$$

$$c_{2m} = \frac{\dot{V}}{\pi D_2 b_2 \tau_2} = \frac{2,15 \text{ m}^3/\text{s}}{\pi \cdot 0,650 \text{ m} \cdot 0,130 \text{ m} \cdot 0,75} = 10,8 \text{ m/s}$$

$$c_{2u} = \frac{Y_{\text{th}\infty}}{u_2} = \frac{725 \text{ m}^2/\text{s}^2}{33,5 \text{ m/s}} = 21,6 \text{ m/s}$$

$$w_{2u} = c_{2u} - u_2 = (21,6 - 33,5) \text{ m/s} = -11,9 \text{ m/s}$$

$$w_2 = \sqrt{c_{2m}^2 + w_{2u}^2} = \sqrt{(10,8^2 + 11,9^2) \text{ m}^2/\text{s}^2} = 16,1 \text{ m/s}$$

$$\beta_{2\infty} = \arctan\left(\frac{c_{2m}}{w_{2u}}\right) + 180^\circ = \arctan\left(\frac{10,8 \text{ m/s}}{-11,9 \text{ m/s}}\right) + 180^\circ = 138^\circ.$$

Am Eintritt wird festgelegt $c_1 = c_{1m} = c_{2m}$, womit

$$b_1 = \frac{\dot{V}}{\pi D_1 c_{1m} \tau_1} = \frac{2,15 \text{ m}^3/\text{s}}{\pi \cdot 0,455 \text{ m} \cdot 10,8 \text{ m/s} \cdot 0,9} = 0,155 \text{ m}$$

$$u_1 = \pi n D_1 = \pi \cdot 16,4 \text{ 1/s} \cdot 0,455 \text{ m} = 23,4 \text{ m/s}$$

$$w_{1u} = -u_1 = -23,4 \text{ m/s}$$

$$w_1 = \sqrt{c_{1m}^2 + w_{1u}^2} = \sqrt{(10,8^2 + 23,4^2) \text{ m}^2/\text{s}^2} = 25,8 \text{ m/s}$$

$$\beta_1 = \arctan\left(\frac{c_{1m}}{w_{1u}}\right) + 180^\circ = \arctan\left(\frac{10,8 \text{ m/s}}{-23,4 \text{ m/s}}\right) + 180^\circ = 155^\circ.$$

Die Schaufel wird als Kreisbogenschaufel ausgeführt. Deren Krümmungsradius und Exzentrizität sind nach den Gln. (5.5) und (5.6)

$$R = \frac{D_2^2 - D_1^2}{4(D_1 \cos \beta_1 - D_2 \cos \beta_{2\infty})} = \frac{(0,650^2 - 0,455^2) \text{ m}^2}{4(0,455 \text{ m} \cdot \cos 155^\circ - 0,650 \text{ m} \cdot \cos 138^\circ)} = 0,762 \text{ m}$$

$$e = \sqrt{D_2^2/4 + R^2 + D_2 R \cos \beta_{2\infty}} \\ = \sqrt{(0,650^2/4 + 0,762^2 + 0,650 \cdot 0,762 \cdot \cos 138^\circ) \text{ m}^2} = 0,564 \text{ m}.$$

Für die Strömung außerhalb des Laufrades gilt

$$c_{3u} = \frac{Y_{\text{th}}}{u_2} = \frac{Y}{\eta_a u_2} = \frac{367 \text{ m}^2/\text{s}^2}{0,8 \cdot 33,5 \text{ m/s}} = 13,7 \text{ m/s}$$

$$c_{3m} = \frac{\dot{V}}{\pi D_2 b_2} = \frac{2,15 \text{ m}^3/\text{s}}{\pi \cdot 0,650 \text{ m} \cdot 0,13 \text{ m}} = 8,1 \text{ m/s}$$

$$\alpha_3 = \arctan\left(\frac{c_{3m}}{c_{3u}}\right) = \arctan\left(\frac{8,1 \text{ m/s}}{13,7 \text{ m/s}}\right) = 31^\circ$$

In der Spirale mit der konstanten Breite $b_{sp} = 0,55 \text{ m}$ und dem Innenradius $r_{isp} = 0,38 \text{ m}$ ist die Drallkonstante

$$K = r c_u = \frac{D_2}{2} c_{3u} = \frac{0,65 \text{ m}}{2} \cdot 13,7 \text{ m/s} = 4,45 \text{ m}^2/\text{s}^2$$

und damit errechnen sich die Spiralradien nach Gl. (5.15)

$$R_{sp} = r_{isp} \exp\left(\frac{\dot{V}}{2\pi K b_{sp}} \cdot \varphi\right) = 0,38 \text{ m} \cdot \exp\left(\frac{2,15 \text{ m}^3/\text{s} \cdot \pi \cdot \varphi}{2 \cdot \pi \cdot 4,45 \text{ m}^2/\text{s} \cdot 0,55 \text{ m} \cdot 180}\right)$$

$$= 0,38 \text{ m} \cdot \exp(0,00244 \cdot \varphi).$$

Tabelle 6.1 Abmessungen einer Spirale mit konstanter Breite (Beispiel 6.1)

φ	°	0	45	90	135	180	225	270	315	360
R_{sp}	mm	380	424	473	528	589	658	734	819	914

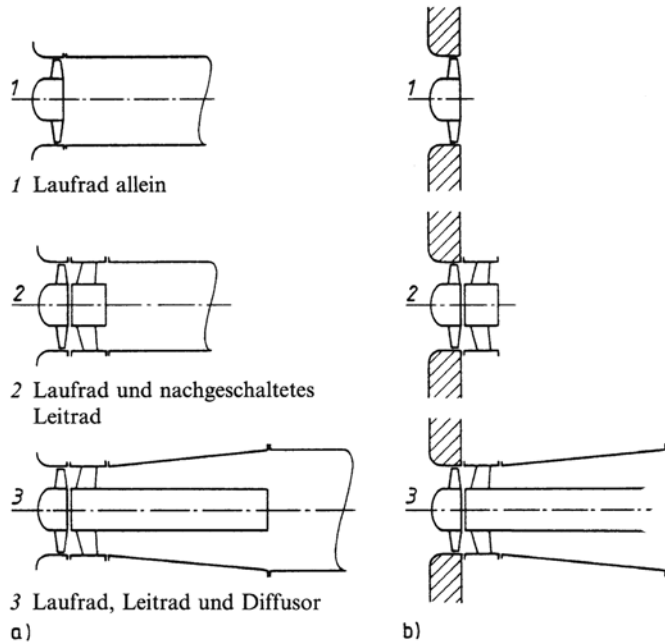
6.2.2 Axialventilatoren

Aufbau. Bei kleinen Druckdifferenzen bestehen die Maschinen aus dem axialen Laufrad allein, für größere Druckerhöhungen wird ein feststehendes Leitrاد nach- oder seltener vorgeschaltet, und schließlich kann ein zusätzlicher Ausströmdiffusor vorgesehen werden. In jedem Fall kann der Ventilator in eine angeschlossene Rohrleitung oder frei in den Raum ausblasen (Bild 6.5).

Die Laufschaufeln sind aus Blech gebogen oder für höhere Ansprüche profiliert. Sie können fest, im Stillstand einstellbar oder während des Betriebes verstellbar sein. In Bild 6.6 ist als Beispiel ein Axialventilator mit pneumatischer Laufschaufelverstellung gezeigt.

Berechnung. Für die Laufradströmung wird wie in Abschn. 3.4.5 eine über den Radius konstante Meridiansgeschwindigkeit, drallfreie Zuströmung und eine Abströmgeschwindigkeit mit konstantem Drall angenommen.

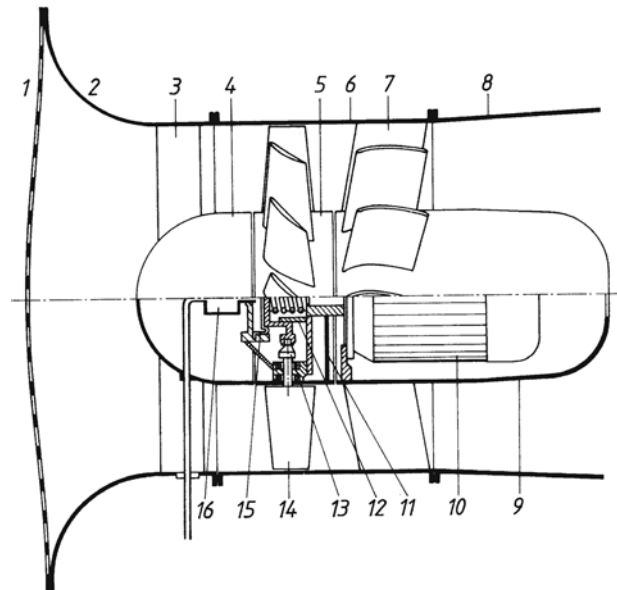
Eine Fluidbewegung, die der letzten Bedingung $r c_u = \text{konst}$ genügt, würde bei r gegen null eine unendlich große Umfangskomponente c_u verlangen. Da dies physikalisch unmöglich ist, stellt sich in Wirklichkeit eine Strömung ein, bei der das Fluid innerhalb eines Wirbelkerns mit konstanter Winkelgeschwindigkeit, also wie ein fester Körper rotiert (Bild 6.7 a). Der Durchmesser dieser Kernströmung ist in [23] nach dem Prinzip der kleinsten Wirkung analytisch berechnet worden, wobei zwischen einer axial unendlich ausgehenden und einer begrenzten Drallströmung unterschieden wird.

**Bild 6.5**

Ausführungsformen
und Einbauarten von
Axialventilatoren

- a) Rohrventilatoren
- b) freiblasende Ventilatoren

- 1 Schutzgitter
- 2 Einströmdüse
- 3 Befestigungsstreben
- 4 Anströmhaube
- 5 Laufrad
- 6 Gehäuse
- 7 Leitschaufel
- 8 Diffusor
- 9 Abströmhaube
- 10 Motor
- 11 Laufradnabe
- 12 Verstellvorrichtung
- 13 Verstellhebel
- 14 Laufschaufel
- 15 Rollmembran
- 16 Anschlussstück für die Druckeinführung

**Bild 6.6** Axialventilator mit pneumatischer Laufschaufelverstellung (Voith)

Die Ergebnisse sind in Bild 6.7 b nach [22] über dem dimensionslosen Quotienten

$$\frac{\varphi}{\psi_{th}} = \frac{4 \dot{V} / (\pi^2 n D_a^3)}{2 Y_{th} / (\pi^2 n^2 D_a^2)} = \frac{2 \dot{V} n}{Y_{th} D_a}$$

aufgetragen. Für die optimale Auslegung eines Axialventilators ist aus diesen Ergebnissen zu folgern, dass der Nabendurchmesser dem Kerndurchmesser der Wirbelströmung gleich sein sollte. Die nach Bild 6.2 festgelegten Abmessungen sind deshalb nach Bild 6.7 zu überprüfen, wobei für einen leitrادلösen Rohrventilator die unbegrenzte und für die Anordnung mit Leitrad oder für einen frei ausblasenden Ventilator die begrenzte Drallströmung anzunehmen ist.

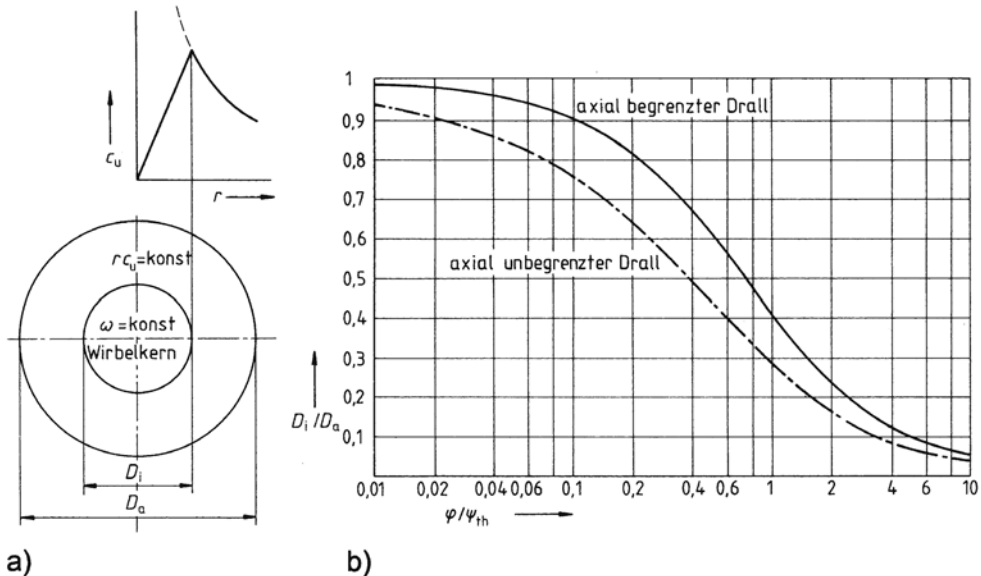


Bild 6.7 Drallströmung in zylindrischen Strömungsräumen
a) Querschnitt und Verlauf der Geschwindigkeitskomponente in Umfangsrichtung
b) Diagramm

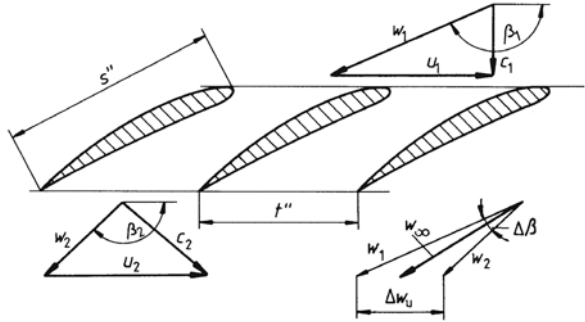
Zur Wahl der Schaufelzahl wird in Anlehnung an [8] und [21] vorgeschlagen, das Teilungsverhältnis an der Nabe mit den Bezeichnungen von Bild 6.8 folgendermaßen festzulegen

$$\frac{s''}{t''} = \frac{2 \Delta w_u}{\zeta_r w_\infty}, \quad (6.2)$$

wobei für den Zirkulationskoeffizienten $\zeta_r = 0,725 + 0,81 \Delta\beta / 90^\circ$ eingesetzt werden kann. Schließlich soll die mit der Profilschne gebildete Reynolds-Zahl den Minimalwert

$$Re = \frac{w_\infty s''}{\nu} = (1,5 \div 3,0) \cdot 10^5$$

nicht unterschreiten.

**Bild 6.8**

Axiales Schaufelgitter

Beispiel 6.2 Mit einem Axialventilator soll der gleiche Volumenstrom und die gleiche spezifische Stutzenarbeit wie in Beispiel 6.1 aber bei höherer Drehzahl erreicht werden. Gesucht sind die Hauptabmessungen des Laufrades.

Gegeben: $\dot{V} = 2,15 \text{ m}^3/\text{s}$; $Y = 367 \text{ m}^2/\text{s}^2$; $n = 24,6 \text{ 1/s}$.

Lösung.
$$\sigma = \frac{2n\sqrt{\pi\dot{V}}}{(2Y)^{3/4}} = \frac{2 \cdot 24,6 \text{ 1/s} \cdot \sqrt{\pi \cdot 2,15 \text{ m}^3/\text{s}}}{(2 \cdot 367 \text{ m}^2/\text{s}^2)^{0,75}} = 0,907$$

$\delta = 1,85$ (Bild 6.2)

$$D_a = \frac{2\delta}{\sqrt{\pi}} \sqrt[4]{\frac{\dot{V}^2}{2Y}} = \frac{2 \cdot 1,85}{\sqrt{\pi}} \frac{\sqrt{2,15 \text{ m}^3/\text{s}}}{\sqrt[4]{2 \cdot 367 \text{ m}^2/\text{s}^2}} = 0,588 \text{ m}$$

$$Y_{th} = \frac{Y}{\eta_a} = \frac{367 \text{ m}^2/\text{s}^2}{0,8} = 459 \text{ m}^2/\text{s}^2$$

$$\frac{\varphi}{\psi_{th}} = \frac{2\dot{V}n}{Y_{th}D_a} = \frac{2 \cdot 2,15 \text{ m}^3/\text{s} \cdot 24,6 \text{ 1/s}}{459 \text{ m}^2/\text{s}^2 \cdot 0,588 \text{ m}} = 0,392$$

$D_i/D_a = 0,67$ (Bild 6.7 b axial begrenzter Fall)

$D_i = 0,67 \cdot 0,588 \text{ m} = 0,394 \text{ m}.$

Die Berechnung der Geschwindigkeitsdreiecke ist für die Schaufelschnitte bei D_a (außen) und bei D_i (innen) in Tabelle 6.2 durchgeführt.

An der Nabe (innen) wird nach Gl. (6.2)

$$\zeta_r = 0,725 + 0,81 \Delta\beta / 90^\circ = 0,725 + 0,81 \cdot 17,8 / 90^\circ = 0,885$$

$$\frac{s''}{t''} = \frac{2\Delta w_u}{\zeta_r w_\infty} = \frac{2 \cdot 15,1 \text{ m/s}}{0,855 \cdot 27,1 \text{ m/s}} = 1,3$$

und mit $z'' = 16$ Schaufeln

$$t'' = \frac{\pi D_i}{z''} = \frac{\pi \cdot 0,394 \text{ m}}{16} = 0,0774 \text{ m}$$

$$s'' = t'' \frac{s''}{t''} = 0,0774 \text{ m} \cdot 1,3 = 0,100 \text{ m}$$

$$Re = \frac{w_{\infty} s''}{\nu} = \frac{27,1 \text{ m/s} \cdot 0,1 \text{ m}}{14,64 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}} = 1,85 \cdot 10^5.$$

Tabelle 6.2 Geschwindigkeitsdreiecke (Beispiel 6.2)

		außen	innen
$c_m = 4 \dot{V} / [\pi (D_a^2 - D_i^2)]$	m/s	14,4	14,4
$u = \pi n D$	m/s	45,4	30,5
$w_{1u} = -u$	m/s	- 45,4	- 30,5
$c_{2u} = Y_{th} / u_2$	m/s	10,1	15,1
$w_{2u} = c_{2u} - u$	m/s	- 35,3	- 15,4
$w_2 = \sqrt{w_{2u}^2 + c_m^2}$	m/s	38,2	21,1
$\beta_2 = \arctan(c_m / w_{2u}) + 180^\circ$	°	157,8	136,9
$w_1 = \sqrt{u^2 + c_m^2}$	m/s	47,7	33,7
$\beta_1 = \arctan(c_m / w_{1u}) + 180^\circ$	°	162,4	154,7
$\Delta\beta = \beta_1 - \beta_2$	°	4,6	17,8
$w_{\infty} = \sqrt{c_m^2 + (w_{1u} + w_{2u})^2 / 4}$	m/s	42,9	27,1
$\Delta w_u = w_{2u} - w_{1u}$	m/s	10,1	15,1

6.2.3 Querstromventilatoren

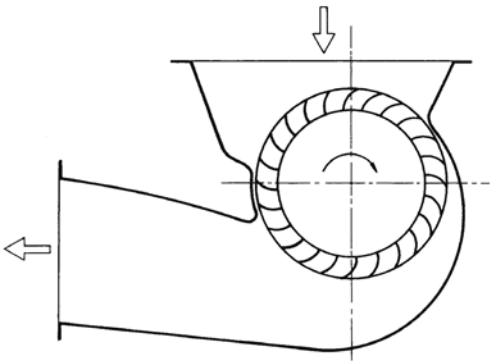


Bild 6.9
Prinzipbild eines Querstromventilators

Während die übrigen Ventilatoren Überdruckmaschinen sind, arbeiten die Querstromventilatoren nach dem Gleichdruckverfahren. Die walzenförmigen Laufräder sind teilbeaufschlagt und werden doppelt durchströmt. Das Fluid tritt über einen Teil des äußeren Umfangs ein, fließt nach innen durch die Schaufelkanäle, durchquert den Laufradinnenraum und passiert die Schaufelung ein zweites Mal von innen nach außen (Bild 6.9). Im

Lauftrad wird nur die kinetische Energie der Strömung erhöht, die erst in einem Austrittsdiffusor in eine Steigerung des statischen Druckes umgewandelt wird.

Die ohnehin hohe Druckziffer des Gleichdruckrades wird durch die doppelte Durchströmung noch gesteigert, und da die Durchflusszahl bei entsprechender Laufradbreite ebenfalls groß gemacht werden kann, ergibt sich ein platzsparender Ventilator, der mit seiner Rechteckform in vielen Fällen günstig einzubauen ist. Weitere Vorteile sind ein geräuschärmerer Lauf und drallfreie Abströmung. Die Wirkungsgrade sind jedoch niedriger als bei Radial- und Axialventilatoren.

6.3 Verdichter

6.3.1 Zwischenkühlung

Arbeitseinsparung. Mit der Drucksteigerung eines kompressiblen Fluids ist stets eine Temperaturerhöhung verbunden, und damit wächst der Leistungsbedarf nachfolgender Verdichterstufen, falls dem nicht durch Kühlung entgegengewirkt wird.

In Bild 6.10 ist als Beispiel die durch Zwischenkühlung erreichte Arbeitseinsparnis bei einer zweistufigen Verdichtung im p,v - und T,s -Diagramm dargestellt. Sie ist in beiden Diagrammen der schraffierten Fläche proportional.

Für einen ungekühlten Verdichter mit dem Druckverhältnis $\Pi = p_5/p_1$ und dem polytropen Wirkungsgrad η_p ist die Enthalpiedifferenz $\Delta h = h_5 - h_1$ nach Gl. (4.18)

$$\Delta h = \frac{\kappa}{\kappa - 1} R T_1 \left(\Pi^{\frac{\kappa-1}{\eta_p \kappa}} - 1 \right).$$

Bild 6.10

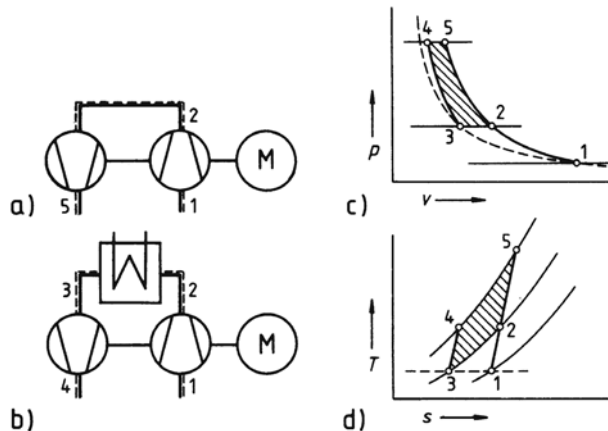
Zweistufige Verdichtung

a) ohne

b) mit Zwischenkühlung

c) p,v -Diagramm

d) T,s -Diagramm



Wird nun die gesamte Verdichtung in z Teile mit unter sich gleichen Druckverhältnissen $\Pi^{1/z}$ aufgeteilt und jedesmal auf die Anfangstemperatur T_1 rückgekühlt, so wird die Summe der Teilenthalpiedifferenzen

$$\Sigma \Delta h_{\text{Teil}} = \frac{z \kappa}{\kappa - 1} R T_1 \left(\Pi^{\frac{\kappa-1}{z \eta_p \kappa}} - 1 \right).$$

Die durch Kühlung erreichbare relative Arbeitersparnis ist demnach

$$\frac{\Delta h - \Sigma \Delta h_{\text{Teil}}}{\Delta h} = 1 - \frac{z \left(\Pi^{\frac{\kappa-1}{z \eta_p \kappa}} - 1 \right)}{\Pi^{\frac{\kappa-1}{\eta_p \kappa}} - 1} \quad (6.3)$$

Isothermer Wirkungsgrad. Eine ideale Verdichtung ist erreicht, wenn sich die Temperatur bei unendlich vielen Zwischenkühlern überhaupt nicht mehr erhöht. Der Arbeitsbedarf der isothermen Verdichtung wird deshalb zum Vergleich herangezogen und ein isothermer Wirkungsgrad definiert. Mit $v = RT_1/p$ nach der Gaszustandsgleichung ist

$$w_{\text{isoth}} = \int_{p_1}^{p_2} v dp = RT_1 \ln \left(\frac{p_2}{p_1} \right) = RT_1 \ln \Pi.$$

Der isotherme Wirkungsgrad bei z Teilverdichtern und $z-1$ Kühlstufen ist damit

$$\eta_{\text{isoth}} = \frac{w_{\text{isoth}}}{\Sigma \Delta h_{\text{Teil}}} = \frac{\kappa-1}{z \kappa} \frac{\ln \Pi}{\Pi^{\frac{\kappa-1}{z \eta_p \kappa}} - 1} \quad (6.4)$$

ein Ergebnis, das mit $z = 1$ auch für den ungekühlten Fall gilt.

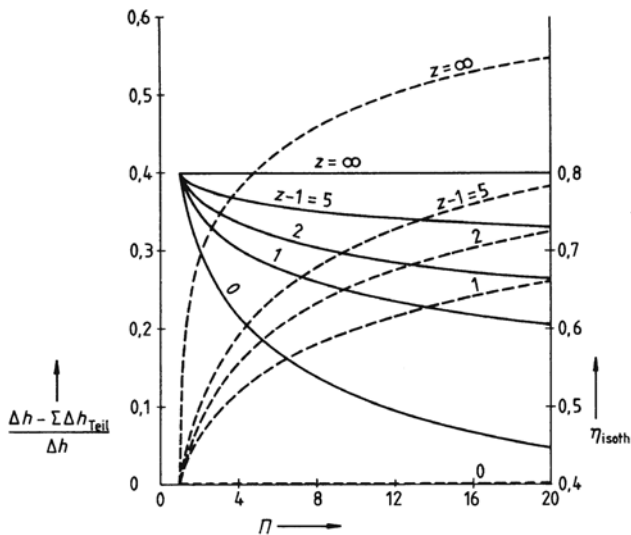


Bild 6.11

Isothermer Wirkungsgrad (ausgezogen) und relative Arbeitersparnis (gestrichelt) bei Verdichtung mit Zwischenkühlung
 z = Zahl der Teilverdichtungen
 $z-1$ = Zahl der Zwischenkühler

Relative Arbeitersparnis und isothermer Wirkungsgrad sind in Bild 6.11 mit $\kappa = 1,4$ und $\eta_p = 0,8$ dargestellt. Die durch Zwischenkühlung erreichbaren Einsparungen können recht beträchtlich werden. Allerdings ist hier eine ideale Zwischenkühlung angenommen, bei der jedesmal wieder die Eintrittstemperatur erreicht wird. Auch werden die durch Strömungswiderstände in den Kühlern verursachten Druckverluste nicht berücksichtigt. Die tatsächlich erreichten Einsparungen sind deshalb merklich niedriger.

Der isotherme Wirkungsgrad kennzeichnet nicht die strömungstechnische Güte des Verdichters sondern die Wirtschaftlichkeit der Zusammenarbeit mit dem Kühler. Ob eine Kühlung überhaupt sinnvoll ist, oder ob sogar die erhöhte Verdichtungsendtemperatur einen energetischen Vorteil bedeutet, ist nach dem Gesamtprozess zu beurteilen, innerhalb dessen der Verdichter arbeitet. Wo sich die Möglichkeit bietet, die dem Förderfluid entzogene Wärme zu Heizzwecken zu nutzen, ist zu überprüfen, ob auch noch eine Nachkühlung des verdichteten Gases vorzusehen ist.

Beispiel 6.8 Für eine Verdichtung mit einer Zwischenkühlstufe und dem Druckverhältnis $\Pi = 12$ sind Arbeitsersparnis und isothermer Wirkungsgrad für die beiden folgenden Fälle zu berechnen.

a) Ideale Verhältnisse wie in Bild 6.10, also Rückkühlung bis auf die Anfangstemperatur, kein Druckverlust im Kühler.

b) Rückkühlung auf $t_3 = 30^\circ\text{C}$, 2,5 % Druckverlust im Zwischenkühler.

Für beide Fälle ist gegeben: $R = 0,287\text{ kJ/(kgK)}$; $t_1 = 15^\circ\text{C}$; $z = 2$; $\Pi = 12$; $\eta_p = 0,8$; $\kappa = 1,4$.

Lösung zu a) Es ist

$$\Pi^{\frac{\kappa-1}{\eta_p \kappa}} = 12^{\frac{0,4}{0,8 \cdot 1,4}} = 2,429 \quad \text{und} \quad \Pi^{z \eta_p \kappa} = 2,429^{1/2} = 1,559$$

damit nach Gl. (6.3)

$$\frac{\Delta h - \Sigma \Delta h_{\text{Teil}}}{\Delta h} = 1 - \frac{z \left(\Pi^{\frac{\kappa-1}{z \eta_p \kappa}} - 1 \right)}{\frac{\kappa-1}{\Pi^{\eta_p \kappa}} - 1} = 1 - \frac{2(1,559 - 1)}{2,429 - 1} = 0,218$$

und nach Gl. (6.4)

$$\eta_{\text{isoth}} = \frac{\kappa-1}{z \kappa} \frac{\ln \Pi}{\frac{\kappa-1}{\Pi^{z \eta_p \kappa}} - 1} = \frac{0,4}{2 \cdot 1,4} \frac{\ln 12}{1,559 - 1} = 0,636.$$

zu b) Da die Voraussetzungen nicht zutreffen, können die Gln. (6.3) und (6.4) hier nicht übernommen werden. Ohne Kühlung ist

$$\Delta h = \frac{\kappa}{\kappa-1} R T_1 \left(\Pi^{\frac{\kappa-1}{\eta_p \kappa}} - 1 \right) = \frac{1,4}{0,4} 0,287\text{ kJ/(kgK)} \cdot 288\text{ K} (2,429 - 1) = 413\text{ kJ/kg}.$$

Mit Zwischenkühlung muss das Verdichtungsverhältnis wegen der Druckverluste um den Faktor 1,025 größer sein als Π . Damit werden die beiden Teilenthalpiedifferenzen

$$\begin{aligned} \Delta h_{\text{Teil1}} &= \frac{\kappa}{\kappa-1} R T_1 \left[\left(1,025 \Pi \right)^{\frac{\kappa-1}{z \eta_p \kappa}} - 1 \right] \\ &= \frac{1,4}{0,4} \cdot 0,287\text{ kJ/(kgK)} \cdot 288\text{ K} \left[\left(1,025 \cdot 12 \right)^{\frac{0,4}{2 \cdot 0,8 \cdot 1,4}} - 1 \right] = 163,6\text{ kJ/kg} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta h_{\text{Teil2}} &= \frac{\kappa}{\kappa-1} R T_3 \left[\left(1,025 \Pi \right)^{\frac{\kappa-1}{z \eta_p \kappa}} - 1 \right] = \Delta h_{\text{Teil1}} \frac{T_3}{T_1} \\ &= 163,6\text{ kJ/kg} \frac{303\text{ K}}{288\text{ K}} = 172,1\text{ kJ/kg} \end{aligned}$$

und die relative Einsparung

$$\frac{\Delta h - \Sigma \Delta h_{\text{Teil}}}{\Delta h} = \frac{413 \text{ kJ/kg} - (163,6 + 172,1) \text{ kJ/kg}}{413 \text{ kJ/kg}} = 0,187.$$

Der isotherme Wirkungsgrad ist

$$\eta_{\text{isoth}} = \frac{RT_1 \ln \Pi}{\Sigma \Delta h_{\text{Teil}}} = \frac{0,287 \text{ kJ/(kg K)} \cdot 288 \text{ K} \cdot \ln 12}{(163,6 + 172,1) \text{ kJ/kg}} = 0,612.$$

6.3.2 Bauformen von Verdichtern

Einstufige Radialverdichter werden für Druckverhältnisse bis zu $\Pi=4$, in Sonderfällen bis zu 5 gebaut. Die große spezifische Stutzenarbeit bei geringer Dichte des Förderfluids erfordert eine hohe Umfangsgeschwindigkeit, sodass die Laufräder großen Fliehkraftbeanspruchungen ausgesetzt sind. Hierfür haben sich offene Laufräder ohne Deckscheiben nach Bild 6.12 bewährt.

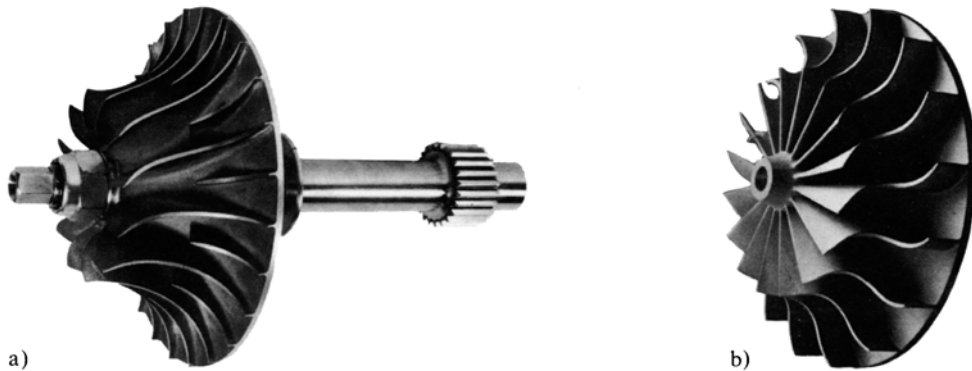


Bild 6.12 Offene radiale Verdichterlaufräder

a) rein radiale Schaufeln

b) leicht rückwärts gekrümmte Schaufeln

Die ursprüngliche Ausführung sah Schaufeln rein radialer Ausrichtung vor (Bild 6.12 a). Da die Schaufelblätter keine Biegemomente sondern nur Zugkräfte aufnehmen, sind sie für höchste Umfangsgeschwindigkeiten bis zu 460 m/s geeignet. Ohne diesen Vorzug aufzugeben, sind neuere Ausführungen am Austritt leicht rückwärts gekrümmt (Bild 6.12 b), wodurch die Kennlinien und der Wirkungsgrad verbessert werden. In jedem Fall sind die Schaufeln zum Eintritt hin so abgebogen, dass ein glatter Strömungsübergang erreicht wird.

Laufräder mit rückwärts gekrümmten Schaufeln erhalten Deckscheiben, um die notwendige Steifheit gegen die Fliehkraftbeanspruchung zu erreichen. Die zulässigen Umfangsgeschwindigkeiten liegen etwa bei 300 m/s. Die Schaufelblätter sind gewöhnlich doppelt gekrümmt.

Ähnlich wie bei radialen Pumpen wird den Laufrädern ein Leitschaufelkranz oder ein schaufelloser parallelwandiger Ringraum als Leitdiffusor nachgeschaltet. Die Leitschaufeln ergeben bessere Vollastwirkungsgrade, der schaufellose Ringdiffusor ist dagegen unempfindlicher gegen geänderte Betriebsbedingungen.

Die Laufräder sind meist fliegend gelagert, sodass nur eine Wellendichtung erforderlich ist. Die Gehäuse sind quer zur Maschinenachse geteilt (Bild 6.13).

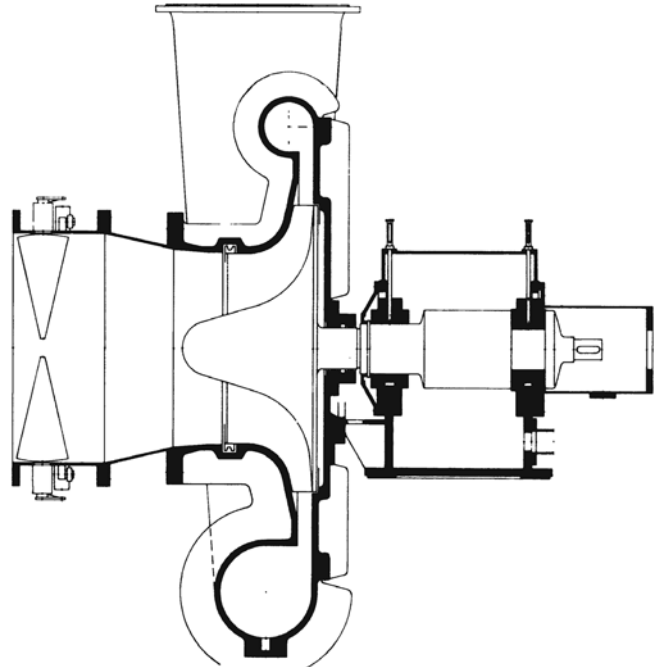


Bild 6.13

Einstufiger Radialverdichter mit verstellbarem Vordrallregler.
(Kühnle, Kopp & Kausch)
 $\Pi = 1,7$; $\dot{m} = 30 \text{ kg/s}$

Mehrstufige Radialverdichter sind ähnlich aufgebaut wie mehrstufige Pumpen (Bild 6.14). Da die spezifischen Volumina mit fortschreitender Verdichtung immer kleiner werden, sind die Stufen aber nicht unter sich gleich, sondern ihre Abmessungen nehmen ab, besonders wenn Zwischenkühlungen vorgesehen sind. Dabei besteht die Möglichkeit, alle Abmessungen im gleichen Verhältnis zu belassen, also die Stufenkennzahlen φ und ψ beizubehalten, oder bei konstantem Laufradaußendurchmesser nur die Breiten zurückzunehmen. In diesem Fall werden die Durchflusszahl φ und die Schnellläufigkeit σ von Stufe zu Stufe immer kleiner.

Die Laufräder sind meistens mit Deckscheiben und rückwärts gekrümmten Schaufeln ausgeführt. Räder des offenen Typs sind bei diesen Maschinen seltener, kommen aber gelegentlich als erste Stufen in Frage.

Zum Ausgleich des Achsschubes wird ein Teil der Stufen gegensinnig zu den anderen angeordnet, oder ein Ausgleichkolben vorgesehen. Die gegensinnige Anordnung vermeidet die Spaltverluste des Ausgleichkolbens, führt aber zu komplizierteren Gehäuseformen. Auch ist der Ausgleich nicht für jeden Betriebszustand gewährleistet, sodass verhältnismäßig kräftig dimensionierte Axiallager erforderlich werden.

Radialverdichter sind gut für die Ausführung mit Zwischenkühlung geeignet besonders bei größeren Druckverhältnissen. In den an die Leitdiffusoren anschließenden zu den Kühlern

führenden Kanälen wird die Verzögerung der Strömung fortgesetzt, die Umlenkung geschieht bei kleinen Geschwindigkeiten und dadurch bleiben die Druckverluste in annehmbaren Grenzen.

Die Gehäuse sind im Normalfall in Achshöhe längsgeteilt, wodurch eine gute Zugänglichkeit der Innenteile nach dem Abheben des Oberteils erreicht wird. Bei Enddrücken ab etwa 5 MPa kommen aber auch Topfgehäuse zur Anwendung, die festigkeitsmäßig bedeutend günstiger sind, und deren Abdichtung sicherer zu erreichen ist.

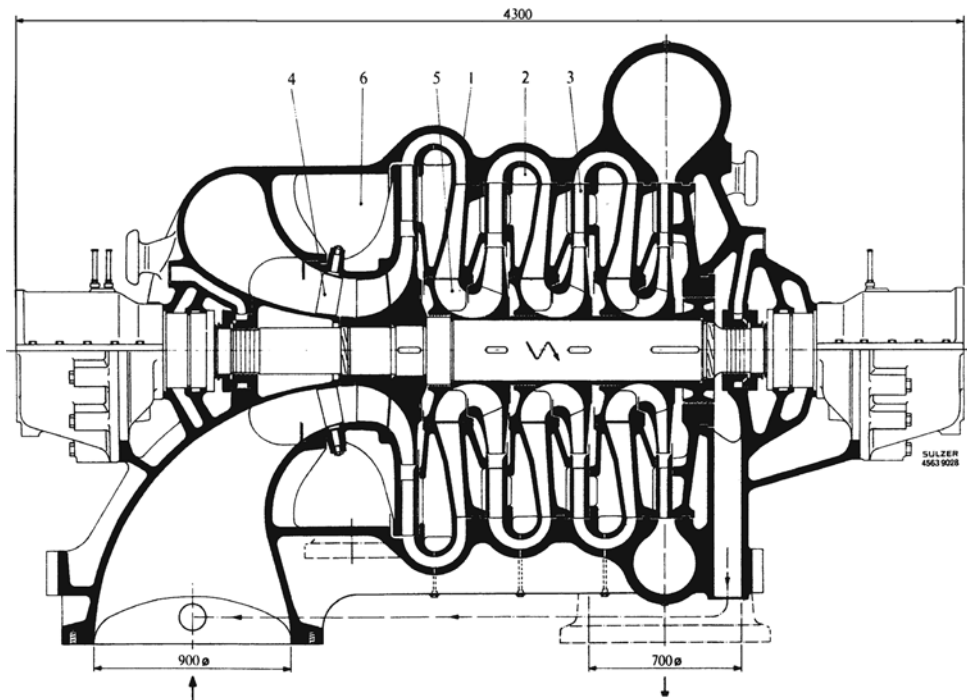


Bild 6.14 Vierstufiger Radialverdichter (Sulzer)

$p_s = 1 \text{ bar}$; $p_D = 6 \text{ bar}$; $\dot{m} = 26 \text{ kg/sK}$; $n = 73,3 \text{ 1/s}$

- | | |
|-----------------|----------------------------------|
| 1 Gehäuse | 4 einstellbare Vorleitschaufeln |
| 2 Zwischenböden | 5 Vorleiträder |
| 3 Diffusoren | 6 Ringraum nach der ersten Stufe |

Getriebe-Radialverdichter. Eine andere Bauform mehrstufiger Verdichter besteht aus zwei bis sechs Radialstufen, die fliegend an ein gemeinsames Getriebe montiert sind (Bild 6.15). Hier werden die Räder des offenen Typs verwendet, und zwischen je zwei Stufen eine Zwischenkühlung vorgesehen. Sonst ist die Konstruktion ähnlich wie bei einstufigen Maschinen. Ein besonderer Vorteil gegenüber anderen Mehrstufenverdichtern ist die hier mögliche Drehzahlانpassung der einzelnen Stufen. Trotz der unterschiedlichen Volumina können sie alle bei günstiger Schnellläufigkeit ausgelegt sein.

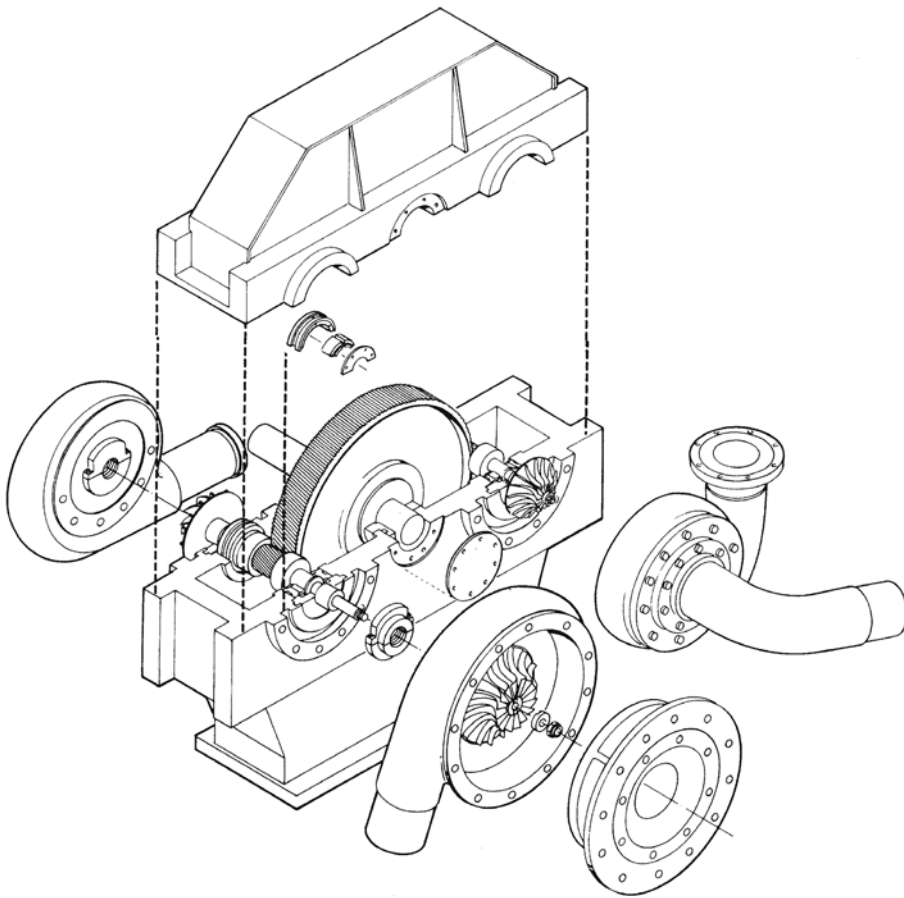
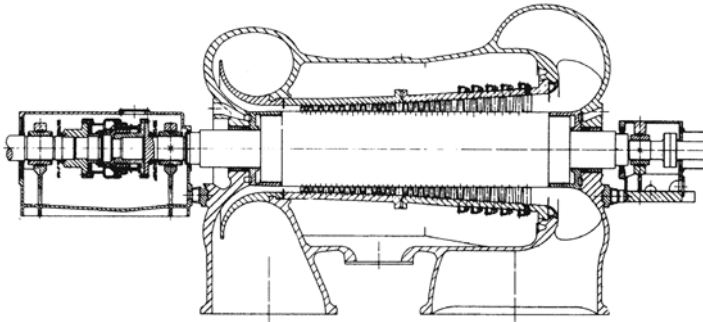


Bild 6.15 Dreistufiger Getriebe-Radialverdichter (Joy Manufacturing Co)

Axialverdichter sind konstruktiv ähnlich aufgebaut wie Dampf- oder Gasturbinen der Trommelbauform. Die Gehäuse sind längsgeteilt, die Leitschaufeln unmittelbar in das Gehäuse oder in einen besonderen Leitschaufelträger eingesetzt. Die Zu- und Abströmstutzen sind bei stationären Verdichtern senkrecht zur Maschinenachse gerichtet, und um die Eintritts- und Austrittsverluste klein zu halten, werden die Sauggehäuse und Austrittsdiffusoren sorgfältig gestaltet (Bild 6.16).

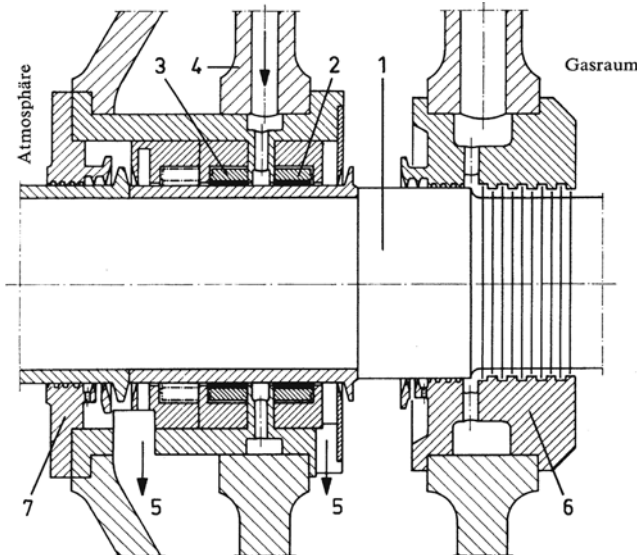
Mit wachsendem Volumenstrom wird die axiale Bauform in den Abmessungen und im Preis der radialen immer deutlicher überlegen. Das liegt an der höheren Schnellläufigkeit und wirkt sich bei einem Antrieb mittels Dampf- oder Gasturbine über die höhere Drehzahl auch günstig auf die Abmessungen der Antriebsmaschine aus.

Wegen der einfacheren Strömungswege, ohne viele Umlenkungen außer denen, die zur Druckerhöhung in der Schaufelung notwendig sind, sind die Wirkungsgrade der Axialverdichter im Auslegungspunkt um 3 bis 8 Prozentpunkte höher als die der Radialverdichter.

**Bild 6.16** Axialverdichter (Sulzer)

$p_s = 1 \text{ bar}$; $p_D = 5,8 \text{ bar}$; $\dot{m} = 108 \text{ kg/s}$; $n = 50 \text{ 1/s}$; $P = 25 \text{ MW}$; Stufenzahl = 50

Für die Zwischenkühlung ist der Axialverdichter weniger geeignet, weil die axial gerichtete Strömung für jede Kühlstufe unterbrochen wird, und ein Austritts- und ein Eintrittsverlust zusätzlich in den Verdichterwirkungsgrad eingehen. So wird der mit der Kühlung erreichte Vorteil mindestens zum Teil wieder aufgehoben. Lediglich für große Maschinen und hohe Enddrücke, die ohnehin mehrgehäusig ausgeführt werden, ergibt sich ein wirtschaftlicher Anwendungsfall für zwischengekühlte Axialverdichter.

**Bild 6.17**

Wellendichtung mit Flüssigkeitssperre (Sulzer)

- 1 Welle
- 2 gasseitiger Dichtring
- 3 atmosphäreseitiger Dichtring
- 4 Sperrflüssigkeitszufuhr
- 5 Sperrflüssigkeitsabfuhr
- 6 gasseitige Labyrinthdichtung
- 7 atmosphäreseitige Labyrinthdichtung

6.3.3 Wellendichtungen

Wie bei anderen thermischen Strömungsmaschinen werden die Wellendichtungen durch das Gehäuse sowie die inneren Dichtstellen der Maschinen normalerweise mittels

Labyrinthen abgedichtet. Bei brennbaren, giftigen oder kostspieligen Gasen wird aber ein vollständig gasdichter Abschluss gegenüber der Umgebung verlangt, der mit den Labyrinthdichtungen nicht erreichbar ist.

Hier kommen Gleitringdichtungen (Abschn. 5.2.3) oder Dichtungen mit einer Flüssigkeitssperre in Frage. Bei der Anordnung von Bild 6.17 erfolgt die Abdichtung durch einen Flüssigkeitsfilm zwischen der Welle (1) und der Bohrung der Dichtringe (2 und 3), die gegen Drehung gesichert sind, sich aber in radialer Richtung bewegen können, damit sie den Verlagerungen der Welle gegenüber dem Gehäuse folgen können. Die Sperrflüssigkeit wird zwischen zwei Ringen zugeführt (4) und tritt gas- und atmosphäreseitig aus (5). Zusätzlich sind beiderseits Labyrinthdichtungen (6 und 7) vorgesehen.

Als Sperrflüssigkeiten kommen in erster Linie Öle und Wasser in Frage. Bei der Auswahl ist zu berücksichtigen, welche Veränderungen die Flüssigkeit durch gelöste Gase erfahren kann, wie Schaumbildung, Viskositätsänderungen oder chemische Reaktionen.

6.3.4 Elementare Theorie der Verdichterstufe

Aufgabenstellung. Die adiabate eindimensionale Strömung, die in Abschn. 3.4.2 für eine Turbinenstufe behandelt wurde, soll hier für eine axiale oder radiale Verdichterstufe untersucht werden. Mit den Indizes 1, 2 und 3 sind Kontrollquerschnitte vor und nach dem Laufrad sowie hinter dem nachgeschalteten Leitapparat bezeichnet (Bild 6.18).

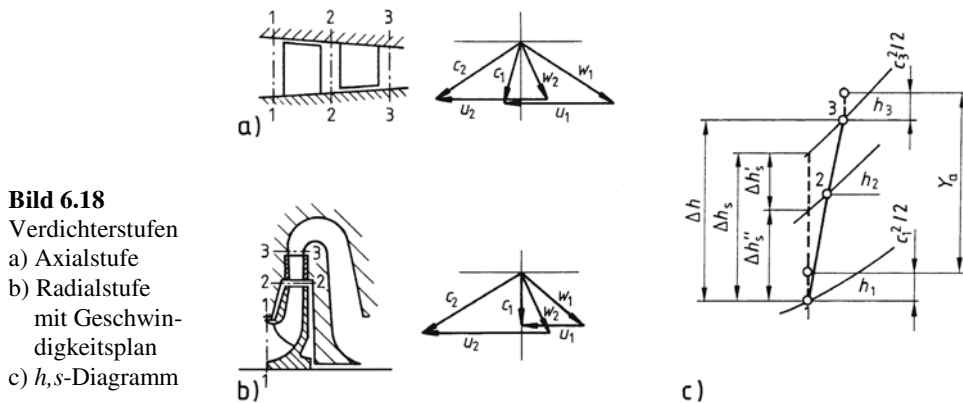


Bild 6.18
Verdichterstufen
a) Axialstufe
b) Radialstufe
mit Geschwindigkeitsplan
c) h,s -Diagramm

Beim Entwurf einer Verdichterstufe besteht nur geringe Freiheit hinsichtlich der Festlegung der Geschwindigkeitsdreiecke. Die Verzögerung der Relativgeschwindigkeit im Laufrad sowie der Absolutgeschwindigkeit im Leitapparat darf nämlich nicht zu groß sein. Ein Anhaltswert ist etwa

$$w_2/w_1 > 0,7 \quad \text{und} \quad c_3/c_2 > 0,7.$$

Bei den Axialstufen müssen die Winkeldifferenzen $\Delta\beta = \beta_1 - \beta_2$ und $\Delta\alpha = \alpha_3 - \alpha_2$ an der Nabe, wo sie ihren größten Wert erreichen, kleiner als etwa 40° bleiben.

In der Praxis werden mittels aufwändiger Rechenprogramme, die auch die räumliche Natur der Strömung berücksichtigen, die Ablenkungseigenschaften der Schaufelgitter berechnet und mit Hilfe rechnerischer und experimenteller Verfahren die Strömungsverluste ermittelt.

Hier werden die Geschwindigkeitsdreiecke und die Gitterwirkungsgrade ebenso als gegeben vorausgesetzt wie der thermodynamische Zustand am Stufeneintritt. Zu berechnen sind Druck und Temperatur in den Kontrollquerschnitten 2 und 3. Weiter sind die aerodynamische Stufenarbeit und der Stufenwirkungsgrad zu ermitteln.

Druck und Temperaturberechnung. Nach dem Energieerhaltungssatz der Relativströmung Gl. (1.52) gilt ohne die hier bedeutungslosen Glieder g z

$$h_2 - h_1 = \frac{1}{2}(w_1^2 - w_2^2 + u_2^2 - u_1^2) \quad (6.5)$$

$$w_2 = \sqrt{w_1^2 + u_2^2 - u_1^2 - 2(h_2 - h_1)}.$$

Die gleiche Relativgeschwindigkeit kann auch durch die mit einer gedachten isentropen Drucksteigerung von p_1 auf p_2 verbundene Enthalpieerhöhung $\Delta h_s''$ und den Laufgitterwirkungsgrad η'' ausgedrückt werden.

$$w_2 = \sqrt{\eta''(w_1^2 + u_2^2 - u_1^2 - 2\Delta h_s'')}$$

$$\Delta h_s'' = \frac{1}{2}\left(w_1^2 - \frac{w_2^2}{\eta''} + u_2^2 - u_1^2\right).$$

Zusammen mit Gl. (1.13) ergibt sich hieraus der Druck hinter dem Laufgitter

$$p_2 = p_1 \left(1 + \frac{\kappa - 1}{\kappa} \frac{\Delta h_s''}{RT_1}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}} \quad (6.6)$$

und mit der wirklichen Enthalpiedifferenz nach Gl. (6.5) und der mittleren spezifischen Wärmekapazität die Temperatur

$$t_2 = t_1 + \frac{h_2 - h_1}{[c_p]_{t_1}^{t_2}}. \quad (6.7)$$

Für die Energieumsetzung im Leitgitter gilt entsprechend

$$h_3 - h_2 = \frac{1}{2}(c_2^2 - c_3^2) \quad (6.8)$$

$$c_3 = \sqrt{c_2^2 - 2(h_3 - h_2)} = \sqrt{\eta'(c_2^2 - 2\Delta h_s')}$$

$$\Delta h_s' = \frac{1}{2}\left(c_2^2 - \frac{c_3^2}{\eta'}\right)$$

$$p_3 = p_2 \left(1 + \frac{\kappa - 1}{\kappa} \frac{\Delta h_s'}{RT_2}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}} \quad (6.9)$$

$$t_3 = t_2 + \frac{h_3 - h_2}{[c_p]_{t_2}^3}. \quad (6.10)$$

Die Gitterwirkungsgrade sind hier nach [8] wie bei einer Turbinenstufe definiert, sodass ein stetiger Übergang vom Beschleunigungsgitter der Reaktionsturbinen über das Gleichdruckgitter zu dem hier in Frage kommenden Verzögerungsgitter gegeben ist, und der Wirkungsgrad stets innerhalb des Bereiches $0 < \eta < 1$ bleibt.

Spezifische Arbeit und Wirkungsgrade. Die spezifische aerodynamische Stufenarbeit ist die Differenz der Gesamtenthalpien

$$Y_a = \left(h_3 + \frac{c_3^2}{2}\right) - \left(h_1 + \frac{c_1^2}{2}\right),$$

woraus mit den Gleichungen (6.5) und (6.8) die Hauptgleichung (1.50) hervorgeht

$$Y_a = \frac{1}{2} (c_2^2 - c_1^2 - w_2^2 + w_1^2 + u_2^2 - u_1^2). \quad (6.11)$$

Mit dem auf die Geschwindigkeitsdreiecke angewendeten Cosinussatz der Trigonometrie wird auch

$$Y_a = u_2 c_{2u} - u_1 c_{1u}.$$

Zur Beurteilung der Qualität der ganzen Stufe werden analog zu den Definitionen für eine Turbinenstufe (Gln. (3.16) bis (3.18)) drei aerodynamische Wirkungsgrade gebildet

$$\eta_{sa} = \frac{\Delta h_s}{\Delta h} \quad (6.12)$$

$$\eta_a = \frac{\Delta h_s + (c_3^2 - c_1^2)/2}{Y_a} = \frac{\Delta h_s + (c_3^2 - c_1^2)/2}{(h_3 - h_1) + (c_3^2 - c_1^2)/2} \quad (6.13)$$

$$\eta_{aE} = \frac{\Delta h_s - c_1^2/2}{Y_a} = \frac{\Delta h_s - c_1^2/2}{(h_3 - h_1) + (c_3^2 - c_1^2)/2}. \quad (6.14)$$

Der Wirkungsgrad η_{aE} wird dort benutzt, wo eine weitere Nutzung der kinetischen Energie $c_3^2/2$ nicht möglich ist, andernfalls wird mit η_a gearbeitet, η_{sa} schließlich kennzeichnet nur die Änderung des statischen Zustandes innerhalb der Stufe und gibt keine Auskunft über die Güte der Energieumsetzung insgesamt.

Als weitere, im aerodynamischen Wirkungsgrad noch nicht berücksichtigte innere Verluste kommen in einer Verdichterstufe vor allem Spaltverluste und in geringerem Maße Radreibungsverluste in Frage (Abschn. 3.4.8).

Übersicht über Verdichterbeschaukelungen. Bild 6.19 zeigt verschiedene Verdichterstufen, die alle mit beträchtlicher Reaktion arbeiten.

Die beiden Radialstufen sind durch das Laufrad mit rein radialen bzw. mit rückwärts gekrümmten Schaufeln unterschieden. Bei beiden kommt ein wesentlicher Teil der Stufenarbeit durch den Fliehkrafteinfluss, also den Term $(u_2^2 - u_1^2)$ in Gl. (6.11) zustande. Auch

bei nur geringer Verzögerung der Relativströmung ist die Druckerhöhung im radialen Laufrad deshalb recht beträchtlich, und die Stufenzahl kann kleiner sein als bei einem Axialverdichter.

Die drei Axialstufen unterscheiden sich durch den Reaktionsgrad nach Gl. (1.55). Bei der Stufe mit $\mathbf{r} = 0,5$ werden die Geschwindigkeitsdreiecke und damit die Schaufelprofile spiegelbildlich. Die offenbar nicht drallfreie Zuströmung ist bei einer mittleren Stufe nicht störend, da die Austrittsgeschwindigkeit aus dem Leitgitter einer vorangehenden gleichartigen Stufe die Eintrittsgeschwindigkeit darstellt. Nur bei der ersten Stufe muss der Eintrittsdrall durch ein besonderes Vorleitgitter erzeugt werden.

Mit $\mathbf{r} \approx 0,8$ ist auch die Zuströmung zur ersten Stufe ohne weiteres richtig. Die Schaufelung wird damit insgesamt besonders einfach und übersichtlich, weshalb dieser Typ oft bevorzugt wird.

Die Stufe mit $\mathbf{r} \approx 1,2$ zeigt, dass der Reaktionsgrad auch größer sein kann als eins. Hier wird das Leitgitter, das in diesem Fall ein Beschleunigungsgitter ist, zweckmäßigerweise vor dem Laufgitter angeordnet, um den notwendigen Eintrittsdrall aufzubauen. Der Laufradaustritt ist hier drallfrei, sodass sich ähnlich einfache Verhältnisse ergeben wie mit $\mathbf{r} \approx 0,8$. Der Wirkungsgrad ist etwas geringer, aber die Druckerhöhung einer Einzelstufe bei gegebener Umfangsgeschwindigkeit höher. Wegen der großen Relativgeschwindigkeiten wird nämlich der Term $(w_1^2 - w_2^2)$ in Gl. (6.11) groß.

Beispiel 6.4. Für eine Axialverdichterstufe ähnlich Nr 4 in Bild 6.19 ist gegeben:

$$u_1 = u_2 = 300 \text{ m/s}; \quad c_1 = c_{2m} = 216 \text{ m/s}; \quad c_3 = c_1; \quad \eta' = 0,88; \quad \eta'' = 0,9; \quad \alpha_1 = 90^\circ; \quad \beta_2 = 126^\circ$$

Das Förderfluid ist Luft mit einem Eintrittszustand von $p_1 = 0,1 \text{ MPa}$; $t_1 = 15^\circ \text{C}$.

Zu berechnen sind der Austrittszustand, der Reaktionsgrad und der aerodynamische Wirkungsgrad der Stufe.

Lösung. $w_1 = \sqrt{c_1^2 + u_1^2} = \sqrt{(216^2 + 300^2) \text{ m}^2/\text{s}^2} = 369,7 \text{ m/s}$

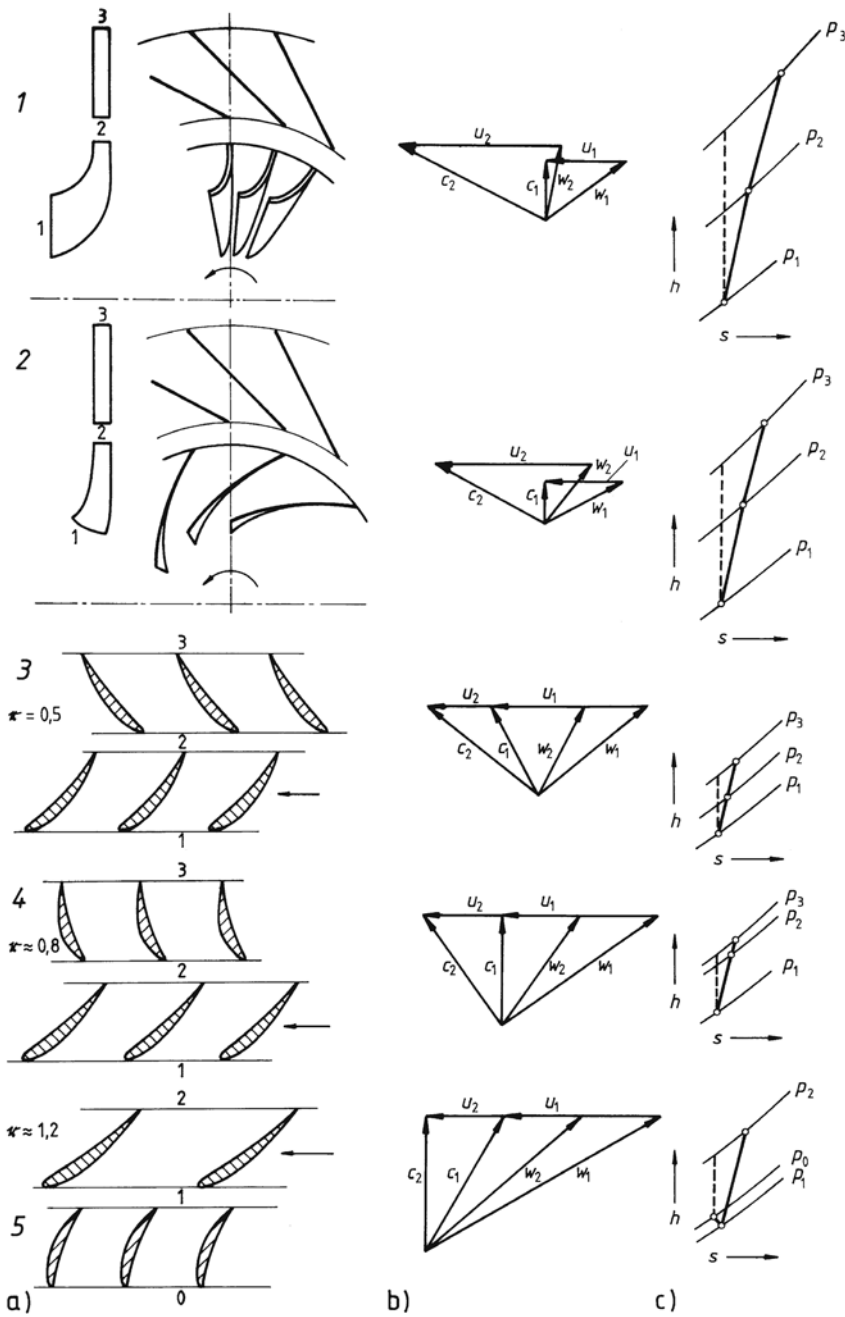
$$w_{2u} = \frac{c_{2m}}{\tan \beta_2} = \frac{216 \text{ m/s}}{\tan 126^\circ} = -156,9 \text{ m/s}$$

$$c_{2u} = w_{2u} + u_2 = (-156,9 + 300) \text{ m/s} = 143,1 \text{ m/s}$$

$$w_2 = \sqrt{c_{2m}^2 + w_{2u}^2} = \sqrt{(216^2 + 156,9^2) \text{ m}^2/\text{s}^2} = 267,0 \text{ m/s}$$

$$c_2 = \sqrt{c_{2m}^2 + c_{2u}^2} = \sqrt{(216^2 + 143,1^2) \text{ m}^2/\text{s}^2} = 259,1 \text{ m/s}$$

$$\Delta h_s'' = \frac{1}{2} \left(w_1^2 - \frac{w_2^2}{\eta''} + u_2^2 - u_1^2 \right) = \frac{1}{2} \left(369,7^2 - \frac{267^2}{0,9} \right) \text{ m}^2/\text{s}^2 = 28,7 \text{ kJ/kg}$$

**Bild 6.19** Übersicht über Verdichterbeschaufellungena) Schaufelplan b) Geschwindigkeitsdreiecke c) h,s -Diagramme

$$p_2 = p_1 \left(1 + \frac{\kappa - 1}{\kappa} \frac{\Delta h_s''}{RT_1} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}} = 0,1 \text{ MPa} \left(1 + \frac{0,4 \cdot 28.734 \text{ kJ/kg}}{1,4 \cdot 0,287 \text{ kJ/(kgK)} \cdot 288 \text{ K}} \right)^{\frac{1,4}{0,4}} = 0,139 \text{ MPa}$$

$$h_2 - h_1 = \frac{1}{2} (w_1^2 - w_2^2 + u_2^2 - u_1^2) = \frac{1}{2} (369,7^2 - 267^2) \text{ m}^2/\text{s}^2 = 32,7 \text{ kJ/kg}$$

$$t_2 = t_1 + \frac{h_2 - h_1}{[c_p]_{t_1}^{t_2}} = 15 \text{ °C} + \frac{32,695 \text{ kJ/kg}}{1,006 \text{ kJ/(kgK)}} = 47,5 \text{ °C}$$

$$\Delta h_s' = \frac{1}{2} (c_2^2 - \frac{c_3^2}{\eta'}) = \frac{1}{2} (259,1^2 - \frac{216^2}{0,88}) \text{ m}^2/\text{s}^2 = 7,06 \text{ kJ/kg}$$

$$p_3 = p_2 \left(1 + \frac{\kappa - 1}{\kappa} \frac{\Delta h_s'}{RT_2} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}}$$

$$= 0,139 \text{ MPa} \left(1 + \frac{0,4 \cdot 7,06 \text{ kJ/kg}}{1,4 \cdot 0,287 \text{ kJ/(kgK)} \cdot 320,5 \text{ K}} \right)^{\frac{1,4}{0,4}} = 0,150 \text{ MPa}$$

$$h_3 - h_2 = \frac{1}{2} (c_2^2 - c_3^2) = \frac{1}{2} (259,1^2 - 216^2) \text{ m}^2/\text{s}^2 = 10,2 \text{ kJ/kg}$$

$$t_3 = t_2 + \frac{h_3 - h_2}{[c_p]_{t_2}^{t_3}} = 47,5 \text{ °C} + \frac{10,2 \text{ kJ/kg}}{1,006 \text{ kJ/(kgK)}} = 57,7 \text{ °C}$$

$$r = \frac{\Delta h_s''}{\Delta h_s' + \Delta h_s''} = \frac{28,734 \text{ kJ/kg}}{(7,057 + 28,734) \text{ kJ/kg}} = 0,803$$

$$\eta_a = \frac{\Delta h_s' + (c_3^2 - c_1^2)/2}{h_3 - h_1 + (c_3^2 - c_1^2)/2} = \frac{\Delta h_s' + \Delta h_s''}{(h_3 - h_2) + (h_2 - h_1)} = \frac{(7,057 + 28,734) \text{ kJ/kg}}{(10,238 + 32,695) \text{ kJ/kg}} = 0,834.$$

6.3.5 Kennlinien

Vergleich zwischen Radial- und Axialverdichtern. Die Kennlinien der Verdichter bei konstanter Drehzahl sind grundsätzlich ähnlich wie bei Kreiselpumpen. Statt der

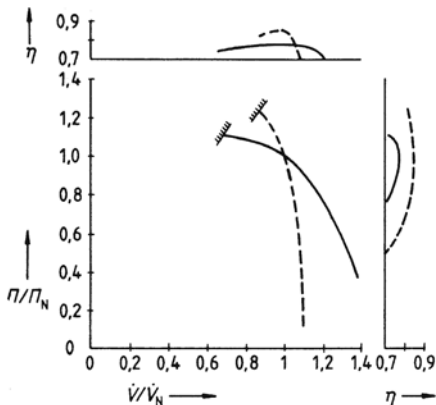


Bild 6.20

Vergleich der Kennlinien eines Radialverdichters (ausgezogen) und eines Axialverdichters (gestrichelt). Die Pumpengrenzen sind angedeutet

spezifischen Stutzenarbeit wird oft der Verdichtungsenddruck, die Druckdifferenz oder das Druckverhältnis über dem angesaugten Volumenstrom oder dem Massenstrom aufgetragen.

In Bild 6.20 sind die Kennlinien eines Radial- und eines Axialverdichters miteinander verglichen. Die flachere Kennlinie mit einem größeren stabilen Arbeitsbereich und eine breitere Wirkungsgradkurve sind Vorteile der radialen Bauart. Der Axialverdichter hat einen schmalen stabilen Arbeitsbereich aber einen höheren optimalen Wirkungsgrad. Über dem Volumenstrom aufgetragen ist die Wirkungsgradkurve schmal, aber wie die Nebenfigur zeigt, wird das Wirkungsgradoptimum besonders flach und breit, wenn es über dem Druckverhältnis dargestellt wird.

Ob in einem konkreten Anwendungsfall der Radialverdichter mit seinem größeren stabilen Arbeitsbereich oder der Axialverdichter mit seinem höheren Wirkungsgrad die größeren wirtschaftlichen Vorteile verspricht, muss im Zusammenhang mit der Gesamtanlage beurteilt werden. Dazu sind der Verlauf der Widerstandsparabel, der geforderte Regelbereich und der Kapitalkaufwand zu berücksichtigen.

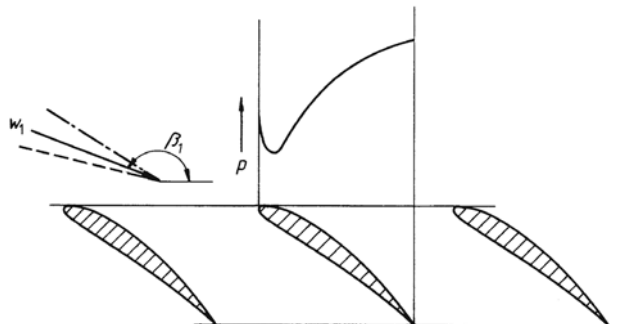
Stabiler Arbeitsbereich. Bei zu kleinem Volumenstrom kann ein Verdichter nicht arbeiten. In Bild 6.21 ist am Beispiel eines axialen Laufgitters dargestellt, wie sich die Verhältnisse mit abnehmendem Durchfluss verändern.

Bild 6.21

Axiales Schaufelgitter

w_1 relative Zuströmgeschwindigkeit bei normalem (ausgezogen), größtem (strichpunktiert) und bei kleinstem Volumenstrom (gestrichelt)

p Druckverlauf auf der Schaufelsaugseite



Der Winkel der relativen Zuströmung β_1 wird immer größer und damit erhöht sich der Anstellwinkel der Schaufelprofile. Bis zu einer kritischen Grenze, solange nämlich die Strömung „gesund“ bleibt, wird dadurch der Auftrieb der Schaufeln und damit die Dralländerung und die Druckerhöhung immer größer.

Auf der Saugseite der Schaufeln sinkt der Druck kurz hinter der Eintrittskante auf immer tiefere Werte und immer steiler ist der anschließende Druckanstieg. An einer kritischen Grenze vermögen nun die durch Wandreibung verlangsamten Grenzschichtteilchen diesen Druckanstieg nicht mehr zu überwinden, die Grenzschicht löst sich von der Oberfläche ab, und es bilden sich wirbelerfüllte Strömungstoträume, die bei steigendem Widerstand zu einem drastischen Absinken des Auftriebs führen.

Jenseits dieser Grenze arbeitet die Maschine instabil und intermittierend, was als das „Pumpen“ des Verdichters bezeichnet wird. Bei einem axialen Gitter ist der Bereich zwischen der Anströmrichtung, die überhaupt keinen Auftrieb erzeugt, und der mit dem maximalen Anstellwinkel klein. So erklärt sich die steile Kennlinie des Axialverdichters.

Im Radialverdichter sind die Verhältnisse an sich ähnlich, jedoch hat die Fliehkraft im rotierenden Laufgitter eine Komponente in der Strömungsrichtung, sodass sie die Grenzschichtteilchen zu beschleunigen vermag. Der stabile Arbeitsbereich wird dadurch erheblich größer.

Die Kennlinie eines Radialverdichters wird auch wesentlich dadurch beeinflusst, ob der Leitdiffusor mit oder ohne Schaufeln ausgeführt ist. Im beschaufelten Diffusor ist die Umsetzung der kinetischen Energie in Druckenergie günstiger, der Wirkungsgrad also höher. Da die Strömung aber nicht wie im Laufrad durch Zentrifugalkräfte stabilisiert wird, löst sie sich bereits von den Schaufeln ab, wenn die Laufradströmung noch gesund ist. Die Stabilitätsgrenze wird nach rechts verschoben. Mit einem schaufellosen Leitdiffusor wird der stabile Arbeitsbereich größer, der Wirkungsgrad wegen längerer Reibungswege im Diffusor aber geringer.

Änderung des Betriebspunktes. Ähnlich wie bei Kreislumpen (Abschn. 5.5.5) werden auch bei Verdichtern Drosselung, Drehzahländerung, Schaufelverstellung oder Vordralländerung angewendet.

Drosselung kommt bei Verdichtern kaum in Frage. Am ehesten noch in Zusammenarbeit mit einer flachen Kennlinie, weil dann die zusätzlich aufzubringende Druckerhöhung klein bleibt. Die Drosselung eines Axialverdichters wäre dagegen wegen der steilen Kennlinie sehr unwirtschaftlich.

Drehzahländerungen erweitern den nutzbaren Arbeitsbereich erheblich. Außerdem ist die Zusammenarbeit mit der parabelförmigen Widerstandskurve günstig, weil die Wirkungsgradmuscheln in deren Richtung besonders langgestreckt sind (Bild 6.22). Beim Antrieb durch eine Dampf- oder Gasturbine ist die variable Drehzahl leicht und kostengünstig zu verwirklichen.

Schaufelverstellung. Um auch bei einem Antrieb mit konstanter Drehzahl, etwa durch einen Drehstrommotor, ähnlich gute Wirkungsgrade zu erreichen, werden die Leitschaufeln verstellbar ausgeführt (Bild 6.23). Auch die Laufschaufeln zu verstellen, wäre bei

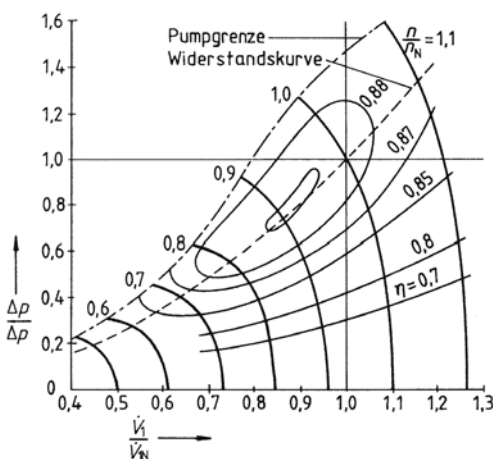


Bild 6.22 Kennfeld eines drehzahlverstellten Axialventilators

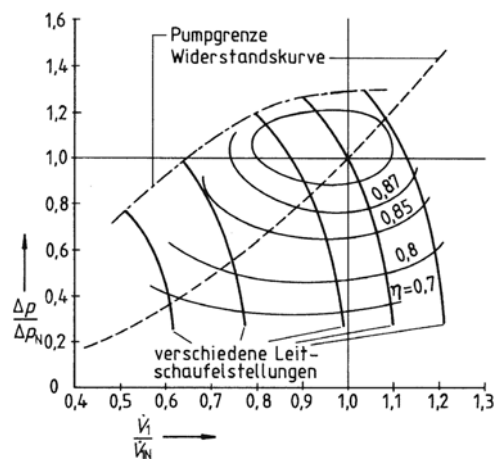


Bild 6.23 Kennfeld eines leitschaufelverstellten Axialventilators

axialen Maschinen grundsätzlich möglich. Solche Maschinen bewähren sich als einstufige Ventilatoren gut, sie sind aber als mehrstufige Verdichter konstruktiv zu aufwändig.

Vordralländerung. Mit verstellbaren Vorleitschaufeln (Bild 6.14) werden vor allem radiale Maschinen oft ausgestattet. Die Wirkungsgradmuscheln im Kennfeld haben in diesem Fall ihren größten Durchmesser etwa in der Richtung der Tangente an die Kennlinie bei optimalem Drall.

7 Hydrodynamische Kupplungen und Wandler

7.1 Einleitung

Die hydrodynamischen Kupplungen und Wandler sind Erfindungen des deutschen Ingenieurs Hermann Föttinger, nach dem sie auch oft benannt werden.

Zu Beginn des 20. Jahrhunderts suchte Föttinger nach einer Energieübertragung für Turbinenschiffe, mit der die Leistung der schnelllaufenden Dampfturbine auf den viel langsameren Propeller zu übertragen war. Heute werden dafür Zahnradgetriebe verwendet (Abschn. 3.3.4), die für die erforderlichen Leistungen damals noch nicht beherrschbar waren.

Die Aufgabe kann so gelöst werden, dass die Dampfturbine mit einem elektrischen Generator gekuppelt wird, und der Schiffpropeller mittels eines Elektromotors angetrieben wird (Bild 7.1 a). Die beiden elektrischen Maschinen werden an die sehr unterschiedlichen optimalen Drehzahlen von Turbine und Propeller angeglichen. Statt des elektrischen Stromes kann aber auch eine Flüssigkeitsströmung als Energieträger dienen. Dazu wird der Generator durch eine Kreislumpumpe und der Motor durch eine Flüssigkeitsturbine ersetzt (Bild 7.1 b).

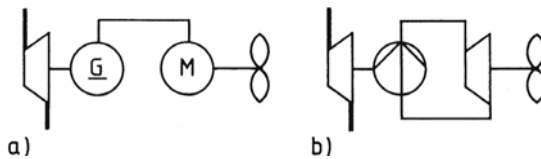


Bild 7.1
Energieübertragungen
a) elektrisch
b) hydrodynamisch

Föttinger-Wandler. Die im Jahre 1905 patentierte Erfindung Föttingers besteht nun darin, die beiden hydraulischen Maschinen zu einem wenig Platz beanspruchenden hydrodynamischen Getriebe zu kombinieren, das wegen des Fortfalls der Verluste in verbindenden Rohrleitungen, Spiralgehäusen und Saugrohren überdies einen guten Wirkungsgrad verspricht.

Ein Föttinger-Drehmoment-Wandler (Bild 7.2 a) besteht aus dem mit der Antriebswelle verbundenen Pumpenlaufrad (P), dem Turbinenlaufrad (T), das auf die Abtriebswelle aufgesetzt ist, und einem feststehenden Leitrad (L). Alle drei Schaufelungen sind in einem gemeinsamen Gehäuse untergebracht und bilden einen Kreislauf.

Da die von den drei Schaufelrädern aufgenommenen Momente ausgeglichen sein müssen, gilt mit den Vorzeichen von Abschn. 1.3.4

$$M_T = M_P + M_L$$

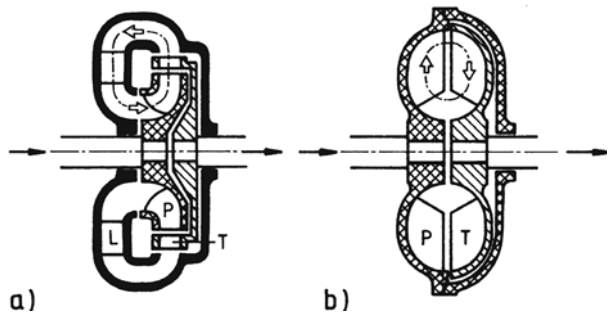
Durch geeignete Formgebung der Schaufeln kann erreicht werden, dass das gewünschte Verhältnis der Momente M_T/M_P und damit auch der Drehzahlen eingehalten wird.

Föttinger-Kupplungen. Bei einer einfacheren Abart (Bild 7.2 b) fehlt das Leitrad, sodass die Momente des Turbinen- und des Pumpenrades gleich werden $M_T/M_P = 1$. Eine solche Kupplung, bei der die Kräfte durch den Impulsaustausch eines strömenden Fluids übertragen werden, bietet gegenüber solchen mit starren oder elastischen Verbindungssteilen eine Reihe von Vorzügen. Die Antriebsmaschine ist beim Anfahren entlastet. Belastungsstöße und Torsionsschwingungen werden von ihr ferngehalten. Resonanzerscheinungen treten nicht auf, weil das inkompressible Fluid keinerlei Federeigenschaften hat. Durch Entleerung und Füllung lassen sich auch Schaltkupplungen verwirklichen. Bei feststehendem Turbinenrad wird aus der Föttinger-Kupplung eine hydraulische Bremse, die ohne Verschleiß arbeitet.

Bild 7.2

Prinzipbilder von Föttinger-Wandler und -Kupplung

- a) Drehmomentwandler
b) Kupplung



schwarz: feststehend, L Leitrad
kreuzschraffiert: mit der Primärwelle umlaufend, P Pumpenlaufrad
einfach schraffiert: mit der Sekundärwelle umlaufend, T Turbinenlaufrad

Anwendungen. Während die eingangs erwähnte elektrische Energieübertragung für den Schiffsantrieb heute noch aktuell ist, spielen hydrodynamische Getriebe dort keine Rolle mehr. Statt dessen werden Föttinger-Wandler und -Kupplungen in großem Umfang in Schienen- und Straßenfahrzeugen und in Baumaschinen eingesetzt. Auch im übrigen Maschinenbau gibt es viele Anwendungen. So z. B. zum Antrieb von Pumpen, Verdichtern, Mischern, Mahlwerken, Hebezeugen oder Wickelmaschinen.

7.2 Föttinger-Kupplungen

7.2.1 Funktionsweise und Kennlinien

Aufbau. Nach Abschn. 7.1 und Bild 7.2 b hat eine hydrodynamische Kupplung nur zwei Schaufelkränze, das Pumpen- oder Primärrad (P) und das Turbinen- oder Sekundärrad (T). Beide unterscheiden sich oft nur durch den Verwendungszweck, wenn nicht eine vorgeschriebene Kupplungscharakteristik eine besondere Bauform erfordert. Eines der beiden Räder ist mit einem schalenförmigen Deckel verbunden, sodass ein umlaufendes Gehäuse gebildet wird, das geringe Reibungs- und Spaltverluste für die Flüssigkeit, eine zuverlässige Abdichtung und einen weitgehenden Axialschubausgleich ermöglicht. Die Schaufeln sind radiale Rippen, ihre Anzahl ist größer als in Kreiselpumpen, etwa 30 aber in beiden Laufrädern verschieden. Das Arbeitsfluid ist Öl, bei sehr großen Kupplungen auch Wasser.

Momentenverlauf und Schlupf. Wenn beide Laufräder mit der gleichen Drehzahl rotieren, findet zwischen ihnen kein Flüssigkeitsaustausch statt und dementsprechend kann auch kein Moment übertragen werden. Erst wenn die Drehzahlen verschieden sind, kommt durch die unterschiedlichen Fliehkräfte eine Druckdifferenz zustande, die die Flüssigkeitsmasse antreibt. Durch einen Impulsaustausch werden in Richtung auf das langsamere Rad Kräfte übertragen.

Die Drehzahldifferenz im Verhältnis zur Antriebsdrehzahl wird als Schlupf bezeichnet.

$$s = \frac{n_p - n_T}{n_p} = 1 - \frac{n_T}{n_p}. \quad (7.1)$$

Im Auslegungspunkt wird das Nennmoment bei einem Schlupf von nur 2 bis 4 % übertragen. Mit abnehmender Turbinendrehzahl, also wachsendem Schlupf, wird das Moment um ein vielfaches größer und erreicht bei festgebremstem Abtrieb bei $s = 1$ etwa das 20-fache des Nennmoments (Kurve M in Bild 7.3).

Wirkungsgrad. Aus der Definition

$$\eta = \frac{P_T}{P_P} = \frac{M_T \omega_T}{M_P \omega_P} = \frac{M_T n_T}{M_P n_P}$$

folgt, da die Momente von Turbinen- und Pumpenrad nach Abschn. 7.1 gleich sind,

$$\eta = \frac{n_T}{n_P} = 1 - s. \quad (7.2)$$

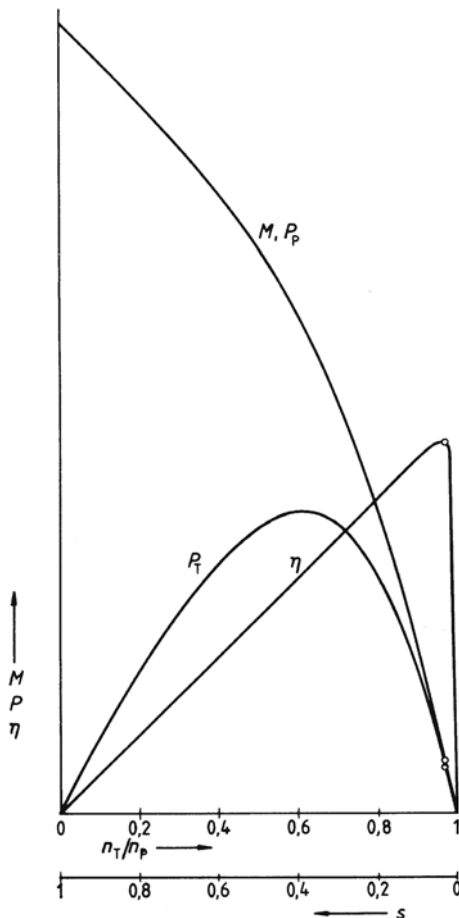


Bild 7.3

Kennlinien einer Föttinger-Kupplung

In Wirklichkeit sind allerdings die Momente nicht genau gleich. Die äußere Luftreibung ist nämlich unberücksichtigt geblieben, eine Vernachlässigung, die fast im ganzen Bereich des Schlupfes ohne weiteres zulässig ist, denn das Reibungsmoment beträgt nur etwa das 0,005-fache des Nennmoments. Im Bereich sehr kleinen Schlupfes wird aber das von der Kupplung übertragene Moment selbst sehr klein, sodass die Näherung unbrauchbar wird.

Mit $M_P = M_T + M_{\text{Reib}}$ wird vielmehr

$$\eta = \frac{M_T n_T}{M_P n_P} = \frac{M_T}{M_T + M_{\text{Reib}}} \frac{n_T}{n_P} = \frac{1}{1 + M_{\text{Reib}}/M_T} (1 - s)$$

und mit s geht auch der Wirkungsgrad gegen Null, da das Reibungsmoment endlich bleibt, und das Turbinenmoment verschwindet (Kurve η in Bild 7.3).

Der Übertragungswirkungsgrad im Auslegungspunkt hängt von der Dimensionierung der Kupplung ab. Bei hinreichend großen Abmessungen kann das Nennmoment bei kleinem Schlupf übertragen werden, und es lassen sich Wirkungsgrade von 0,97 bis 0,98 erreichen. Gibt man sich mit kleineren Wirkungsgraden zufrieden, so kann wegen des steilen Anstiegs der Momentenkurve ein merklich kleinerer Kupplungsdurchmesser gewählt werden.

Sekundärleistung. An die Turbinenwelle wird abgegeben

$$P_T = M_T \omega_T.$$

Bei konstanter Pumpendrehzahl ist diese Leistung proportional dem Produkt $M(n_T/n_P)$ (Kurve P_T in Bild 7.3), während die Pumpenleistung P_P dem Moment proportional ist.

7.2.2 Zusammenarbeit mit der Antriebsmaschine

Die bisher beschriebenen Kennlinien gelten für eine konstante Drehzahl der Primärwelle ($n_P = \text{konst.}$). Wird auch diese verändert, so entsteht das Momentenkennfeld (Bild 7.4 a).

Kann die Antriebsmaschine die im Vergleich zum Nennmoment sehr großen Momente bei kleiner Abtriebsdrehzahl bis hin zum Festbremszustand nicht aufbringen, so wird sie mit verminderter Drehzahl n_P reagieren, was als „Motordrückung“ bezeichnet wird. Die in das Diagramm eingetragene beispielhafte Motorkennlinie macht das deutlich.

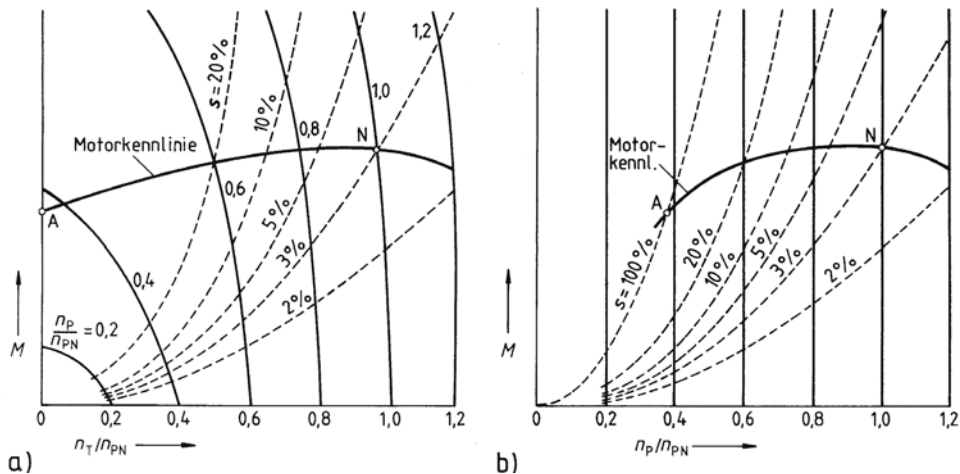


Bild 7.4 Kennfeld einer Kupplung und Motorkennlinie

In Bild 7.4 b wurde als Abszisse die Primärdrehzahl n_p gewählt, da es sinnvoller ist, das Moment des Motors über dessen eigener Drehzahl aufzutragen. In beiden Diagrammen ergibt jeder Schnittpunkt der Motorkennlinie mit einer der Kupplungskurven einen möglichen Betriebszustand. Der Normal- oder Auslegungszustand N und der Anfahrzustand A sind hervorgehoben.

7.2.3 Maßnahmen zur Beeinflussung der Kennlinie

Die Zusammenarbeit zwischen Motor und Kupplung nach Bild 7.4 ist im Anfahrzustand nicht günstig. Bei stillstehendem Abtrieb, also bei 100 % Schlupf läuft der hier als Beispiel gewählte Motor mit stark verminderter Drehzahl, er vermag deshalb wegen seiner nach links abfallenden Kennlinie nur einen Teil seines maximalen Drehmoments zu entwickeln, obgleich gerade zum Anfahren ein hohes Moment erwünscht wäre.

Im Anfahrbetrieb ist die Kupplung für diesen Motor zu groß, sie erfordert zu hohe Momente. Würden aber die Abmessungen verringert, so wäre für das Moment des normalen Betriebspunktes ein erhöhter Schlupf erforderlich, der den Wirkungsgrad nach Gl. (7.2) vermindern würde. Erwünscht wäre deshalb eine Kupplung, die das Nennmoment bei geringem Schlupf überträgt und gleichwohl bei großem Schlupf keine zu hohen Momente aufnimmt.

Kupplung mit Stauraum. Eine Ausführung nach Bild 7.5 erfüllt die beschriebene Forderung [25 b]. Bei kleinem Schlupf, also hoher Drehzahl beider Kupplungshälften drückt die Fliehkraft die Flüssigkeit in den äußeren Teil des Hohlraumes, die Arbeitskammer ist gut gefüllt (Bild 7.5 a). Würde dieser Zustand über den ganzen Schlupfbereich erhalten bleiben, entspräche ihm die Kurve a in Bild 7.5 c. Bei großem Schlupf und entsprechend kleiner Turbinendrehzahl ist die Fliehkraftwirkung im Sekundärteil viel geringer, und die

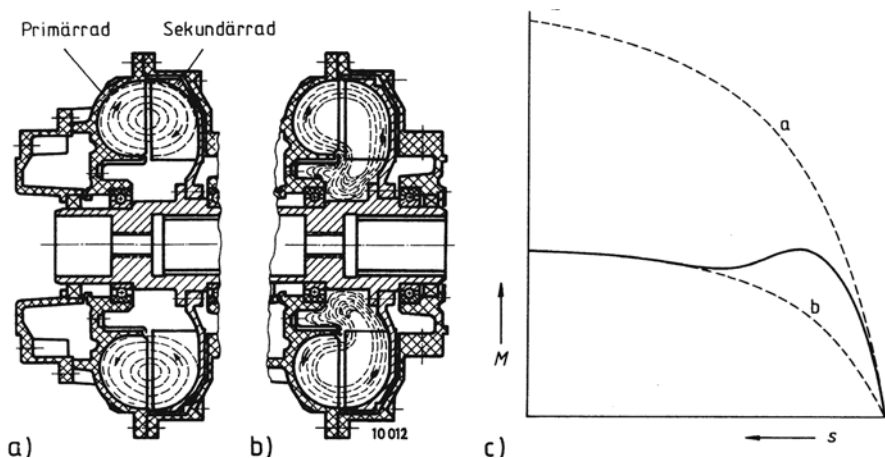


Bild 7.5 Föttinger-Kupplung mit Stauraum (Voith)

a) kleiner Schlupf

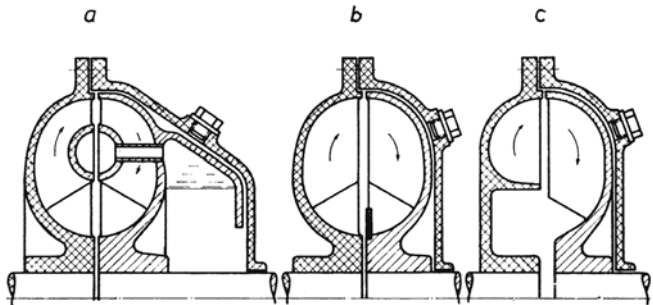
b) großer Schlupf

c) Momentenkennlinie

Flüssigkeit wird im zentripetal durchströmten Turbinenrad ihrer Trägheit wegen immer stärker nach innen geführt, die Arbeitskammer ist nur noch teilweise gefüllt, und das übertragene Moment wird kleiner. Bild 7.5 b macht den Strömungsverlauf deutlich, und Kurve b zeigt den Momentenverlauf, wenn die geringe Füllung im ganzen Bereich erhalten bliebe. Der tatsächliche Kennlinienverlauf entsteht durch den allmählichen Übergang von der einen auf die andere Grenzlage der Momentenverläufe.

Kupplungen mit Sekundäraufnehmer und mit Drosselring. Andere Lösungen der gleichen Aufgabe sind die Konstruktionen von Bild 7.6 a und b. Bei der Kupplung mit Sekundäraufnehmer wird bei großem Schlupf durch den dann überwiegenden Druck des Pumpenrades ein Teil der Flüssigkeit über im Kernraum angebrachte Rohre in den Aufnehmer abgedrängt und auf diese Weise die wirksame Füllung vermindert.

Bild 7.6
Kupplungen mit reduziertem
Anfahrmoment (Voith)
a) Sekundäraufnehmer
b) Drosselring
c) Stauraum



Bei der Ausführung mit innerem Drosselring (Bild 7.6 b) gelangt die Strömung bei großem Schlupf in den Störbereich der Drossel, wodurch das übertragene Drehmoment verringert wird. Bei kleinem Schlupf dagegen vollzieht sich die Strömung im radial äußeren Teil der Arbeitskammer, sodass der Drosselring unwirksam wird.

7.2.4 Kupplungen mit veränderlicher Füllung

Bei den bisher besprochenen Kupplungen wurde schon davon Gebrauch gemacht, dass die Momentenkennlinie durch eine Veränderung der Füllung der Arbeitskammer verändert werden kann. Dennoch ist bei diesen Ausführungen die Füllung insgesamt konstant, und die Kupplungen sollen normalerweise bei geringem Schlupf und hohem Wirkungsgrad arbeiten und das Gebiet hohen Schlupfes nur kurzfristig durchlaufen. Daneben gibt es steuerbare Kupplungen, bei denen durch eine Verringerung des Flüssigkeitsinhalts der Schlupf vergrößert und somit eine stufenlose Drehzahländerung ermöglicht wird.

Bei der Föttinger-Kupplung von Bild 7.7 dringt ein Schöpfrohr mehr oder weniger tief in den mit dem Pumpenrad umlaufenden Ringraum ein. Von dem durch die hohe Umfangsgeschwindigkeit aufgebauten Staudruck wird Flüssigkeit heraus gefördert, und somit die Füllung der Arbeitskammer durch die Stellung des Schöpfrohres bestimmt.

Bevor die abgeschöpfte Flüssigkeit durch die zentrischen Bohrung in der Pumpenwelle in die Kupplung zurückgelangt, wird sie durch einen Ölkühler geschickt. Die mit dem erhöhten Schlupf vergrößerte Verlustwärme kann so problemlos abgegeben werden.

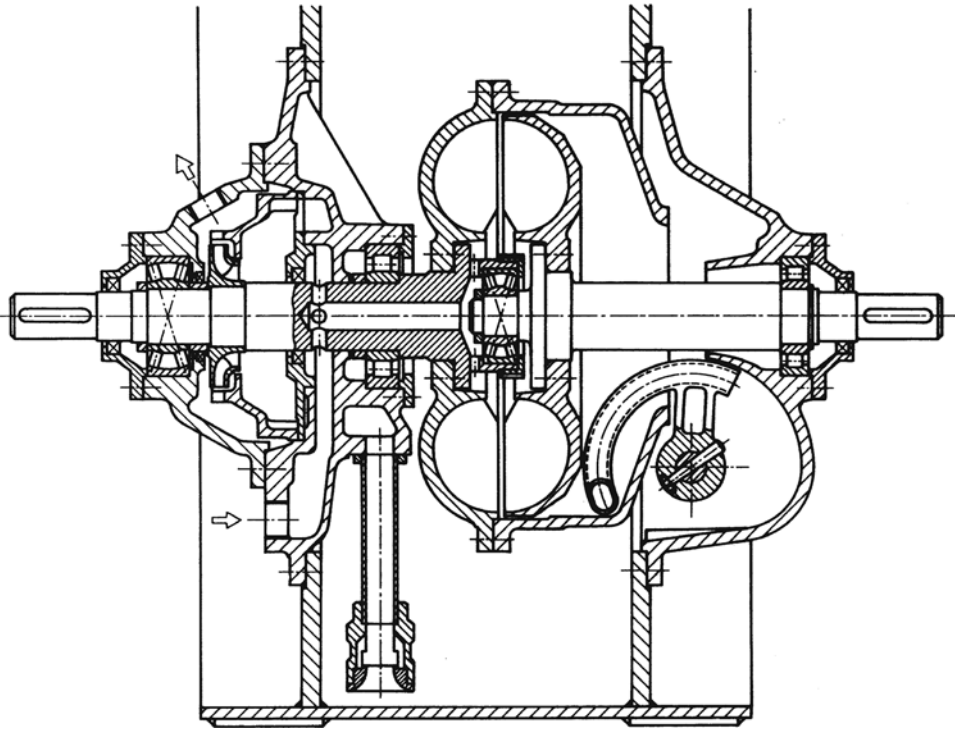


Bild 7.7 Stellkupplung mit schwenkbarem Schöpfrohr

Obgleich die Drehzahlverminderung durch eine Erhöhung der dem Schlupf proportionalen Verluste erkauft wird, kann sie durchaus wirtschaftlich sein. So z. B. zum Antrieb einer Kreiselpumpe durch einen Motor mit konstanter Drehzahl. Die von der Pumpe aufgenommene Leistung ist nach Gl. (1.60) der dritten Potenz der Drehzahl proportional, sodass die linear mit der Drehzahlabnahme steigenden Kupplungsverluste mehr als ausgeglichen werden. Die tatsächlichen Verhältnisse sind etwas komplizierter, da der Betriebspunkt der Pumpe von der Anlagekennlinie mitbestimmt wird.

Beispiel 7.1. Eine Kreiselpumpe mit gegebenem Kennfeld (Bild 7.8) arbeitet mit der im Diagramm eingetragenen Anlagekennlinie zusammen. Sie wird von einem Motor mit der konstanten Drehzahl $n_1 = 25 \text{ 1/s}$ angetrieben. Der Leistungsbedarf der Pumpe ist für folgende Fälle zu untersuchen:

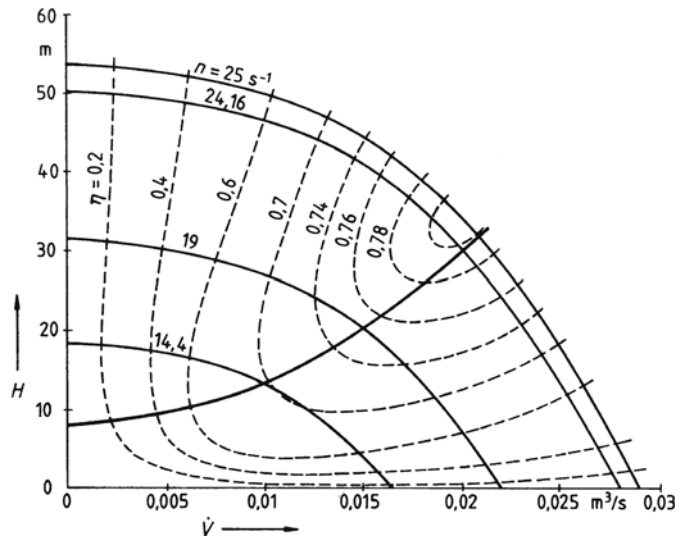
- Direkter Antrieb mit $n = 25 \text{ 1/s}$ und Drosselung.
- Antrieb mit einer steuerbaren Kupplung mit $n_2 < 25 \text{ 1/s}$.

Lösung zu a). Auf der für $n = 25 \text{ 1/s}$ gültigen Pumpenkennlinie wird zu einigen Punkten abgelesen $\dot{V}$, H , η . In jedem dieser Punkte ist die erforderliche Leistung

$$P = \frac{g \rho H \dot{V}}{\eta}.$$

Bild 7.8

Kennfeld einer Kreiselpumpe und Anlagekennlinie (Beispiel 7.1)



zu b). Für verschiedene Punkte der Rohrkenlinie wird aus dem Diagramm abgelesen $\dot{V}$, H , η , n_2 . Mit

$$\eta_{\text{Kuppl}} = 1 - s = \frac{n_2}{n_1}$$

wird
$$P = \frac{g \rho H \dot{V}}{\eta \eta_{\text{Kuppl}}} = \frac{n_1}{n_2} \frac{g \rho H \dot{V}}{\eta}.$$

Der Vergleich der in Tabelle 7.1 durchgeführten Berechnung zeigt, dass die erforderliche Leistung trotz der Kupplungsverluste in jedem Fall bei der Änderung der Drehzahl kleiner ist.

Tabelle 7.1 Leistungsbedarf einer Kreiselpumpe (Beispiel 7.1)

		Fall a Direktantrieb und Drosselung			Fall b Antrieb über steuerbare Kupplung		
$\dot{V}$	m³/s	0,01	0,015	0,02	0,01	0,015	0,02
H	m	49	44	34	13,5	20,4	30
η	1	0,59	0,74	0,80	0,69	0,755	0,80
n_2	1/s	25	25	25	14,4	19,0	24,16
P	kW	8,15	8,15	8,34	3,33	5,23	7,62

7.3 Föttinger Drehmomentwandler

7.3.1 Aufbau und Wirkungsweise

Die Drehmomentwandler haben zentrifugal durchströmte Pumpenräder, wie sie auch sonst bei radialen Kreiselpumpen verwendet werden. Bei der häufigsten Bauart umschließt das Turbinenrad das Pumpenrad und wird demnach gleichfalls von innen nach außen

durchströmt. Daneben gibt es Ausführungen mit zentripetalen, den Francis-Wasserturbinen ähnlichen Turbinenrädern sowie mit mehrstufigen Turbinen. Die Leiträder sind im Kreislauf normalerweise zwischen der Turbine und der Pumpe angeordnet.

Die Schaufeln waren anfangs nach dem Vorbild der Wasserturbinen räumlich gekrümmt. Heute hat sich allgemein eine zylindrische, einfach gekrümmte Form durchgesetzt. Die Schaufeln können dann aus gezogenen Profilstäben hergestellt und eingietet oder eingeschweißt oder aus dem Vollen gefräst werden. Durch diese Art der Fertigung wird eine große Genauigkeit und Gleichmäßigkeit der Schaufelungen erreicht. Die Gitterwirkungsgrade sind deshalb hoch. Außerdem sind große Umfangsgeschwindigkeiten und damit im Verhältnis zur Leistung kleine Abmessungen möglich.

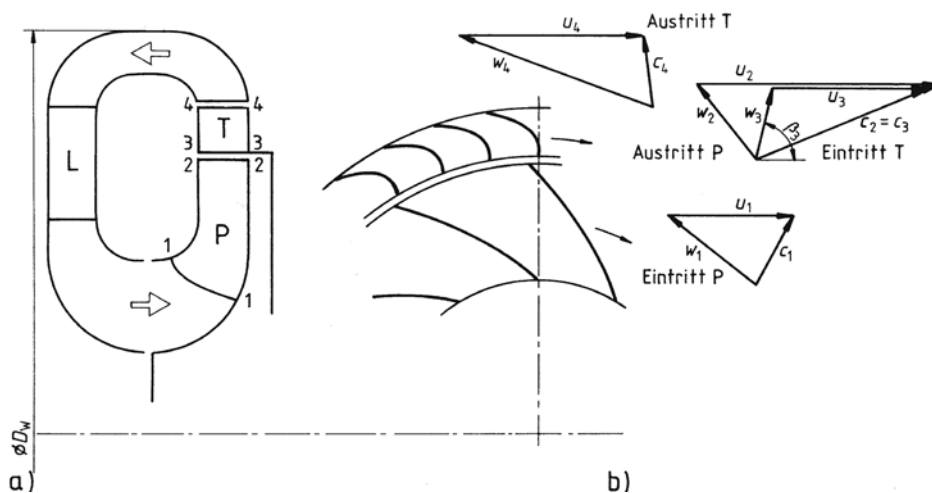


Bild 7.9 Föttinger-Drehmoment-Wandler
 a) Schaufelplan b) Geschwindigkeitsplan

In Bild 7.9 sind die drei Schaufelungen und die zugehörigen Geschwindigkeitsdreiecke dargestellt. Durch die Anordnung des Turbinenrades unmittelbar hinter dem Pumpenrad kann die sonst bei einer Kreiselpumpe notwendige verlustreiche Verzögerung der hohen absoluten Austrittsgeschwindigkeit in einem Diffusor ebenso entfallen wie die sonst bei Turbinen nötige Beschleunigung vor dem Laufradeintritt. Auf das am Ende des Kreislaufs folgende Leitrad kann nicht verzichtet werden, da es das Reaktionsmoment aufnehmen muss, ohne das eine Drehmomentwandlung nicht möglich wäre. Jedoch gelingt es, in diesem ohne eine Verzögerung auszukommen und vielmehr eine leichte Beschleunigung vorzusehen. Auf diese Weise werden in einem Wandler Wirkungsgrade von etwa 0,9 erreicht, viel mehr als bei einer Hintereinanderschaltung von Pumpe und Turbine nach Bild 7.1 b, wo etwa $\eta = \eta_p \eta_T = 0,82 \cdot 0,86 = 0,7$ zu erwarten wäre.

7.3.2 Kennlinien

Drehmomente. Mit den Indizes 1, 2, 3 und 4 von Bild 7.9 und mit der Annahme konstanten Dralls in den schaufellosen Zwischenräumen ergeben sich die Momente der drei Schaufelungen

$$\begin{aligned} M_T &= \dot{m}(r_3 c_{3u} - r_4 c_{4u}) \\ M_L &= \dot{m}(r_1 c_{1u} - r_4 c_{4u}) \\ M_P &= \dot{m}(r_2 c_{2u} - r_1 c_{1u}), \end{aligned} \quad (7.3)$$

woraus mit $r_2 c_{2u} = r_3 c_{3u}$ erneut $M_T = M_P + M_L$ hervorgeht.

Bei konstanter Pumpendrehzahl n_p werden der vom Pumpenrad geförderte Massenstrom und die Drallwerte $r_1 c_{1u}$ und $r_2 c_{2u}$ und damit das aufgenommene Moment angenähert konstant, also unabhängig von der Turbinendrehzahl sein (Bild 7.10 a).

In der Gleichung für M_T ist c_{4u} linear von der Turbinendrehzahl n_T abhängig

$$c_{4u} = u_4 + w_{4u} = \pi n_T D_4 + \frac{c_{4m}}{\tan \beta_4}.$$

In erster Näherung nimmt deshalb das Turbinenmoment linear mit der Abtriebsdrehzahl ab, ein Verhalten, das für Strömungsmaschinen bei variabler Drehzahl und konstanter spezifischer Stutzenarbeit auch sonst charakteristisch ist (Abschn. 2.3.2 Bild 2.10).

Dimensionslose Größen. Die Kurven von Bild 7.10 werden üblicherweise auf die Antriebswerte n_p und M_p bezogen (Bild 7.10 b). Über dem Drehzahlverhältnis $\nu_w = n_T/n_p$ werden die Momentenwandlung, der Wirkungsgrad und die Leistungszahl aufgetragen:

Momentenwandlung $\mu_w = \frac{M_T}{M_P}$

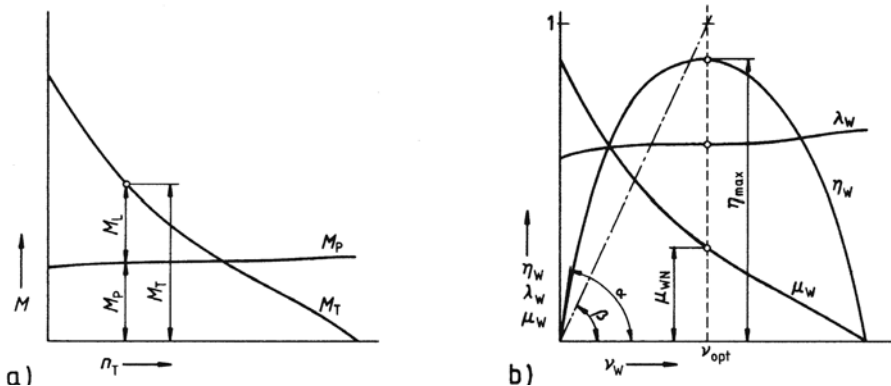


Bild 7.10 Wandler-Kennlinien

- a) Drehmoment in Abhängigkeit von der Turbinendrehzahl
- b) dimensionslose Darstellung

Wirkungsgrad
$$\eta_{\text{W}} = \frac{P_{\text{T}}}{P_{\text{P}}} = \frac{M_{\text{T}} \omega_{\text{T}}}{M_{\text{P}} \omega_{\text{P}}} = \mu_{\text{W}} \nu_{\text{W}} . \quad (7.4)$$

In die Definition der Leistungszahl Gl. (1.66) werden die Eingangsgrößen P_{P} und n_{P} sowie der Wandlerprofildurchmesser D_{W} (Bild 7.9) eingesetzt.

Leistungszahl
$$\lambda_{\text{W}} = \frac{8 P_{\text{P}}}{\pi^4 \varrho n_{\text{P}}^3 D_{\text{W}}^5} .$$

Optimales Drehzahlverhältnis. Der Wert ν_{opt} , bei dem der maximale Wirkungsgrad liegt, kennzeichnet das Drehzahlverhältnis, für das der Wandler berechnet wurde. Der reziproke Wert $i = 1/\nu_{\text{opt}}$ wird in Analogie zu Zahnradgetrieben als Untersetzung bezeichnet, obgleich der Wandler natürlich nicht nur mit seinem optimalen Drehzahlverhältnis arbeitet, sondern dieses sich je nach der Belastung ändert. Durch die Auslegung der drei Schaufelungen ist erreichbar, dass ν_{opt} kleiner, gleich oder größer als eins sein kann.

Anfahrwandlung. Im Anfahrpunkt bei $\nu_{\text{W}} = 0$ hat das Turbinenmoment (Bild 7.10 a) bzw. die Momentenwandlung (Bild 7.10 b) ihren größten Wert, der mit der Steigung der Wirkungsgradkurve im Anfahrpunkt übereinstimmt, wie leicht nachzuprüfen ist. Aus $\eta_{\text{W}} = \mu_{\text{W}} \nu_{\text{W}}$ Gl. (7.4) folgt

$$\frac{d\eta_{\text{W}}}{d\nu_{\text{W}}} = \mu_{\text{W}} + \nu_{\text{W}} \frac{d\mu_{\text{W}}}{d\nu_{\text{W}}}; \quad \left(\frac{d\eta_{\text{W}}}{d\nu_{\text{W}}} \right)_{\nu=0} = \mu_{\text{W}0} = \tan \alpha .$$

Für den Auslegungspunkt ist $\mu_{\text{WN}} = \eta_{\text{max}}/\nu_{\text{opt}}$. Wegen des großen Wertes der Anfahrwandlung stellt ein Antrieb mit Föttinger-Wandler für die Beschleunigung einer Maschine oder eines Fahrzeugs aus dem Stillstand heraus ein großes Drehmoment zur Verfügung. Als Maß dafür, um wie viel die Wandlung im Anfahrzustand größer ist als im Auslegungszustand, dient der Quotient

$$\frac{\mu_{\text{W}0}}{\mu_{\text{WN}}} = \mu_{\text{W}0} \nu_{\text{opt}} \frac{1}{\eta_{\text{max}}} .$$

Da η_{max} keinen großen Schwankungen unterworfen ist, kennzeichnet das Produkt $\mu_{\text{W}0} \nu_{\text{opt}} = \tan \alpha / \tan \beta$ (Bild 7.10 b) die Güte der Anfahrwandlung. Je größer diese Zahl, umso besser ist das Anfahrverhalten.

Durchgangsdrehzahl. Die Kennlinie wird nicht bis zum Durchgang, also demjenigen ν -Wert, für den μ_{W} und η_{W} gleich Null werden, ausgenutzt, sondern nur soweit wie der Wirkungsgrad oberhalb von beispielsweise $\eta_{\text{W}} = 0,75$ bleibt.

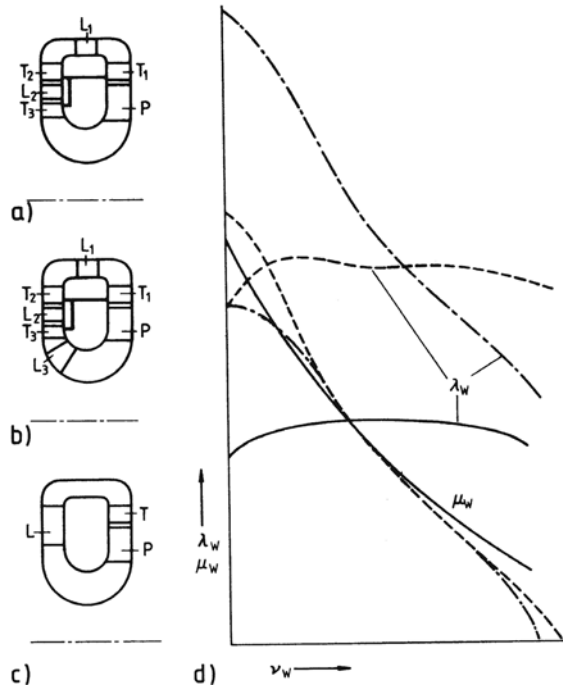
Verlauf des Primärmoments bzw. der Leistungszahl. Bei der normalen Anordnung der drei Schaufelungen – mit dem Leitrad vor der Pumpe – ist M_{P} und damit auch λ_{W} nach Gl. (7.3) ungefähr konstant. Für die meisten Anwendungen ist das auch erwünscht, weil dann der Antriebsmotor unabhängig von der Abtriebsdrehzahl gleichmäßig belastet wird.

Zum Fahrzeugantrieb kann aber ein mit der Abtriebsdrehzahl abfallender Verlauf günstiger sein. Bei langsamer Fahrt wird die Motordrehzahl dann durch das große Moment „gedrückt“ und so der Motor zur Drehzahlwandlung mit herangezogen, wodurch ein flacherer Verlauf des Gesamtwirkungsgrades erreichbar ist.

Bild 7.11

Kennlinienvergleich verschiedener Wandler

- a) dreistufige Turbine. Leiträder zwischen den Turbinenrädern
- b) dreistufige Turbine. Leiträder zwischen Turbinenstufen und zwischen Turbine und Pumpe
- c) einstufige Turbine
- d) dimensionslose Kennlinien ausgezogen Wandler c gestrichelt Wandler b strichpunktiert Wandler a



Eine solche abfallende Kennlinie entsteht, wenn vor dem Pumpenrad kein Leitrad sondern eine Turbine liegt. Um andererseits die hohe absolute Austrittsgeschwindigkeit des Pumpenrades mit gutem Wirkungsgrad auszunutzen, sollte der Pumpe auch ein Turbinenrad nachfolgen. Die Turbine wird deshalb in diesen Fällen mehrstufig ausgeführt. In Bild 7.11 sind als Beispiele die Kennlinien von Wandlern mit dreistufigen Turbinen dargestellt und mit der normalen Anordnung verglichen [25 a]. Wird auch bei dreistufiger Ausführung vor der Pumpe ein Leitrad vorgesehen, so wird die Leistung insgesamt angehoben, der Verlauf bleibt aber angenähert konstant. Die abfallende Kurve entsteht, wenn eine der Turbinenstufen unmittelbar vor dem Pumpenrad liegt.

7.3.3 Stellwandler

Für viele Anwendungsfälle sind Wandler mit fester Beschaufelung ausreichend, insbesondere, wenn zusätzlich zu der selbsttätigen Anpassung der Drehzahl an das Abtriebsmoment auch die Antriebsdrehzahl in einem weiten Bereich verändert werden kann. Finden dagegen Motoren Anwendung, deren Drehzahl nur innerhalb eines engen Bereichs oder überhaupt nicht beeinflussbar ist, so kann eine Verstellung des Wandlers selbst

vorteilhaft sein. Mit solchen Stellwandlern ist dann auch in solchen Fällen, die einen drehzahlvariablen Antrieb erfordern, die Verwendung des robusten und preiswerten Kurzschlussläufermotors möglich.

Zur Steuerung eines Drehmomentwandlers ist die Verstellung der Pumpen- oder der Leitschaufeln, die Verwendung eines Ringschiebers, der zwischen Pumpen- und Turbinenrad axial verschoben wird, oder eine Füllungsänderung möglich.

In Bild 7.12 ist ein Föttinger-Wandler mit verstellbaren Leitschaufeln gezeigt [27]. Es leuchtet ein, dass eine Verstellung des einzig feststehenden Schaufelsatzes zu einer konstruktiv einfachen Lösung mit hoher Betriebssicherheit und Lebensdauer führt. Bei dem abgebildeten Wandler sind zwei Leitradkränze, ein fester axialer und der verstellbare radiale vorhanden. Der Wandlerkreislauf ist ständig mit Öl gefüllt, während des Betriebes wird er durch eine primärseitig angetriebene Zahnradpumpe unter Druck gehalten und mit einem Überdruckventil abgesichert.

Bild 7.13 zeigt das Kennfeld dieses Wandlers, bei dem das Wirkungsgradoptimum dicht unterhalb der Synchrondrehzahl, etwa bei $v_{\text{opt}} = 0,85$ liegt. Im oberen Teildiagramm ist nicht die Momentenwandlung, sondern die Drehmomentabgabe dividiert durch das Eingangsmoment bei Volllast dargestellt. Dadurch wird ein direkter Vergleich der abgegebenen Momente bei den verschiedenen Leitradstellungen möglich.

Die Wandlung wird dagegen durch Division des Ausgangs- durch das Eingangsmoment M_T/M_P erhalten. So ist z. B. die Anfahrwandlung bei 60 % Leitradöffnung $\mu_{w0} = 1,60/0,63 = 2,54$.

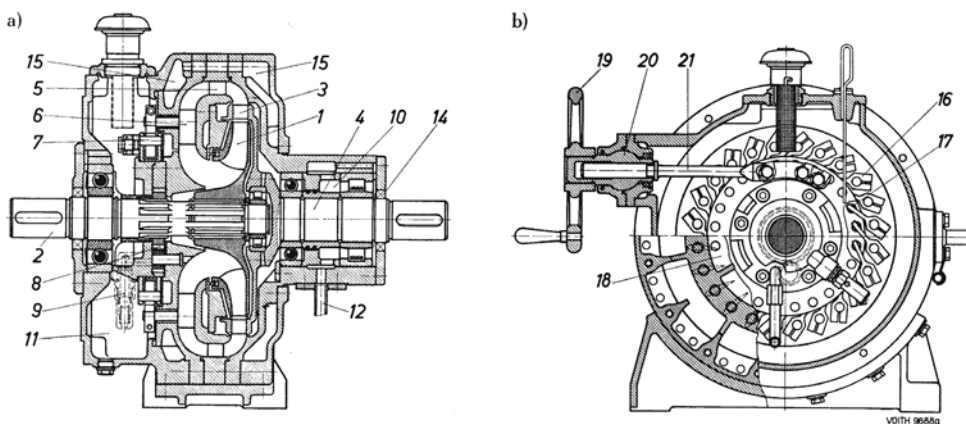


Bild 7.12 Stellwandler mit drehbaren Leitschaufeln (Voith)

- | | | |
|---------------|-----------------------|--------------------|
| 1 Pumpenrad | 4 Sekundärwelle | 7 Verstellgetriebe |
| 2 Primärwelle | 5 feste Leitschaufeln | 8 Zahnradpumpe |

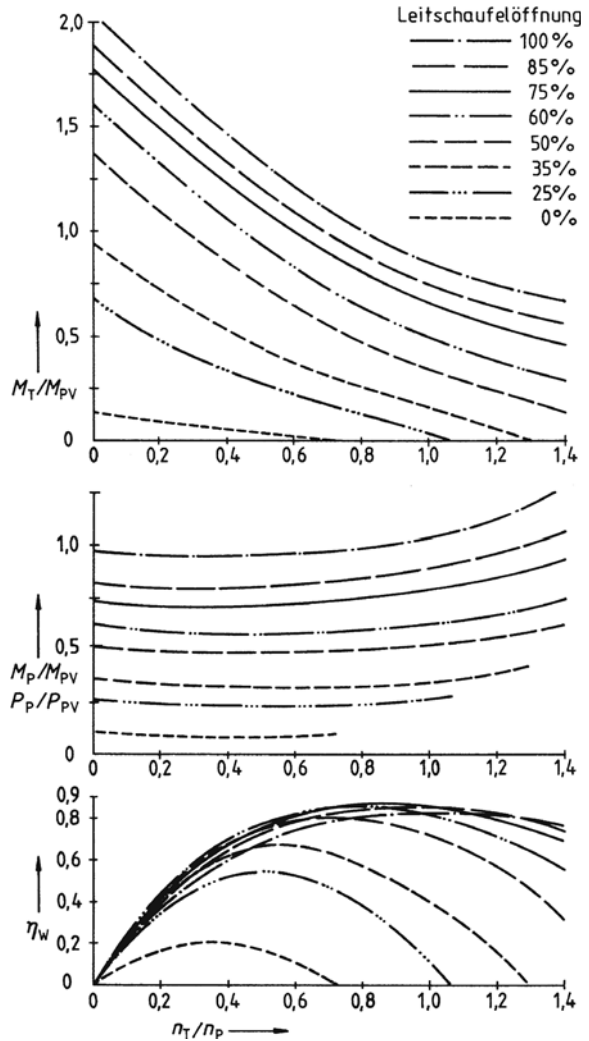


Bild 7.13
Kennfeld eines Stellwandlers (Bild 7.12)

Beispiel 7.2. Ein Schraubenverdichter wird von einem Asynchronmotor mit Kurzschlussläufer über einen Stellwandler der Art von Bild 7.12 angetrieben. Der Förderstrom des Verdichters soll durch Drehzahlverstellung auf einen konstanten Förderdruck geregelt werden. Die Zusammenarbeit der drei Maschinen soll durch ein primär- und sekundärseitiges Momentendiagramm veranschaulicht werden.

Lösung. In das charakteristische Diagramm des Kurzschlussläufermotors werden die Primärmomente des Wandlers bei verschiedenen Leitradstellungen eingetragen. Diese sind in erster Näherung von der Sekundärdrehzahl unabhängig, sind aber wie bei jeder Strömungsmaschine nach Gl. (1.61) dem Quadrat der Primärdrehzahl proportional. Die Kennlinien sind demnach Parabeln mit dem Scheitel im Ursprung (Bild 7.14 a). Die Motorgröße wird so gewählt, dass im Auslegungszustand Gleichgewicht zwischen dem Motormoment und dem Primärmoment des Wandlers bei 75 % Leitradöffnung besteht, weil der Wandlerwirkungsgrad dort sein Maximum hat. Durch weitere Leitradöffnung

bis zum Diagrammpunkt B kann das in diesem Bereich steil ansteigende Motormoment ausgenutzt werden. Bei geschlossenen Leitschaufeln verlangt der Wandler nur das kleine Moment M_a . Der Motor kann deshalb beim Einschalten nahezu unbelastet bis zur Nenndrehzahl hochlaufen, wobei das große Differenzmoment $M_M - M_a$ zur Beschleunigung zur Verfügung steht.

Im Bereich des Auslegungspunktes N ist die Motorkennlinie so steil, dass die Antriebsdrehzahl mit guter Näherung als von der Belastung unabhängig angesehen werden kann. Demnach kann das Wandlerkennfeld von Bild 7.13 übernommen werden, in das die Kennlinie des Verdichters eingetragen wird (Bild 7.14 b). Dessen Moment ist bei dem vorausgesetzten konstanten Förderdruck ebenfalls konstant. Durch Übertragen der Schnittpunkte mit den Kurven der verschiedenen Leitradöffnungen in Bild 7.14 c erhält man die zugehörigen Wandlerwirkungsgrade. Bei verminderter Drehzahl, also einem Teilförderstrom des Verdichters ergeben sich noch gute Wirkungsgrade. Diese sind einer Schlupfänderung mit Wirkungsgraden, die linear mit der Drehzahl abfallen, überlegen, erst recht natürlich einer Drosselung.

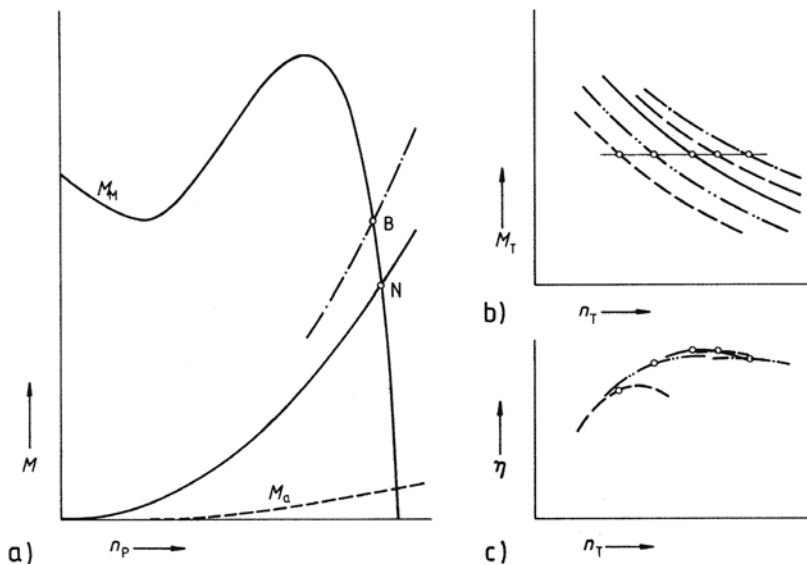


Bild 7.14 Über einen Stellwandler von einem Asynchronmotor angetriebener Schraubenverdichter (Beispiel 7.2)

- a) primärseitiges Moment
- b) sekundärseitiges Momentenkennefeld
- c) Wirkungsgradverlauf

7.3.4 Hydrodynamische Getriebe

Getriebe mit mehreren Kreisläufen. Für automatische Kraftübertragungen in Fahrzeugen, die durch Verbrennungsmaschinen angetrieben werden, sind Föttinger-Wandler an sich schon gut geeignet. Ein einzelner Wandler reicht aber oft dafür nicht aus. Wenn er so ausgelegt ist, dass seine Anfahrwandlung eine gute Beschleunigung aus dem Stillstand heraus ergibt, ist der Wirkungsgrad bei Schnelfahrt und Teillast unbefriedigend.

Ähnlich wie bei konventionellen Schaltgetrieben mehrere Gänge mit verschiedenen Untersetzungen geschaltet werden, lässt sich aber der gesamte Geschwindigkeitsbereich auf mehrere Wandler und gegebenenfalls Kupplungen aufteilen, sodass ein hydraulisches Getriebe mit mehreren Kreisläufen entsteht.

In die verschiedenen Gänge wird geschaltet, indem das Arbeitsfluid mittels einer Füllpumpe von einem in den anderen Kreislauf gepumpt wird. Das geschieht in sehr kurzer Zeit und wird automatisch von der Abtriebsdrehzahl gesteuert.

Solche Getriebe werden in Schienenfahrzeugen, nämlich Diesel-Lokomotiven und Triebwagen eingesetzt, und es gibt eine große Zahl verschiedener Anordnungen. Das Lokomotivgetriebe (Bild 7.15) hat drei Wandler, deren optimale Drehzahlverhältnisse und Kennlinien aufeinander abgestimmt sind. Außerdem ist eine hydraulische Bremse vorhanden. Der Fahrtrichtungswechsel wird bei diesem Beispiel durch ein nachgeschaltetes mechanisches Wendegetriebe erreicht [29].

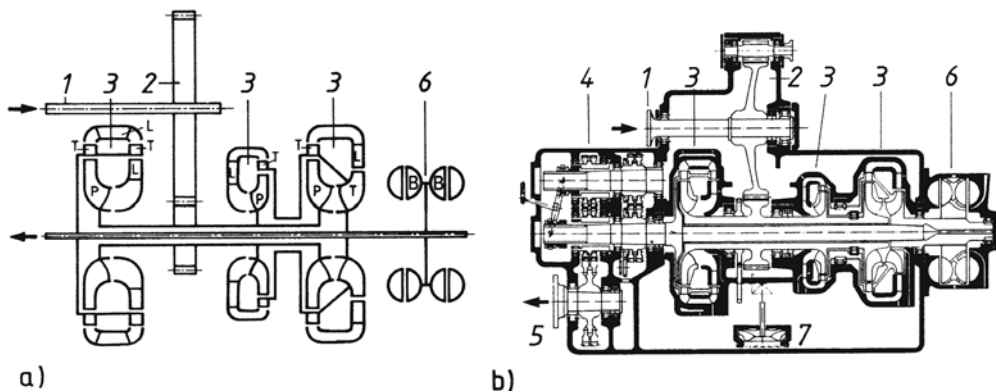


Bild 7.15 Lokomotivgetriebe (Voith) $P = 2942 \text{ kW}$

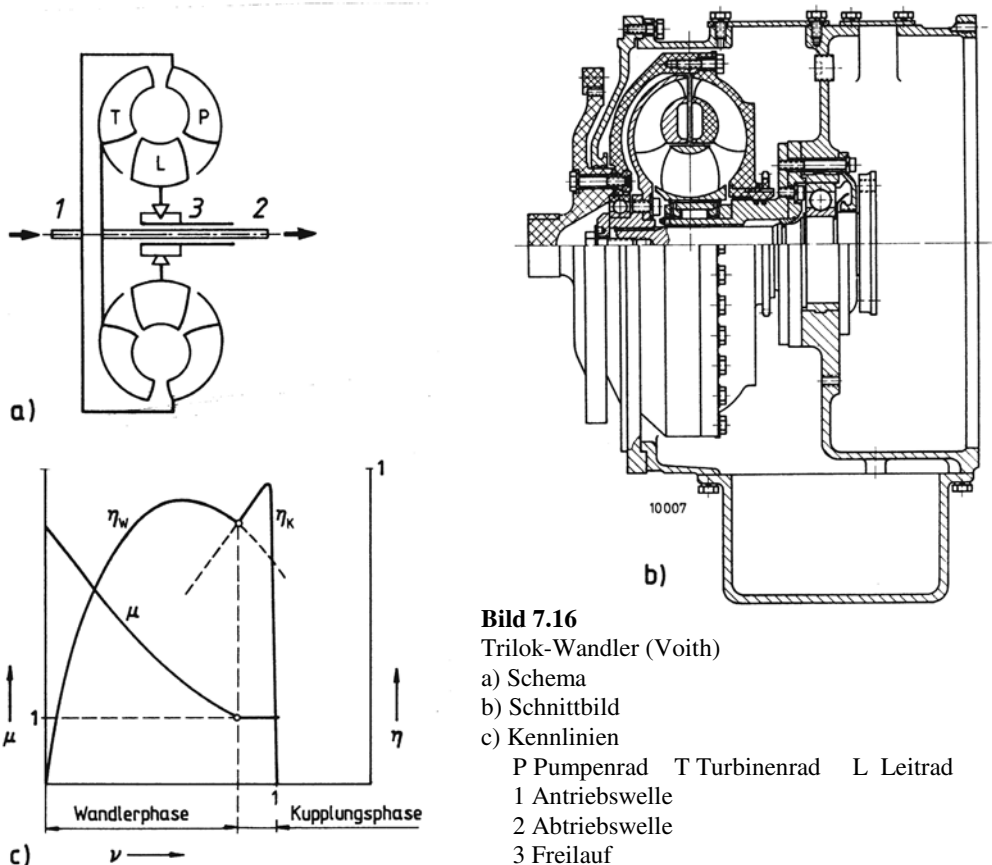
- | | |
|----------------|---------------------------------|
| a) Schema | 1 Antriebswelle |
| b) Schnittbild | 2 mechanische Übersetzungsstufe |
| | 3 Föttinger-Wandler |

- | |
|-----------------|
| 4 Wendegetriebe |
| 5 Abtriebswelle |
| 6 Bremse |
| 7 Füllpumpe |

Zweiphasige Wandler. Die Kombination eines Wandlers mit einer Kupplung gelingt auch in einem einzigen Flüssigkeitskreislauf. Beim Trilok-Wandler (Bild 7.16) ist das Leitrad über einen Freilauf am Gehäuse abgestützt. Solange bei kleinen Abtriebsdrehzahlen die Wandlung groß, also M_T größer ist als M_P (Bild 7.10 a), steht das Leitrad still und nimmt

das Differenzmoment auf. Ein entgegengesetztes Moment kann aber der Freilauf nicht übertragen, er gibt das Leitrad frei, sobald M_T gleich M_P geworden ist, und bei frei umlaufendem Leitrad arbeitet der Wandler jetzt als Kupplung.

Mit seinen beiden Betriebsphasen ist der Trilok-Wandler für den Anfahrbereich eines Fahrzeugs gut geeignet. Aus dem Stillstand heraus arbeitet der Wandler, der für ein kleines v_{opt} ausgelegt ist, mit seinem großen Anfahrmoment und beschleunigt das Fahrzeug. Ist eine gewisse Geschwindigkeit erreicht, und beginnt der Wandlerwirkungsgrad abzufallen, so wird auf die geschilderte Weise selbsttätig und stoßfrei in die Kupplungsphase umgeschaltet. Bei wachsendem Wirkungsgrad wird bis zu dem der vorliegenden Last entsprechenden Schlupf weiter beschleunigt. Bild 7.16 zeigt die Kennlinie eines solchen zweiphasigen Wandlers, der in dieser oder ähnlicher Form die Grundlage für zahlreiche automatische Pkw-Getriebe bildet.



Leistungsverzweigte Getriebe. Zum Antrieb von Omnibussen hat sich eine Konstruktion bewährt, bei der einem Föttinger-Wandler ein mechanisches Differentialgetriebe vorgeschaltet ist, durch das die Motorleistung verzweigt und zum Teil direkt auf die Abtriebswelle zum anderen aber über den Wandler gegeben wird. Da nur dieser Teil mit den

Übertragungsverlusten des Wandlers belastet ist, wird der Wirkungsgrad insgesamt verbessert. Bei hohen Fahrgeschwindigkeiten wird dann automatisch ein Teil des Verteilgetriebes festgehalten, der Wandler ausgeschaltet und die gesamte Antriebsleistung rein mechanisch, also nahezu verlustfrei auf das Fahrzeug übertragen.

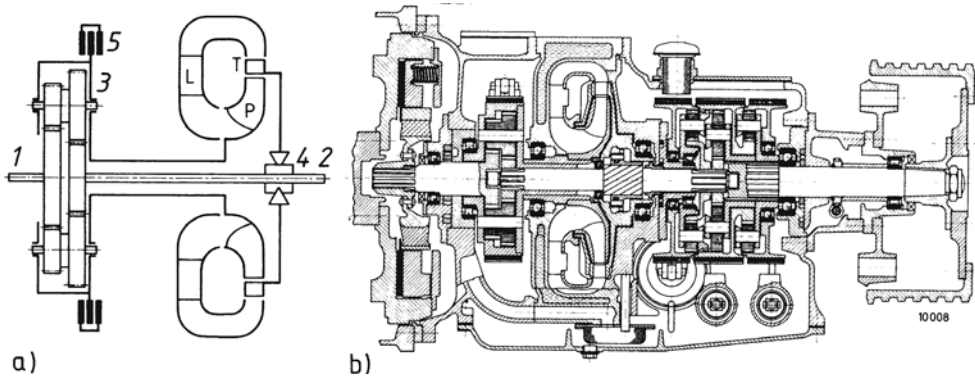


Bild 7.17 Differential-Wandler-Getriebe (Voith) $P = 147 \text{ kW}$

- a) Schema
- b) Schnittbild
- P Pumpenrad
- T Turbinenrad
- L Leitrad
- 1 Antriebswelle
- 2 Abtriebswelle
- 3 Planeten
- 4 Freilauf
- 5 Verteilbremse

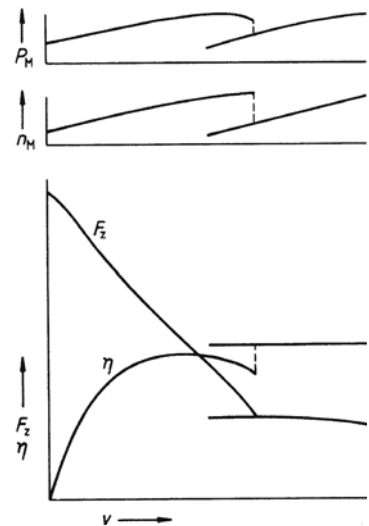


Bild 7.18

Fahrtdiagramm eines Busses mit Differential-Wandler-Getriebe

- v Fahrgeschwindigkeit
- P_M Motorleistung
- n_M Motordrehzahl
- F_Z Zugkraft
- η Wirkungsgrad

Beim Differential-Wandler-Getriebe in Bild 7.17 ist das Verteilgetriebe ein Planeten-Differentialgetriebe in zwei Ebenen. Über die Antriebswelle (1) treibt der Motor das eingangsseitige Sonnenrad an. Da im Anfahrzustand die Abtriebswelle (2) noch stillsteht, überträgt das Verteilgetriebe über die Planeten (3) und den Planetenträger die gesamte Motorleistung auf das Pumpenrad (P). Dieses läuft mit hoher Geschwindigkeit, und entsprechend groß ist die Leistungsaufnahme des Wandlers. Der Motor wird dadurch auf eine kleine Drehzahl und somit in den Bereich geringen Kraftstoffverbrauchs und großen Drehmoments „gedrückt“. Dieses Moment wird auf ein Mehrfaches gewandelt vom

Turbinenrad über den Freilauf (4) auf die Abtriebswelle übertragen und eine große Beschleunigung des Fahrzeugs bewirkt.

Mit wachsender Fahrgeschwindigkeit, also ansteigender Drehzahl der Abtriebswelle nimmt die Übersetzung zum Pumpenrad und damit die Leistungsaufnahme des Wandlers ab. Der Motor wird weniger belastet, und seine Drehzahl steigt an. Zugleich nimmt der vom Verteilgetriebe direkt auf die Abtriebswelle übertragene Leistungsanteil zu.

Hat der Motor seine Nenndrehzahl erreicht, wird der hydraulische Kraftweg durch Festziehen der Verteilbremse (5) ausgeschaltet und der Wandler stillgesetzt, wobei sich die Verbindung des Turbinenrades mit der Abtriebswelle durch den Freilauf (4) löst. Bei stillstehendem Planetenträger wird nun die gesamte Motorleistung mit hohem Wirkungsgrad rein mechanisch auf die Abtriebswelle übertragen.

Vom Anfahren bis zur Höchstgeschwindigkeit gibt es nur einen Schaltvorgang, der automatisch ohne Stoß und ohne Zugkraftunterbrechung ausgelöst wird. Den Verlauf von Zugkraft F_Z und Wirkungsgrad η über der Fahrgeschwindigkeit v zeigt Bild 7.18.

8 Windräder und Propeller

8.1 Einleitung

In ihrer häufigsten Bauform sind Windräder ebenso wie Propeller einstufige Axialmaschinen, die weder ein Gehäuse noch einen Leitapparat haben, und somit eine besonders einfache Form der Strömungsmaschine darstellen. Sie bestehen allein aus dem Laufrad und seiner Lagerung.

Die Schnellläufigkeit ist hoch mit σ -Werten bis zu 8 in Einzelfällen auch darüber, womit die Maschinen im Cordier-Diagramm (Bild 1.19) eine extreme Lage einnehmen.

8.2 Windräder

8.2.1 Vorbemerkung

Neben menschlicher und tierischer Muskelarbeit und Wasserkraften gehört der Wind zu den ältesten Energiequellen der Menschheit. Seit der Industrialisierung haben aber preiswerte fossile Brennstoffe die Windenergie immer mehr verdrängt, wobei der entscheidende Nachteil des Windes, seine örtlich und zeitlich stark schwankende Verfügbarkeit eine große Rolle gespielt hat. Auch die immer wieder gemachten Vorschläge einer großtechnischen Nutzung der Windenergie scheiterten bisher an diesen Schwierigkeiten. In unserer Zeit wird die Begrenztheit fossiler Brennstoffvorkommen immer deutlicher, und die Gefahr ist unübersehbar geworden, die damit verbunden ist, den in Lagerstätten gebundenen Kohlenstoff innerhalb eines einzigen Jahrhunderts frei zu setzen, zu dessen Bindung die Natur einige Millionen Jahre benötigt hat. So hat die Suche nach „alternativen“ Energien die Windkraft erneut ins Gespräch gebracht.

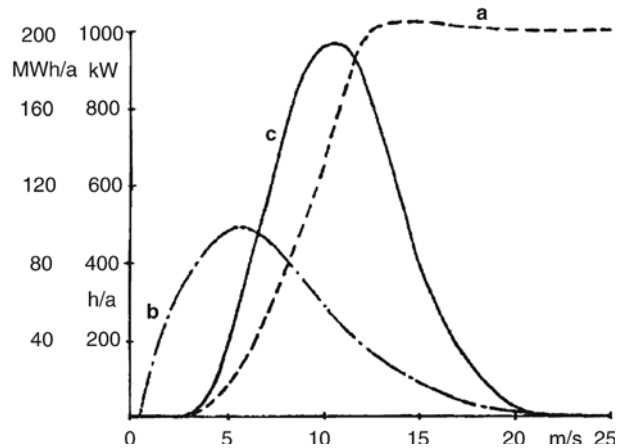
In der Tat stellt diese Energieform ein sehr großes Potential dar. Es wird geschätzt, dass etwa 1,5 bis 2,5 % der auf die Erde eingestrahlten Sonnenenergie ständig in Strömungsenergie der Atmosphäre umgewandelt werden. Allerdings kann nur ein verschwindend kleiner Teil davon technisch genutzt werden. In Deutschland hat die aus dem Wind gewonnene Energie bereits diejenige aus Wasserkraft übertroffen. Optimistische Prognosen halten aber einen noch deutlich höheren Energiegewinn für möglich, sodass etwa 20 bis 25 % des Bedarfs an elektrischer Energie aus dem Wind gedeckt werden können.

In der Gruppe der Strömungsmaschinen nehmen Windkraftanlagen außer ihrer Lage im Cordier-Diagramm auch sonst eine extreme Stellung ein. Das liegt zunächst an der sehr geringen Energiedichte des Windes. Bei einer Windgeschwindigkeit von 7 m/s, das ist in der Beaufort-Skala Windstärke 4 und entspricht etwa dem Mittelwert, den man an einem günstigen Aufstellungsort in Nabenhöhe der Anlage erwarten kann, ist $c^2/2 = 24,5 \text{ m}^2/\text{s}^2 = 0,0245 \text{ kJ/kg}$. Eine Dampfturbine kann in einer einzelnen ihrer vielen Stufen das 10000-fache Energiegefälle verarbeiten, und eine Kaplan-Turbine mit 2,5 m Gefälle hat zwar ein ebenso geringes Energiegefälle, nämlich $gH = 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 2,5 \text{ m} = 24,5 \text{ m}^2/\text{s}^2$, aber dafür hat ihr Fluid eine etwa 800-fache Dichte.

Bild 8.1

Verhalten einer Windkraftanlage
in Abhängigkeit von der
Windgeschwindigkeit

- a) Leistung
- b) Häufigkeitsverteilung der
Windgeschwindigkeiten
- c) gewonnene Arbeit



Hinzu kommt, dass das Windangebot sehr großen Schwankungen unterliegt. Während es ohne weiteres gelingt, den Kreisprozess einer Dampfkraftanlage so zu führen, dass die Enthalpiedifferenz in der Turbine konstant bleibt, kann das Gefälle der hier als Beispiel dienenden Kaplan-Turbine im jahreszeitlichen Wechsel um $\pm 0,5\text{ m}$ variieren, was einer Änderung um 20 % nach beiden Seiten entspricht. Diese bereits sehr großen Schwankungen sind aber gering im Vergleich zu denjenigen der Windkraftanlage, zu denen es keine Parallele bei irgendeiner anderen Strömungskraftmaschine gibt. Hier sind Änderungen von völliger Windstille bis zu Orkanwindstärken von 26 m/s und mehr auch kurzfristig möglich. Welche Konsequenzen das für die Energieerzeugung hat, soll Bild 8.1 erläutern. In Kurve a ist für ein Beispiel die Leistung der Anlage über der Windgeschwindigkeit in der Höhe der Maschinennabe aufgetragen. Hier ist eine Mindestwindgeschwindigkeit von 3 m/s nötig, damit überhaupt eine Leistung abgegeben werden kann. Bei 13 m/s wird die Nennleistung erreicht, und bei 25 m/s wird die Maschine aus Sicherheitsgründen abgeschaltet. Kurvenzug b gibt die Häufigkeitsverteilung der Windgeschwindigkeiten am Aufstellungsort wieder. Hier sind die Stunden je Jahr aufgetragen, die der Wind mit der jeweiligen Geschwindigkeit weht. Die Fläche unter der Kurve entspricht $365 \cdot 24 = 8760\text{ h/a}$. Multipliziert man die Ordinatenwerte beider Kurven, so entsteht die Kurve c, die die mögliche Energiegewinnung in Mwh bei der jeweiligen Windstärke angibt. Die Fläche unter der Kurve ist proportional zu der in einem Jahr bzw. in 8760 Stunden umgesetzten Arbeit. Im gezeichneten Beispiel sind das **2980 MWh/a**, was einer über das Jahr gemittelten Leistung von 340 kW entspricht, also ungefähr einem Drittel der installierten Leistung von 1000 kW.

Am Jahresende 2004 waren in Deutschland 16.543 Windkraftanlagen mit einer installierten Gesamtleistung von 16.628,75 MW in Betrieb. Nimmt man das eben behandelte Beispiel zum Maßstab, so bildet ungefähr ein Drittel der installierten Leistung den Leistungsmittelwert. Damit entspricht die Gesamtheit der in unserem Land installierten Windkraft bereits mehr als vier der bestehenden Kernkraftwerke. Die Windkraft kann allerdings die thermischen Kraftwerke nur entlasten, sie aber nicht „ersetzen“. Für jedes kW Windleistung müssen wegen der erwähnten Unzuverlässigkeit des Windes etwa 0,9 kW konventionelle Leistung bereitstehen. Das beeindruckende Wachstum der Windbranche der letzten Jahrzehnte wird sich im gleichen Tempo kaum fortsetzen. Die geeigneten

Standorte an Land werden allmählich knapp, und es regt sich zunehmend Widerstand gegen die Beeinträchtigung der Landschaft und die Geräuschbelästigung durch die Rotorblätter. Für die Zukunft sind im küstennahen deutschen Seegebiet Windparks mit Einzelmaschinen von etwa 6,4 MW geplant, ungefähr doppelt so groß wie die größten bisher realisierten Maschinen. Allerdings sind solche „Offshoreanlagen“ nicht unproblematisch. Neben den hohen Kosten für den Bau und die Wartung auf See und den konstruktiven Schwierigkeiten der Fundamentierung auf dem Meeresgrund bestehen gerade hier erhebliche ökologische Bedenken. Deshalb nimmt das Planungs- und Genehmigungsverfahren hier besonders viel Zeit in Anspruch. Immerhin gibt es inzwischen Versuchsanlagen der geplanten Leistungsklasse allerdings bisher nur an Land.

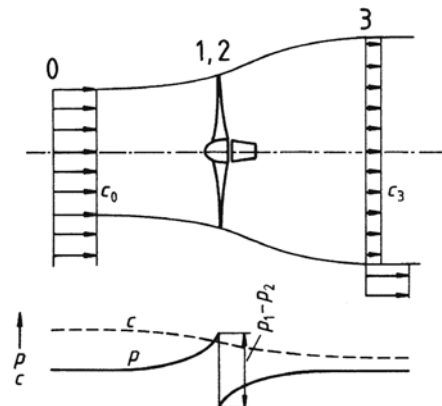
8.2.2 Windradtheorie

Strahltheorie. Windräder sind Reaktionsturbinen, deren Reaktionsgrad wegen des Fehlens einer Leitvorrichtung notwendig gleich eins sein muss.

Voraussetzungen. Im gleichen Maße wie die Geschwindigkeit durch den Einfluss des Laufrades abnimmt, wächst der Querschnitt der von ihm beeinflussten Strömung (Bild 8.2). Gemäß der Bernoulli-Gleichung steigt der Druck vor und hinter dem Rad an, während er im Laufrad selbst abfällt. Zur Vereinfachung sei angenommen, dass dieser mit dem Energieentzug verbundene Druckabfall schlagartig eintritt und zwar für jede Stromlinie, die durch den Laufradkreis hindurch tritt, in gleicher Weise. Das Laufrad wird also durch eine energieentziehende Kreisscheibe der Fläche A ersetzt. Zur weiteren Vereinfachung sollen Reibungseinflüsse und der Drall in der Abströmung unberücksichtigt bleiben. Die Dichte der Luft kann wegen der geringen Geschwindigkeiten als konstant angesehen werden.

Bild 8.2

Strahltheorie des Windrades mit Druckverlauf (ausgezogen) und Geschwindigkeitsverlauf (gestrichelt)



Leistung. Ist c_0 die hinreichend weit vor dem Laufrad zu messende ungestörte Windgeschwindigkeit, so ist die im Wind enthaltene Leistung $P_0 = \dot{m} c_0^2 / 2$. Mit dem Massenstrom $\dot{m} = \rho c_0 A$ folgt

$$P_0 = \frac{\rho}{2} A c_0^3. \quad (8.1)$$

Weil die Meridiangeschwindigkeit in der Radebene c_m kleiner ist als c_0 , und weil die Luft hinter dem Laufrad mit der endlichen Geschwindigkeit c_3 abfließt, sind der Massenstrom und die theoretisch gewinnbare Leistung kleiner

$$\begin{aligned}\dot{m} &= \rho c_m A \\ P_{th} &= \dot{m} \left(\frac{c_0^2}{2} - \frac{c_3^2}{2} \right) = \frac{\rho c_m A}{2} (c_0^2 - c_3^2).\end{aligned}\quad (8.2)$$

Mittels des Impulssatzes lässt sich die von der Radscheibe aufzunehmende Axialkraft und damit die theoretische Leistung auch folgendermaßen ausdrücken

$$P_{th} = F_{ax} c_m = \dot{m} (c_0 - c_3) c_m = \rho c_m^2 A (c_0 - c_3). \quad (8.3)$$

Hieraus ergibt sich durch Gleichsetzen mit Gl. (8.2) die Geschwindigkeit in der Radebene

$$c_m = \frac{1}{2} (c_0 + c_3); \quad c_3 = 2c_m - c_0 \quad (8.4)$$

und durch Einsetzen in Gl. (8.2) oder (8.3) und Ersetzen von c_3 mittels Gl. (8.4)

$$P_{th} = \frac{\rho A}{4} (c_0 + c_3)(c_0^2 - c_3^2) = 2\rho A (c_m^2 c_0 - c_m^3).$$

Indem man durch P_0 nach Gl. (8.1) dividiert, lässt sich dimensionslos schreiben

$$\frac{P_{th}}{P_0} = 4 \left[\left(\frac{c_m}{c_0} \right)^2 - \left(\frac{c_m}{c_0} \right)^3 \right]. \quad (8.5)$$

In Bild 8.3 ist das Ergebnis dargestellt. Die Funktion hat bei $c_m/c_0 = 2/3$ den maximalen Wert $P_{th,max}/P_0 = 16/27$, wie durch Anwendung der Differentialrechnung nachzuweisen ist. Demnach vermindert eine ideale Windturbine die Windgeschwindigkeit auf ein Drittel, in der Laufradebene hat der Wind eine Geschwindigkeit von $2/3$ seines ungestörten Wertes, und die im Wind enthaltene Energie wird selbst im Idealfall nur zu $16/27$, das sind $59,3\%$ ausgenutzt. In der Realität sind die Verhältnisse natürlich ungünstiger, weil Reibungseffekte und der unvermeidliche Drall in der Abströmung den ausnutzbaren Energieanteil mindern.

Aerodynamische Betrachtung. Die Kräfte an einem Flügelement werden wie schon in Abschn. 2.5.2 untersucht.

Es ist $\vec{w}_\infty = (\vec{w}_1 + \vec{w}_2)/2$ der vektorielle Mittelwert, $\Delta w_u = |w_{2u} - w_{1u}|$ die Differenz der Umfangskomponenten und $w_m = c_m$ die Meridiankomponente der relativen Zu- und Abströmgeschwindigkeit. Mit den Profilparametern ζ_A und ε und den Gitterparametern s''

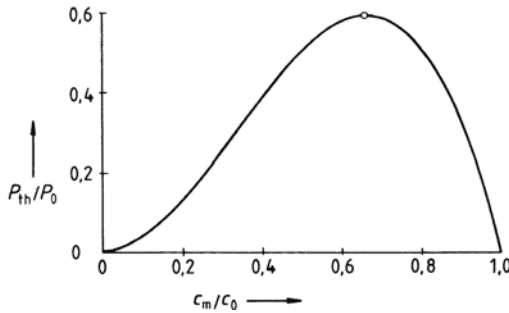


Bild 8.3
Dimensionslose Leistung als Funktion
der Meridiangeschwindigkeit

und t'' (Bild 8.4) gilt nach Gl. (2.17)

$$w_m \Delta w_u = \zeta_A \frac{w_\infty^2}{2} \frac{s''}{t''} \frac{\sin(180^\circ - \beta_\infty - \varepsilon)}{\cos \varepsilon}. \quad (8.6)$$

Der Gleitwinkel, der bei einem guten Profil ohnehin sehr klein ist, wird im Folgenden gleich null gesetzt. Außerdem ist nach Bild 8.4 $\sin(180^\circ - \beta_\infty) = w_m/w_\infty$, womit Gl. (8.6)

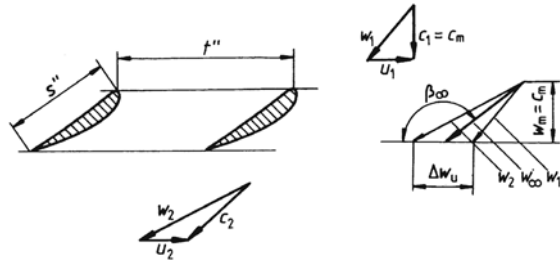


Bild 8.4
Abmessungen und Geschwin-
digkeiten am Axialgitter

die Form $\zeta_A s''/t'' = 2 \Delta w_u / w_\infty$ annimmt. Nach der Hauptgleichung (1.49) und mit $c_3 = c_0/3$ ist

$$Y = u(w_{1u} - w_{2u}) = u \Delta w_u = \frac{1}{2} (c_0^2 - c_3^2) = \frac{4}{9} c_0^2; \quad \Delta w_u = \frac{4}{9} \frac{c_0^2}{u}. \quad (8.7)$$

Damit folgt aus Gl. (8.6)

$$\zeta_A \frac{s''}{t''} = \frac{8 c_0^2}{9 u w_\infty}. \quad (8.8)$$

Hieraus wird deutlich, dass ein schnellläufiges Windrad, bei dem die Umfangsgeschwindigkeit und damit auch die relative Zuströmgeschwindigkeit w_∞ groß ist, wenige schmale Flügel haben muss, also geringe Profiltiefe s'' bei großer Gitterteilung t'' . Umgekehrt hat ein langsamläufiges Windrad viele Flügel.

An einem einzelnen Laufradflügel muss wiederum nach Gl. (8.8) die Profiltiefe mit wachsendem Radius abnehmen. Zwar gleichen sich das Anwachsen der Teilung t'' und der Umfangsgeschwindigkeit u gegeneinander aus, es bleibt aber die Zunahme der Relativgeschwindigkeit w_∞ .

Die bei Schnellläufern verwendeten langen schmalen Flügel sind noch aus einem anderen Grund günstig. Am Rande eines jeden Flügels endlicher Länge findet ein Druckausgleich zwischen Druck- und Saugseite des Profils statt. Von den Flügelrändern lösen sich deshalb Wirbel ab, die einen zusätzlichen Widerstand induzieren. Dieser ist für einen Flügel mit elliptischer Auftriebsverteilung nach [6]

$$\zeta_{wi} = \frac{\zeta_A^2}{\pi} \frac{A_{Fl}}{l^2}.$$

Hierin ist l/A_{Fl} das Seitenverhältnis bzw. die Streckung des Flügels, l ist dessen Länge und A_{Fl} seine Fläche. Offenbar wird der induzierte Widerstand mit wachsender Streckung immer kleiner.

8.2.3 Bauformen

Horizontale Achsenlage. Nach dem vorigen Abschnitt werden langsam- und schnellläufige Windräder unterschieden (Bild 8.5). Da sie dem Wind nachgeführt werden müssen, sind die Maschinen um eine senkrechte Achse drehbar. Kleine Anlagen werden mittels einer leeseitigen Windfahne oder mit einem Seitenrad ausgerichtet, größere haben Windmessgeräte und einen elektrischen Hilfsantrieb für die Richtungsnachführung. Sonderbauformen sind ummantelte Windturbinen, durch die eine Konzentration des Windes im Laufradbereich erreicht wird, und Maschinen mit zwei gegenläufigen hintereinander angeordneten Rotoren.

Vertikale Achsenlage. Da eine Nachführung unnötig ist, wird die Konstruktion vereinfacht. Es gibt vor allem den Savonius-Rotor, der auf dem Widerstandsprinzip beruht, und den Darrieus-Rotor, der wie die Horizontalachsenmaschine eine aerodynamische Turbine ist.

Langsamläufige Horizontalachsenmaschinen. Die „amerikanische Farmwindturbine“ des 19. Jahrhunderts mit 12 bis 20 oder noch mehr Flügeln hat eine vergleichsweise niedrige Drehzahl und ein entsprechend hohes Drehmoment. Damit ist dieser Maschinentyp zum direkten Antrieb einer Wasserpumpe der Kolbenbauart besonders geeignet.

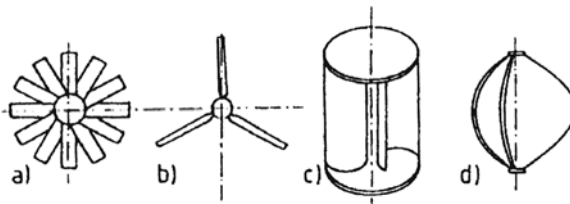


Bild 8.5

- Bauformen von Windrädern
- a) langsamläufige Horizontalachsenmaschine
 - b) schnellläufige Horizontalachsenmaschine
 - c) Savonius-Rotor
 - d) Darrieus-Rotor

Schnellläufige Horizontalachsenmaschinen. Die modernen Windturbinen sind zum Antrieb elektrischer Generatoren bestimmt. Für diesen Zweck sind hohe Drehzahlen günstig, weil dann die Massen und Abmessungen der Getriebe oder der Generatoren kleiner werden. Nach Abschn. 8.2.2 sind dafür Laufräder mit wenigen Flügeln vorzuziehen. Die Profile müssen von hoher aerodynamischer Qualität sein, sodass aufwändige Fertigungsverfahren nötig werden.

Bei den Windrädern wird die Schnellläufigkeit statt nach Gl. (1.67) oft durch den Quotienten u/c_0 beschrieben, worin u die Umfangsgeschwindigkeit der Blattspitzen ist, also $u = \pi n D$. Indem man $Y = 4/9 c_0^2$ nach Gl. (8.7) und für den Volumenstrom $\dot{V} = c_m A = 2/3 c_0 \pi/4 D^2$ mit dem im Anschluss an Gl. (8.5) gefundenen Wert der Meridianschwindigkeit in die Definitionsgleichung einsetzt, findet man die Umrechnungsbeziehung

$$\sigma = \frac{2n\sqrt{\pi\dot{V}}}{(2Y)^{3/4}} = \frac{2\cdot\sqrt{27}}{\sqrt{6}\cdot 8^{3/4}} \cdot \frac{\pi n D}{c_0} = 0,892 \frac{\pi n D}{c_0}. \quad (8.9)$$

Auf dem Markt haben sich inzwischen Maschinen mit drei Flügeln weitgehend durchgesetzt, deren Schnellläufigkeit im Bereich von $\sigma = 5$ bis 8 liegen. Die noch schnellläufigeren Maschinen der anfänglichen Experimentierphase mit zwei oder sogar einem einzigen Flügel haben einen entscheidenden Nachteil. Das von den Laufradflügeln ausgehende aerodynamische Geräusch wächst mit der sechsten Potenz der Umfangsgeschwindigkeit. Ein Windrad mit einem einzigen Flügel, dessen Umfangsgeschwindigkeit doppelt so groß ist wie diejenige eines Dreiflüglers, ist deshalb um ein Vielfaches lauter.

Die Leistungsgrenze der von der Industrie angebotenen Maschinen liegt zur Zeit bei 3 bis 4 MW. Wegen des bereits angesprochenen kleinen Energiegefälles und der geringen Dichte der Luft erfordern derartige Leistungen sehr große Abmessungen bis zu 100 m Laufraddurchmesser, für die es bei anderen Strömungsmaschinen keine Parallele gibt.

Generatorantrieb. Es gibt zwei Grundkonzepte, die beide ihre Vorzüge haben. Entweder wird ein langsamlaufender Generator mit großer Polpaarzahl ähnlich wie bei den Wasserturbinen (s. Bild 2.16) direkt gekuppelt, oder man verwendet einen schnelllaufenden Generator und ein Getriebe. Bei den kleineren Anlagen wählt man einen Asynchrongenerator, dem die Drehzahl von der Netzfrequenz vorgegeben wird. Mit einem polumschaltbaren Generator sind immerhin zwei Drehzahlen und damit eine bessere Anpassung an die Windverhältnisse möglich. Die großen Maschinen laufen mit variabler Drehzahl, die je nach der Windgeschwindigkeit optimal gewählt werden kann. Der vom Generator erzeugte Strom muss dann auf Netzbedingungen umgeformt und transformiert werden.

Starre oder verstellbare Flügel. Preiswerte kleine Maschinen haben starre, nicht verstellbare Flügel. Bei großen Windgeschwindigkeiten reißt dann die Strömung auf der Profilsaugseite ab und bildet Wirbel, die den Auftrieb mindern und den Widerstand erhöhen. So wird auf einfache Weise erreicht, dass die Leistung nicht über die Nennleistung hinaus anwachsen kann. Die Verwindung der Flügel muss aber so gestaltet sein, dass das Abreißen der Strömung nicht auf der ganzen Flügellänge gleichzeitig einsetzt. Bei anspruchsvolleren Maschinen sind die Flügel ähnlich wie bei Kaplan-Wasserturbinen und auch mit einem ähnlichen Hebelgetriebe in der Laufradnabe verstellbar. Die Anstellwinkel der Profile werden dann so gesteuert, dass die Strömung stets anliegt.

Ausführungsbeispiel. Die in Bild 8.6 gezeigte Maschine ist für eine Nennleistung von 1050 kW bei der Nennwindgeschwindigkeit 13 m/s ausgelegt. Die Einschaltgeschwindigkeit ist 3 m/s und die Abschaltgeschwindigkeit 25 m/s. Für die Festigkeitsrechnung wurde eine Überlebensgeschwindigkeit von 55,8 m/s angenommen.

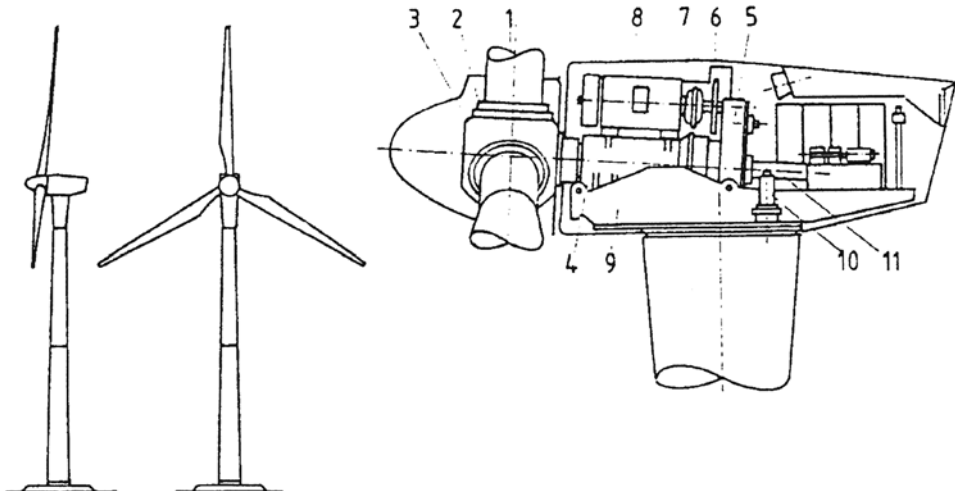


Bild 8.6 Windkraftanlage der MW-Klasse (Husumer Schiffswerft)

$P = 1050 \text{ kW}$, $n = 0,382 / 0,255 \text{ 1/s}$, $D = 57 \text{ m}$

1 Rotorblatt	5 Getriebe	9 Maschinenträger
2 Blattlager	6 Bremse	10 Drehkranzantrieb
3 Rotornabe	7 Kupplung	11 Rotorblatt-Verstellzylinder
4 Rotorlager	8 Generator	

Der Rotor mit einem Durchmesser von 57 m hat drei verstellbare Flügel aus Glasfaser-kunststoff in Schalenbauweise. Der polumschaltbare Generator wird über ein Getriebe mit einer Planeten- und einer Stirnradstufe angetrieben. Zur Dämpfung von Drehmoment-spitzen ist eine Flüssigkeitskupplung (Abschn. 7.2) vorhanden. Mittels einer Scheibenbremse kann der Maschinensatz in den Stillstand gebracht und dort gehalten werden. Für die Ausrichtung in den Wind sind zwei elektrische Antriebe, diagonal zueinander vorgesehen.

Savonius-Windräder. Den bereits erwähnten Vorteil der Maschinen mit vertikaler Achse, von der Windrichtung unabhängig zu sein, nutzen die Maschinen nach dem Savonius-Prinzip. Hier besteht der Rotor aus zwei oder drei gewölbten Blechschaufeln, die zwischen zwei Deckscheiben so eingebaut sind, dass noch ein Spalt frei bleibt (Bild 8.5 c).

Die Wirkung beruht im wesentlichen auf dem unterschiedlichen Widerstand, den die konkave bzw. konvexe Seite der Schaufeln dem Wind entgegensetzt, zu einem Teil aber auch auf den aerodynamischen Auftriebskräften bei der Umströmung der Schaufeln.

Wegen ihrer einfachen Herstellbarkeit sind diese Maschinen für den Bau und Einsatz in Entwicklungsländern vorgeschlagen worden. Es gibt Bauanleitungen für ein solches Windrad aus einer der Länge nach halbierten Tonne, mit dem etwa eine Bewässerungspumpe angetrieben werden kann.

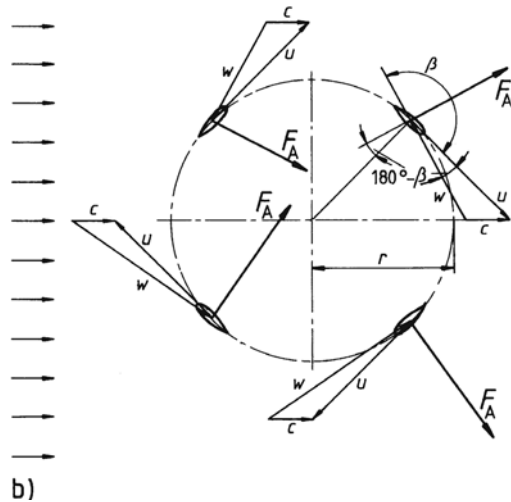


Bild 8.7 Darrieus-Windkraftanlage

(Dornier)

a) Gesamtaufbau

b) Funktionsweise

Darrieus-Windräder. Etwa seit 1925 ist ein vertikalachsiges Windrad bekannt (Bild 8.5 d), bei dem Flügelblätter mit symmetrischem Profil und konstanter Profiltiefe verwendet werden. Statt die Flügel so steif zu machen, dass sie auftretende Biegemomente aufnehmen können, werden sie im Gegenteil als vollkommen biegeschlaff angesehen. Sie nehmen dann unter dem Einfluss der Zentrifugalkraft und der aerodynamischen Kräfte die Form einer Kettenlinie an und sind allein durch Zugkräfte belastet. Gibt man den Flügelblättern von vornherein diese Form, so kann die Biegebeanspruchung vernachlässigt werden.

Zur Erläuterung der Wirkungsweise wird in Bild 8.7 b ein Flügelement längs seines Weges verfolgt. Es zeigt sich, dass in allen vier Quadranten die zur Relativgeschwindigkeit senkrechte Auftriebskraft eine Komponente in der positiven Umfangsrichtung hat, sodass ein im Sinne der Drehung wirkendes Moment zustande kommt. Ohne Berücksichtigung der Widerstandskraft beträgt es

$$M = r F_A \sin(180^\circ - \beta).$$

Im Stillstand und bei geringer Drehzahl entsteht jedoch kein Drehmoment, sodass der Darrieus-Rotor nicht von selbst anläuft. Als Anfahrhilfen dienen der im Motorbetrieb laufende Generator oder ein zusätzlicher Savonius-Rotor (Bild 8.7 a).

Beispiel 8.1. Für eine Windkraftanlage ähnlich Bild 8.6 ist gegeben:

Dichte der Luft $\rho = 1,225 \text{ kg/m}^3$

Windgeschwindigkeit $c_0 = 9,46 \text{ m/s}$

Rotordurchmesser $D = 57 \text{ m}$

Drehzahl $n = 0,382 \text{ 1/s}$

Rotorleistung $P = 561 \text{ kW}$.

Gesucht sind Schnellläufigkeit, Durchmesserzahl und Wirkungsgrad.

Lösung. Mit $c_m = 2/3 c_0$ ist der Volumenstrom

$$\dot{V} = \frac{\pi}{4} D^2 c_m = \frac{\pi}{6} D^2 c_0 = \frac{\pi}{6} \cdot 57^2 \text{ m}^2 \cdot 9,46 \text{ m/s} = 16093 \text{ m}^3/\text{s}.$$

Nach Gl. (8.7) $Y = \frac{4}{9} c_0^2 = \frac{4}{9} \cdot 9,46^2 \text{ m}^2/\text{s}^2 = 39,8 \text{ m}^2/\text{s}^2.$

Gl. (1.67) $\sigma = \frac{2n\sqrt{\pi\dot{V}}}{(2Y)^{3/4}} = \frac{2 \cdot 0,382 \text{ 1/s} \sqrt{\pi \cdot 16093 \text{ m}^3/\text{s}}}{(2 \cdot 39,8 \text{ m}^2/\text{s}^2)^{0,75}} = 6,45.$

Gl. (1.68) $\delta = D \frac{\sqrt{\pi}}{2} \sqrt[4]{\frac{2Y}{\dot{V}^2}} = 57 \text{ m} \frac{\sqrt{\pi}}{2} \sqrt[4]{\frac{2 \cdot 39,8 \text{ m}^2/\text{s}^2}{16093^2 \text{ m}^6/\text{s}^2}} = 1,189.$

Der kinetischen Energie des Windes entspricht nach Gl. (8.1) die Leistung

$$P_0 = \frac{\rho}{2} \frac{\pi}{4} D^2 c_0^3 = \frac{\pi}{8} \cdot 1,225 \text{ kg/m}^3 \cdot 57^2 \text{ m}^2 \cdot 9,46^3 \text{ m}^3/\text{s}^3 = 1,323 \cdot 10^6 \text{ W}$$

demnach $\frac{P}{P_0} = \frac{561 \text{ kW}}{1323 \text{ kW}} = 0,424.$

Da aber nach Abschn. 8.2.2 selbst unter idealen Bedingungen nur $16/27 \cdot P_0$ gewinnbar sind, also

$$P_{\text{th}} = \frac{16}{27} \cdot 1323 \text{ kW} = 784 \text{ kW},$$

wird als Wirkungsgrad definiert

$$\eta = \frac{P}{P_{\text{th}}} = \frac{561 \text{ kW}}{784 \text{ kW}} = 0,716.$$

8.3 Propeller

8.3.1 Strahltheorie des Propellers

Der axiale Schub, der bei anderen Strömungsmaschinen eine lästige Begleiterscheinung darstellt, wird bei den Propellern zum Vortrieb von Flugzeugen und Schiffen ausgenutzt.

Eine einfache Strahltheorie lässt sich unter Vernachlässigung von Drall und Reibungseinflüssen wie für die Windräder herleiten. Ist c_0 die Zuströmgeschwindigkeit und c_3 die drallfrei gedachte Abströmgeschwindigkeit, die beide hinreichend weit vom Propeller entfernt zu messen sind (Bild 8.8), so ist die Schubkraft nach dem Impulssatz

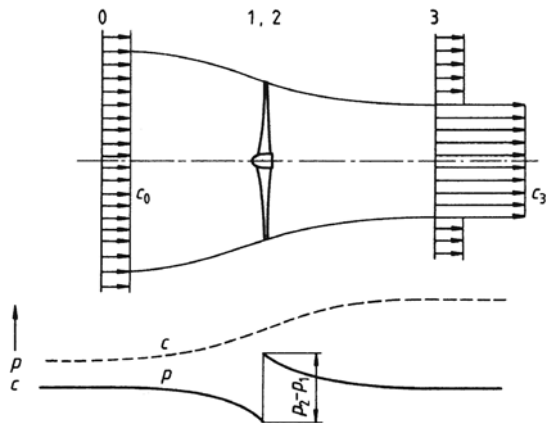
$$F_s = \dot{m}(c_3 - c_0) \quad \text{mit} \quad \dot{m} = \rho A c_m, \quad (8.10)$$

wobei A die vom Propeller überstrichene Fläche und c_m die Meridiangeschwindigkeit in der Propellerebene bedeuten.

Für die Strömung vor und hinter dem Propeller gilt die Bernoulli-Gleichung (1.3), also

$$\frac{p_0}{\rho} + \frac{c_0^2}{2} = \frac{p_1}{\rho} + \frac{c_1^2}{2} \quad \text{und} \quad \frac{p_2}{\rho} + \frac{c_2^2}{2} = \frac{p_3}{\rho} + \frac{c_3^2}{2}$$

Bild 8.8
Strahltheorie des Propellers
(ausgezogen) Druckverlauf
(gestrichelt) Geschwindigkeitsverlauf



und mit $p_0 = p_3$ sowie $c_1 = c_2 = c_m$

$$F_s = A(p_2 - p_1) = \frac{\rho A}{2} (c_3^2 - c_0^2)$$

Durch Vergleich mit Gl. (8.10) folgt wie in Abschn. 8.2.2 $c_m = (c_0 + c_3)/2$.

Die theoretische Vortriebsleistung ist das Produkt aus dem Schub und der Fluggeschwindigkeit, also

$$P_{\text{th}} = F_S c_0 = \frac{\rho A}{2} (c_0 c_3^2 - c_0^3).$$

Durch Vergleich mit dem kinetischen Energiestrom $\dot{E}_{\text{kin}}$, der dem Fluidstrahl durch die Beschleunigung von c_0 auf c_3 zugeführt wird, lässt sich ein Vortriebswirkungsgrad definieren. Es ist

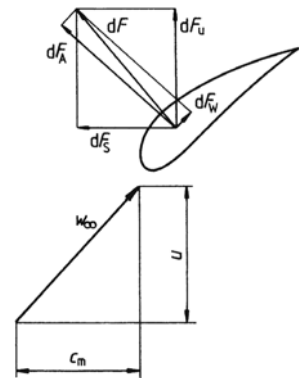
$$\begin{aligned} \dot{E}_{\text{kin}} &= \frac{\dot{m}}{2} (c_3^2 - c_0^2) \quad \text{mit} \quad \dot{m} = \frac{\rho A}{2} (c_0 + c_3) \\ \dot{E}_{\text{kin}} &= \frac{\rho A}{4} (c_3^2 - c_0^2) (c_0 + c_3) \\ \eta_V &= \frac{P_{\text{th}}}{\dot{E}_{\text{kin}}} = \frac{2c_0}{c_0 + c_3} = \frac{2}{1 + c_3/c_0}. \end{aligned} \quad (8.11)$$

Danach ist es günstig, einen bestimmten Schub durch einen großen Massenstrom bei nur mäßiger Geschwindigkeitssteigerung $c_3 - c_0$ zu erreichen (Abschn. 4.4.6). Der tatsächliche Wirkungsgrad eines Propellers ist kleiner als η_V , weil Reibungsverluste hinzukommen, und weil das abströmende Fluid einen nicht mehr ausnutzbaren Drall enthält.

8.3.2 Schraubenpropeller

Kräfte am Flügelement. In Abschn. 8.3.1 war es offen geblieben, auf welche Weise dem Fluid in der Propellerebene die Energie zugeführt wird, die die Druckerhöhung $p_2 - p_1$ bewirkt. Bei einem Schraubenpropeller geschieht das durch die Arbeit der Auftriebskräfte der profilierten Propellerblätter. Die relative Anströmgeschwindigkeit w_∞ nach Bild 8.9 hat die Komponenten $c_m = (c_0 + c_3)/2$ und $u = 2\pi nr$. Die aus dem Auftrieb und dem Widerstand eines Flügelements der radialen Breite dr resultierende Kraft dF hat eine axial gerichtete Komponente dF_s , die über den Radius integriert den Schub ergibt, und eine Umfangskomponente dF_u , aus der sich das benötigte Antriebsmoment errechnen lässt. Also mit dem Propellerradius R und der Flügelzahl z

Bild 8.9
Kräfte am Flügelement



$$F_s = z'' \int_0^R dF_s \quad \text{und} \quad M = z'' \int_0^R r dF_u.$$

Flugzeugpropeller haben der hohen Schnellläufigkeit entsprechend nur 2 bis 4 schmale Blätter aus Holz, faserverstärktem Kunststoff oder aus Leichtmetall. Eine möglichst leichte Bauweise ist anzustreben, um die Fliehkräfte bei den hohen Umfangsgeschwindigkeiten sicher zu beherrschen.

Im Allgemeinen bleibt die relative Anströmgeschwindigkeit w unterhalb der Schallgrenze, doch sind auch Propeller, bei denen an den Blattspitzen die Schallgeschwindigkeit überschritten wird, schon ausgeführt worden.

Um günstige Verhältnisse sowohl bei Start und Landung als auch beim Schnellflug zu erreichen, werden Verstellpropeller bevorzugt, bei denen ähnlich wie bei den Laufrädern der Kaplan-Turbinen das Verstellgetriebe in der Nabe untergebracht ist.

Schiffspropeller. In der Wasserströmung darf die Flächenbelastung eines einzelnen Propellerblattes nicht zu groß sein, um Kavitation und das Eindringen von Luft von der Oberfläche her zu vermeiden. Deshalb werden flache Profile mit kleinen Anstellwinkeln verwendet. Um dennoch den gewünschten Gesamtschub zu erreichen, ist die Blattbreite größer als bei den Luftschrauben. Es sind auch mehr Blätter, bis zu sechs, üblich. Verstellpropeller sind für Schiffe, die sehr verschiedenen Betriebsbedingungen unterliegen, wie Schlepper, Fischereifahrzeuge oder Eisbrecher von Vorteil.

Für das Gesamtsystem aus Schiff und Propeller ist die übliche Heckanordnung günstig, denn durch den Sog des Propellers wird die Grenzschicht stabilisiert, und ihre Ablösung vom Achterschiff verzögert. Für eine genaue Propellerberechnung ergibt sich daraus aber die Schwierigkeit, dass im Nachlauf des Schiffskörpers keine rotationsymmetrische Zuströmung mehr vorausgesetzt werden kann. Auch die vom Schiff aufgeworfenen Oberflächenwellen sind von Bedeutung. Das Zusammenwirken ist günstig, wenn über dem Propeller ein Wellenberg entsteht.

Im Normalfall sind Schiffspropeller so ausgelegt, dass die oben erwähnte Kavitation vermieden wird. Bei sehr schnellen Fahrzeugen, etwa ab $c_0 = 20 \text{ m/s}$ ist das aber nicht mehr möglich. Die Zerstörung des Werkstoffs kann jedoch auch in diesem Fall vermieden werden. Dazu wird der Propeller so gestaltet, dass auf der Saugseite eine große, dauernd bestehende Kavitationsblase entsteht, die von der Eintritts- bis zur Austrittskante des Profils reicht.

Ein Schraubenpropeller kann von einer Düse, der sog. Kort-Düse ummantelt sein. Die aus Bild 8.8 ersichtliche Strahlverengung wird dadurch verringert, sodass bei kleinen Abmessungen ein großer Schub bei günstigem Wirkungsgrad entsteht. Das kann auch so erklärt werden, dass durch die Druckverteilung an dem Ringflügel, den die Kort-Düse darstellt, diese selbst einen Schub erzeugt und denjenigen des Propellers verstärkt. Ein besonderer Vorteil liegt auch darin, dass in engen Binnengewässern die Uferböschungen und der Grund weniger als durch einen freien Propeller geschädigt werden.

8.3.3 Voith-Schneider-Propeller

Für Wasserfahrzeuge, die häufig und exakt manövrieren müssen, hat sich ein Propellertyp bewährt, der in seiner Wirkungsweise mit einem Darrieus-Windrad (Bild 8.5 d) vergleichbar ist. An einem Rotor mit angenähert senkrechter Drehachse sind achsparallele Flügel angebracht, denen während der Rotordrehung eine Schwingbewegung aufgezwungen wird. Amplitude und Phasenlage der Flügelschwingung lassen sich stufenlos verstellen, wodurch der Schub des Propellers bei konstanter Drehzahl nach Betrag und Richtung verändert wird.

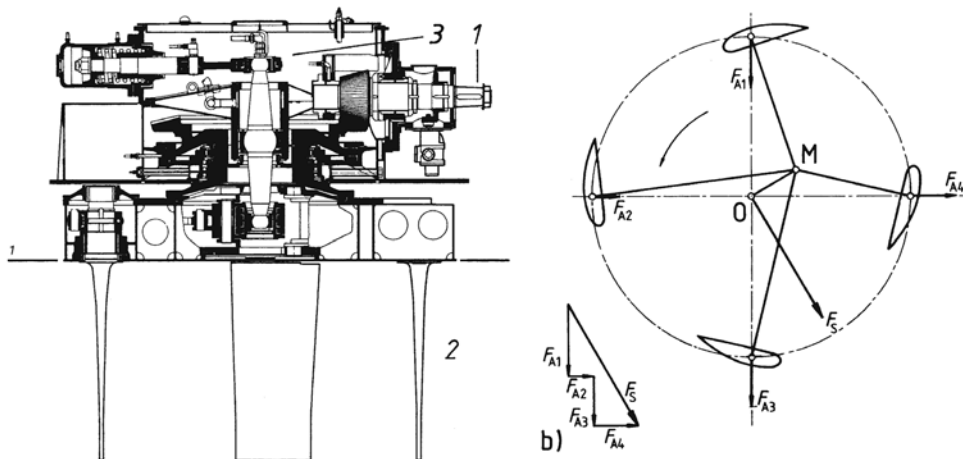


Bild 8.10 Voith-Schneider-Propeller

a) Schnittbild b) Funktionsweise

1 Antriebswelle 2 Flügelblatt 3 Verstellgetriebe

Nach Bild 8.10 b sind bei der Drehung um den Punkt O die Normalen der Schaufelskelettlinien immer auf den feststehenden Punkt M ausgerichtet. Dadurch werden die Anstellwinkel der Profile so verändert, dass die Auftriebskräfte stets eine senkrecht zu $\overline{OM}$ gerichtete Komponente haben. Eine genauere Untersuchung zeigt, dass der resultierende Schub des Propellers angenähert proportional zur Strecke $\overline{OM}$ und senkrecht zu ihr gerichtet ist. Der Steuerepunkt M kann von der Brücke des Schiffes aus in der Nähe des Punktes O beliebig verstellt werden. Auf diese Weise dient der Voith-Schneider-Propeller gleichzeitig dem Antrieb und der aktiven Steuerung des Fahrzeugs.

Ein mit zwei solchen Propellern ausgestattetes Schiff erreicht eine nahezu ideale Manövrierfähigkeit, so kann es auf der Stelle gedreht oder seitlich versetzt werden. Typische Anwendungsfälle sind Flussschiffe und Fähren, Bugsierschiffe und Schwimmkräne, aber auch hochseetüchtige Schiffe für Spezialaufgaben wie etwa Forschungsschiffe zur Erkundung des Meeresbodens oder Kabelleger.

9 Anhang

Tabelle 9.1 Mittlere spezifische Wärmekapazität $[c_p]_0^t$ von Luft und aus der Verbrennung von Die-
selkraftstoff entstandenem stöchiometri-
schen Verbrennungsgas in kJ/(kg K). Be-
rechnet nach Angaben in [1]

t °C	Luft	Verbrennungsgas
0	1,005	1,058
100	1,007	1,070
200	1,013	1,083
300	1,020	1,097
400	1,029	1,112
500	1,039	1,126
600	1,049	1,141
700	1,061	1,156
800	1,072	1,168
900	1,081	1,183
1000	1,091	1,195
1100	1,101	1,209
1200	1,110	1,221
1300	1,117	1,231
1400	1,125	1,242
1500	1,133	1,252

Tabelle 9.2 Sattdampf- (Druck-)tafel nach [31]

p MPa	t °C	v' m³/kg	v''	h' kJ/kg	h''	s' kJ/(kg K)	s''
0,00061	0,01	0,001000	205,997	0,001	2501,91	0,0000	9,1555
0,002	17,50	0,001001	66,990	73,435	2532,91	0,2606	8,7227
0,003	24,08	0,001003	45,655	100,990	2544,88	0,3543	8,5766
0,004	28,96	0,001004	34,792	121,404	2553,71	0,4224	8,4735
0,005	32,88	0,001005	28,186	137,765	2560,77	0,4763	8,3939
0,0075	40,29	0,001008	19,234	168,760	2574,06	0,5763	8,2502
0,01	45,81	0,001010	14,671	191,812	2583,89	0,6492	8,1489
0,02	60,06	0,001017	7,648	251,400	2608,95	0,8320	7,9072
0,03	69,10	0,001022	5,229	289,229	2624,55	0,9439	7,7675
0,04	75,86	0,001026	3,993	317,566	2636,05	1,0259	7,6690
0,05	81,32	0,001030	3,240	340,476	2645,21	1,0910	7,5930
0,075	91,76	0,001037	2,217	384,365	2662,39	1,2130	7,4557
0,1	99,61	0,001043	1,694	417,436	2674,95	1,3026	7,3588
0,5	151,84	0,001093	0,3748	640,19	2748,11	1,8606	6,8206
1,0	179,89	0,001127	0,194349	762,68	2777,12	2,1384	6,5850
1,5	198,30	0,001154	0,131702	844,72	2791,01	2,3147	6,4431
2,0	212,38	0,001177	0,099581	908,62	2798,38	2,4470	6,3392
2,5	223,96	0,001197	0,079947	961,98	2802,04	2,5544	6,2560
3,0	233,86	0,001217	0,066664	1008,37	2803,26	2,6456	6,1858

Tabelle 9.2 Fortsetzung

p MPa	t °C	v' m³/kg	v''	h' kJ/kg	h''	s' kJ/(kg K)	s''
3,5	242,56	0,001235	0,057058	1049,78	2802,74	2,7254	6,1245
4,0	250,36	0,001253	0,049777	1087,43	2800,90	2,7967	6,0697
4,5	257,44	0,001270	0,044059	1122,14	2798,00	2,8613	6,0198
5,0	263,94	0,001286	0,039446	1154,50	2794,23	2,9207	5,9737
6,0	275,59	0,001319	0,032449	1213,73	2784,56	3,0274	5,8901
7,0	285,83	0,001352	0,027380	1267,44	2772,57	3,1220	5,8146
8,0	295,01	0,001385	0,023528	1317,08	2758,61	3,2077	5,7448
9,0	303,35	0,001418	0,020493	1363,65	2742,88	3,2866	5,6790
10,0	311,00	0,001453	0,018034	1407,87	2725,47	3,3603	5,6159
11,0	318,08	0,001489	0,015994	1450,28	2706,39	3,4300	5,5545
12,0	324,68	0,001526	0,014269	1491,33	2685,58	3,4965	5,4941
13,0	330,86	0,001566	0,012785	1531,40	2662,89	3,5606	5,4339
14,0	336,67	0,001610	0,011489	1570,88	2638,09	3,6230	5,3730
15,0	342,16	0,001657	0,010340	1610,15	2610,86	3,6844	5,3108
16,0	347,36	0,001710	0,009308	1649,67	2580,90	3,7457	5,2463
17,0	352,29	0,001769	0,008370	1690,04	2547,44	3,8077	5,1785
18,0	357,00	0,001839	0,007499	1732,04	2509,59	3,8717	5,1056
19,0	361,48	0,001925	0,006673	1776,94	2465,52	3,9397	5,0247
20,0	365,76	0,002039	0,005859	1827,17	2411,53	4,0155	4,9301
21,0	369,83	0,002212	0,004989	1889,43	2337,72	4,1093	4,8065
22,064	373,95	0,003106		2087,55		4,4120	

Tabelle 9.3 Zustandsgrößen von überhitztem Wasserdampf nach [31]

p MPa	t °C	v m³/kg	h kJ/kg	s kg/(kgK)	t °C	v m³/kg	h kJ/kg	s kg/(kgK)
0,010	50	14,8674	2591,99	8,1741	150	19,5136	2783,02	8,6892
	100	17,1967	2687,43	8,4488	200	21,8260	2879,59	8,9048
0,025	100	6,8634	2685,57	8,0219	200	8,7237	2878,91	8,4809
	150	7,7958	2781,97	8,2643	250	9,6496	2976,96	8,6778
0,050	100	3,4188	2682,40	7,6952	250	4,8207	2976,16	8,3568
	150	3,8899	2780,20	7,9412	300	5,2841	3075,76	8,5386
	200	4,3563	2877,77	8,1591	350	5,7470	3176,78	8,7076
0,075	100	2,2704	2679,14	7,5011	300	3,5206	3075,15	8,3507
	150	2,5878	2778,41	7,7508	350	3,8296	3176,30	8,5199
	200	2,9004	2876,63	7,9702	400	4,1383	3278,93	8,6783
	250	3,2110	2975,35	8,1685	450	4,4467	3383,13	8,8276
0,1000	100	1,6960	2675,77	7,3610	350	2,8710	3175,82	8,3865
	150	1,9367	2776,59	7,6147	400	3,1027	3278,54	8,5451
	200	2,1725	2875,48	7,8356	450	3,3342	3382,81	8,6945
	250	2,4062	2974,54	8,0346	500	3,5656	3488,71	8,8361
	300	2,6389	3074,54	8,2171	550	3,7968	3596,28	8,9709

Tabelle 9.3 Fortsetzung

p MPa	t °C	v m³/kg	h kJ/kg	s kg/(kgK)	t °C	v m³/kg	h kJ/kg	s kg/(kgK)
0,5	200	0,4250	2855,90	7,0611	400	0,6173	3272,29	7,7954
	250	0,4744	2961,13	7,2726	450	0,6642	3377,67	7,9464
	300	0,5226	3064,60	7,4614	500	0,7109	3484,41	8,0891
	350	0,5701	3168,06	7,6345	550	0,7576	3592,64	8,2247
1,0	200	0,2060	2828,27	6,6955	450	0,3304	3371,19	7,6198
	250	0,2327	2943,22	6,9266	500	0,3541	3479,00	7,7640
	300	0,2580	3051,70	7,1247	550	0,3777	3588,07	7,9007
	350	0,2825	3158,16	7,3028	600	0,4011	3698,56	8,0309
	400	0,3066	3264,39	7,4668	650	0,4245	3810,55	8,1557
1,5	200	0,1324	2796,02	6,4537	450	0,2192	3364,65	7,4259
	250	0,1520	2923,96	6,7111	500	0,2352	3473,57	7,5716
	300	0,1697	3038,27	6,9199	550	0,2510	3583,49	7,7093
	350	0,1866	3148,03	7,1035	600	0,2668	3694,64	7,8404
	400	0,2030	3256,37	7,2708	650	0,2825	3807,17	7,9657
2,0	250	0,1115	2903,23	6,5474	500	0,1757	3468,09	7,4335
	300	0,1255	3024,25	6,7685	550	0,1877	3578,88	7,5723
	350	0,1386	3137,64	6,9582	600	0,1996	3690,71	7,7042
	400	0,1512	3248,23	7,1290	650	0,2115	3803,79	7,8301
	450	0,1635	3358,05	7,2863				
2,5	250	0,0870	2880,86	6,4106	500	0,1400	3462,59	7,3251
	300	0,0989	3009,63	6,6460	550	0,1497	3574,24	7,4651
	350	0,1098	3126,99	6,8424	600	0,1593	3686,76	7,5978
	400	0,1201	3239,96	7,0168	650	0,1689	3800,39	7,7243
	450	0,1301	3351,39	7,1765				
3,0	250	0,0706	2856,55	6,2893	500	0,1162	3457,04	7,2356
	300	0,0812	2994,35	6,5412	550	0,1244	3569,59	7,3767
	350	0,0906	3116,06	6,7449	600	0,1324	3682,81	7,5102
	400	0,0994	3231,57	6,9233	650	0,1405	3796,99	7,6373
	450	0,1079	3344,66	7,0853				
4,0	300	0,0589	2961,65	6,3638	500	0,0864	3445,84	7,0919
	350	0,0665	3093,32	6,5843	550	0,0927	3560,22	7,2353
	400	0,0734	3214,37	6,7712	600	0,0989	3674,85	7,3704
	450	0,0800	3330,99	6,9383	650	0,1049	3790,15	7,4989
6,0	350	0,0423	3043,86	6,3356	550	0,0610	3541,19	7,0306
	400	0,0474	3178,18	6,5431	600	0,0653	3658,76	7,1692
	450	0,0522	3302,76	6,7216	650	0,0694	3776,36	7,3002
	500	0,0567	3422,95	6,8824				

Tabelle 9.3 Fortsetzung

p MPa	t °C	v m ³ /kg	h kJ/kg	s kg/(kgK)	t °C	v m ³ /kg	h kJ/kg	s kg/(kgK)
8,0	400	0,0343	3139,31	6,3657	550	0,0452	3521,77	6,8798
	450	0,0382	3273,23	6,5577	600	0,0485	3642,42	7,0221
	500	0,0418	3399,37	6,7264	650	0,0517	3762,42	7,1557
10,0	400	0,0264	3097,38	6,2139	550	0,0357	3501,94	6,7584
	450	0,0298	3242,28	6,4217	600	0,0384	3625,84	6,9045
	500	0,0328	3375,06	6,5993	650	0,0410	3748,32	7,0409
15,0	400	0,0157	2975,55	5,8817	550	0,0229	3450,47	6,5230
	450	0,0185	3157,84	6,1433	600	0,0249	3583,31	6,6797
	500	0,0208	3310,79	6,3479	650	0,0268	3712,41	6,8235
20,0	500	0,0148	3241,19	6,1445	600	0,0182	3539,23	6,5077
	550	0,0166	3396,24	6,3390	650	0,0197	3675,59	6,6596

Tabelle 9.4 Kinematische Zähigkeit von Luft, Wasser und Wasserdampf bei $p = 0,1014$ MPa nach [1], [31]

	Luft	Wasser	Wasserdampf
t °C	$10^6 \nu$ m ² /s	$10^6 \nu$ m ² /s	$10^6 \nu$ m ² /s
0	13,3	1,79	
20	15,1	1,00	
40	17,0	0,66	
60	18,9	0,47	
80	20,9	0,36	
100	23,0	0,29	20,53
120	25,2		23,04
140	27,5		25,71
160	29,8		28,54
180	32,2		31,53
200	34,7		34,68
240	39,8		41,47
280	45,2		48,90
320	50,8		56,95
360	56,7		65,61
400	62,9		74,87
450	70,9		87,27
500	79,2		100,56

Tabelle 9.5 Kinematische Zähigkeit von Wasser und Wasserdampf in $10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$, berechnet nach [31]. Bei unterkritischem Druck links vom Doppelstrich Flüssigkeit, rechts überhitzter Dampf.

p MPa	50 °C	100 °C	150 °C	200 °C	250 °C	300 °C	400 °C	500 °C	600 °C
0,01	157,9	212,3	277,6	353,7	440,2	536,9	759,6	1019	1314
0,05	0,554	42,09	55,27	70,54	87,88	107,3	151,8	203,8	262,8
0,1	0,554	20,81	27,47	35,14	43,84	53,54	75,86	101,9	131,4
0,2	0,554	0,294	13,57	17,45	21,82	26,69	37,88	50,91	65,67
0,5	0,553	0,294	0,199	6,822	8,607	10,58	15,09	20,32	26,24
1	0,553	0,294	0,199	3,274	4,120	5,207	7,488	10,12	13,10
2	0,553	0,294	0,199	0,155	1,991	2,519	3,690	5,025	6,524
5	0,553	0,295	0,200	0,156	0,133	0,898	1,410	1,967	2,582
10	0,553	0,295	0,200	0,157	0,134	0,121	0,647	0,949	1,270
15	0,553	0,296	0,201	0,157	0,135	0,122	0,391	0,610	0,834
20	0,553	0,297	0,202	0,158	0,135	0,123	0,259	0,442	0,617
25	0,552	0,297	0,203	0,159	0,136	0,123	0,175	0,341	0,488
30	0,552	0,298	0,203	0,160	0,137	0,124	0,123	0,276	0,403
40	0,552	0,230	0,205	0,161	0,138	0,126	0,117	0,198	0,298
50	0,552	0,301	0,206	0,162	0,139	0,127	0,118	0,158	0,239
75	0,553	0,305	0,210	0,166	0,143	0,130	0,120	0,129	0,170
100	0,555	0,308	0,214	0,169	0,145	0,133	0,122	0,125	0,146

Tabelle 9.6 Dimensionslose Kennzahlen

Name	Gleichung	Beziehungen zwischen den Kennzahlen	
Druckzahl	$\psi = \frac{2Y}{\pi^2 n^2 D^2}$		$\psi = \frac{1}{\sigma^2 \delta^2}$
Laufzahl	$\nu = \frac{\pi n D}{\sqrt{2Y}}$	$\nu = \frac{1}{\sqrt{\psi}}$	
Durchflusszahl	$\varphi = \frac{4\dot{V}}{\pi^2 n D^3}$		$\varphi = \frac{1}{\sigma \delta^3}$
Schluckzahl	$\mu = \frac{4\dot{V}}{\pi D^2 \sqrt{2Y}}$	$\mu = \frac{\varphi}{\sqrt{\psi}}$	
Leistungszahl	$\lambda = \frac{8P}{\pi^4 \varrho n^3 D^5}$		
Wirkungsgrad Kraftmaschine	$\eta = \frac{P}{\varrho \dot{V} Y}$	$\eta = \frac{\lambda}{\varphi \psi}$	$\eta = \sigma^3 \delta^5 \lambda$
Wirkungsgrad Arbeitsmaschine	$\eta = \frac{\varrho \dot{V} Y}{P}$	$\eta = \frac{\varphi \psi}{\lambda}$	$\eta = \frac{1}{\sigma^3 \delta^5 \lambda}$
Durchmesserzahl	$\delta = D \frac{\sqrt{\pi}}{2} \frac{4\sqrt{2Y}}{\sqrt{\dot{V}}}$	$\delta = \frac{\psi^{1/4}}{\varphi^{1/2}}$	
Schnellläufigkeit	$\sigma = \frac{2n\sqrt{\pi \dot{V}}}{(2Y)^{3/4}}$	$\sigma = \frac{\varphi^{1/2}}{\psi^{3/4}}$	

Y Bei hydraulischen Strömungsmaschinen wird eingesetzt: $Y = gH$, bei thermischen $Y = \Delta h_s$.

$\dot{V}$ Bei thermischen Strömungsmaschinen wird der Volumenstrom am Laufradartritt $\dot{V}_2$ genommen.

D Bezugsdurchmesser ist der größte Laufraddurchmesser. Bei axialen Dampf- und Gasturbinen und bei Axialverdichtern wird jedoch der mittlere Beschauelungsdurchmesser eingesetzt.

Tabelle 9.7 Graphische Symbole für Wärmeschaltpläne nach DIN 2482

Rohrleitungen Stoffströme Absperrarmaturen				
	Dampf	Wasser	Öl	Luft
				
	brennbares Gas	Rauchgas	fester Brennstoff	Absperrarmatur
Wärmeaustauscher				
	Oberflächenwärmeaustauscher, durch den gezackten Linienzug fließt der wärmeaufnehm. Stoff		Wasserdampf- kondensator	Wärmeaustauscher durch Mischen der Stoffe
Wasserdampferzeuger Kernreaktoren Apparate Behälter				
	Dampfkessel ohne Überhitzer	Dampfkessel mit Überhitzer	Kernreaktor allgemein	Brennkammer
				
	Wärmeverbrau- cher allgemein	Wärmeverbrau- cher mit Heizfläche	offener Behälter, Becken	Behälter mit gewölbten Böden
Maschinen				
	Antriebsmaschi- ne mit Expansion des Arbeitsstoffes	Dampfturbine	Dampfturbine mit unregelter Anzapfung	Flüssigkeitsturbine
				
	Elektromotor	Stromerzeuger umlaufend	Kreiselpumpe	Ventilator, Verdichter
Übertragungs- einrichtungen Wasserrückkühl- anlagen				
	Getriebe	Kupplung	Hydraulische Kupplung Turbokupplung	Kühlturm allgemein

Literaturverzeichnis

Allgemeines

- [1] Döbel, Taschenbuch für den Maschinenbau, 20. Aufl. Berlin 2001
- [2] Hütte, Die Grundlagen der Ingenieurwissenschaften 32. Aufl. Berlin 2004

Abschnitt 1

- [3] Baehr, H. D.: Thermodynamik, 11. Aufl. Berlin 2002
- [4] Cerbe, G. ; Hoffmann, H. J.: Einführung in die Wärmelehre, 11. Aufl. München 1996
- [5] Becker, E: Technische Strömungslehre, 7. Aufl. Stuttgart 1993
- [6] Prandtl, L.; Oertel, H.: Führer durch die Strömungslehre, 10. Aufl. Wiesbaden 2001
- [7] Pfleiderer, C.; Petermann, H.: Strömungsmaschinen, 6. Auflage Berlin 1996
- [8] Traupel, W.: Thermische Turbomaschinen Bd I, 4 Auflage Berlin 2001

Abschnitt 2

- [9] Quantz, L.; Meerwarth, K.: Wasserkraftmaschinen, 11. Aufl. Berlin 1963
- [10] Keyl, L.; Häckert, H.: Wasserkraftmaschinen und Wasserkraftanlagen, 7. Aufl. Leipzig 1952
- [11] Raabe, J.: Hydraulische Maschinen und Anlagen Teil 2: Wasserturbinen, 2. Aufl. Düsseldorf 1984

Abschnitt 3

- [12] Thomas, H. J.: Thermische Kraftanlagen, 2. Aufl. Berlin 1985
- [13] Dietzel, F.: Dampfturbinen, 3 Aufl. München 1980
- [14] Zietemann, C.: Die Dampfturbine, 3. Aufl. Berlin 1969

Abschnitt 4

- [15] Dietzel, F.: Gasturbinen, Würzburg 1974

Abschnitt 5

- [16] Pfleiderer, C.: Die Kreiselpumpen für Flüssigkeiten und Gase, 5. Aufl. Berlin 1961
- [17] Stepanoff, A. J.: Radial- und Axialpumpen, Berlin 1959
- [18] Raabe, J.: Hydraulische Maschinen und Anlagen Teil 3: Pumpen, 2. Aufl. Düsseldorf 1984
- [19] KSB (Klein, Schanzlin u. Becker) Kreiselpumpenlexikon, 3. Aufl. Frankenthal 1990

Abschnitt 6

- [20] Eck, B.: Ventilatoren, 5. Aufl. Berlin 1991
- [21] Eckert, B.; Schnell, E.: Axial- und Radialkompressoren, 2. Auflage Berlin 1961
- [22] Marcinowski, H.: Optimalprobleme bei Axialventilatoren, Voith Forschung und Konstruktion Heft 5 1959
- [23] Strscheletzky, M.: Gleichgewichtsformen der rotationssymmetrischen Rotationsströmung mit konstantem Drall in geraden, zylindrischen Rotationshöhlräumen, Voith Forschung und Konstruktion, Heft 5 1959

Abschnitt 7

- [24] Kickbusch, F.: Föttinger-Kupplungen und Föttinger-Getriebe, Berlin 1963
- [25] Kugel, F: a) Einfluß der Stufenzahl auf die Kennwerte von Drehmomentwandlern, Voith Forschung und Konstruktion Heft 1 1959
b) 25 Jahre Voith-Turbogetriebe und Voith-Turbokupplungen, Voith Forschung und Konstruktion Heft 6 1959

- [26] Gsching, W.: Die theoretischen Grundlagen des Differential-Wandler-Getriebes, Voith Forschung und Konstruktion Heft 6 1959
- [27] Hanselmann, K.: Hydrodynamische Drehmomentwandler mit Leitschaufelregelung, Voith Forschung und Konstruktion Heft 6 1959
- [28] Peltner, J.: Zur Entwicklung automatischer Fahrzeuggetriebe mit Föttinger-Wandlern, Voith Forschung und Konstruktion Heft 24 1978
- [29] Keller, R.: Das hydrodynamische Getriebe und seine Bedeutung für Eisenbahn-Triebfahrzeuge, Voith Forschung und Konstruktion Heft 24 1978

Abschnitt 8

- [30] Wind Energy Information Brochure, DEWI Deutsches Wind Energie-Institut, Wilhelmshaven 1998

Abschnitt 9

- [31] Wagner, W.; Kruse, A.: Zustandsgrößen von Wasser und Wasserdampf. Der Industriestandard IAPWS-IF97, Berlin, Heidelberg 1998

Bildquellenverzeichnis

AEG-Kanis Turbinenfabrik GmbH, Nürnberg
Blohm + Voss AG, Hamburg
Dornier-System GmbH, Friedrichshafen
Husumer Schiffswerft, Husum
Joy Manufacturing Company (Deutschland), Düsseldorf
AG Kühnle, Kopp & Kausch, Frankenthal
Klein, Schanzlin & Becker AG, Frankenthal
Kraftwerk Union AG, Erlangen
Motoren- und Turbinen-Union GmbH, München
Siemens AG, Erlangen
STAL-Laval Turbin AB, Finspång
Sulzer-Escher-Wyss AG, Zürich
J. M. Voith GmbH, Heidenheim

Sachverzeichnis

- Abgasturbolader 161, 184, **187**
 Abhitzekeessel 177
 Absolutgeschwindigkeit **19**, 29
 adiabate Strömung 12, 27, 107
 aerodynamischer Wirkungsgrad **110**, 257, **274**
 Affinitätsgesetz 235
 Ähnlichkeit **33**, 232
 Aktions | kraft 29
 -maschine 3, **29**
 Anfahrwandlung 291
 Anlagenkennlinie 240
 Anzapfung 83, 99, 196
 Arbeitmaschine 3, 32
 aufgeladener Kessel 180
 Aufladung 187
 Auftriebskraft 74, 223
 Aufwerteformel 65
 Ausgleich | kolben 95, 147, **152**, 229, 268
 -scheibe 229
 Auslassverlust 52
 Auslegungsdiagramm 142, 255
 äußerer Verlust 145
 axiales Schaufelgitter 72, **222**, 262, 305
 Axial | kraft 49, 94, 151, 311
 -maschine 3, 31
 -Radial-Verdichter 253
 -schub 94, 95, **151**, 311
 -ventilator 259
 -verdichter 184, 270
- Baukastensystem** 100
 Beaufschlagungsgrad **30**, 95, 113, 159
 Bernoulli-Gleichung **5**, 21
 Beschauelungsverlust 135
 Beschleunigungsgitter 127, 274
 Betonhalbspirale 66
 Brems | betrieb **246**
 -düse 49
 -verlust 124
 Brennkammer 161, **185**
 -wirkungsgrad 173
 Brennstoff-Luftverhältnis 169
 Bypass 180, 242
 -ventil 188
- Carnot-Prozess** **16**, 81, 164
 Clausius-Rankine-Prozess **81**
 Cordier-Diagramm **37**, 202
 Coriolis-Kraft 27
 Curtis-Stufe 95, **115**, 156
 -Turbine 77
- Dampf | entnahme** 98
 -nässe 82, 124
 -turbine 23, **77**, 176, 321
 Dampf, idealer **10**
 Dämpfungsdraht 128
 Darrieus-Windrad 309
 Deckband 127, 132
 Deriaz-Turbine 70
 Diagonalmaschine 3, 70
 Dichtung mit Flüssigkeitssperre 272
 Differential-Wandler-Getriebe 297
 Diffusor 194, 211, 217, 221
 Doppelspirale 219
 doppelt gekrümmte Schaufel **213**
 Drallströmung 26, 217, 219, 259
 Drehzahl | verhältnis 290
 -verstellung 242
 Drossel | kurve **230**, 241
 -regelung 155, 242, 279
 Druck | seite 206, 238
 -stufung 116
 -zahl **35**, 320
 Durch | gang 52, 248
 -messerschiff 37, 320
 -strömturbine 43
 Düse **12**, 46, 49, 77
 Düsen | gruppenregelung 95, 156
 -wirkungsgrad 13, 108
- eindimensionale Theorie** **106**, **272**
 einstellbare Schaufel 193, 259
 Einzelbrennkammer 185
 Energieumsetzung 1, 19
 Enthalpie 6, 10, 23, 107, 273
 Entlastungsbohrungen 228
 Entnahme | diagramm 99
 -gegendruckturbine 100
 -kondensationsturbine 99, 102
 Entropie 8, 10, 17
 Entwässerung 125
 Entwurfsdiagramm für Francis-Räder 61
 --Kaplan-Räder 72
 --Kreispumpen 202
 --Ventilatoren 255
 Erhaltungssatz der Energie 6, 27
 Ericsson-Prozess 167
 Erosionskorrosion 124
 erster Hauptsatz 6, 27
- Eulersche Turbinengleichung 26
 Expansion 9
- Fächerverlust** 127
 Fahrzeuggasturbine **189**
 Fallhöhe 22, 42
 Fallhöhengeschwindigkeit 36
 Fanno-Kurve 148
 Filmkühlung 183
 Flammrohr 185
 Flugzeugtriebwerk **190**
 Fluid 1
 Flusskraftwerk 66
 Förderhöhe 22, 201, 234
 Föttinger-Drehmoment-wandler 281, **288**
 -Kupplung 281, **282**
 --mit reduziertem Anfahrmoment 285
 --mit veränderlicher Füllung 286
 Francis-Turbine 43, **56**, 79, 250, 252
 -Pumpenturbine 250
 frei endende Schaufel 129, 131, 152
 Frei | hang 47, 50
 -strompumpe 199
 Frischdampfzustand 82, 96, 154
- Gas | konstante** 7, 170
 -turbine 1, 24, **161**
 Gegen | druckdampfturbine 98
 -laufturbine 79
 gegensinnige Laufradanordnung 196
 Gehäuse 2, 49, 80, 147, 182, 199, 219
 geometrische Ähnlichkeit 33
 Gesamtenthalpie 24
 geschlossener Gasturbinenprozess 167
 geschlossenes System 6
 Geschwindigkeits | änderung 2, 25
 -dreieck 19
 -stufung 116
 Getriebe-Radialverdichter 269
 -Turbine 146
 Gitter | bemessungsgleichung 74, 224
 -wirkungsgrad **126**, 274

- Gleichdruck | maschine 3,
 28, 46, 77, 93, 105
 -stufe 95, 111, 115, 156
 gleichsinnige Laufradan-
 ordnung 196
 Gleit | druckregelung 156
 -ringdichtung 58, 201
 -winkel 74, 223, 305
 Gliederpumpe 196
 graphische Symbole 321
 Grenzsicht 20, 109, 126,
 193, 205, 217, 278, 313

halbaxiale Maschine 3, 195
 Halblabyrinth 150
 Haltedruckhöhe **236**
 Hauptgleichung 26
 Heliumgasturbine 167
 horizontalachsige Windturbine
306
 hydraulische Bremse 282, 296
 hydraulischer Wirkungsgrad
 52, 205
 hydraulische Strömungsma-
 schine 2, 21, 35, 40
 hydrodynamisches Getriebe
296

ideales Gas 7
 idealer Dampf 10
 Impuls | satz 25
 -momentensatz 26
 Industriedampfturbine 98
 innerer Wirkungsgrad 52, 135
 innere Stufenarbeit **135**
 instationäre Strömung 217
 Isentrope 8, 10
 Isentropen | exponent **7**
 -Reaktionsgrad 31
 isothermer Wirkungsgrad **265**

Joule-Prozess **162**

Kammer | stufe 113, 151
 -turbine **93**
 Kaplan-Rohrturbine 67
 -Turbine 43, **66**
 Kavitation **39**, 60, 194
 Kegelgesetz **158**
 Kennfeld einer Pumpe 235
 Kennlinie einer Föttinger-
 Kupplung 282
 -eines Föttinger-Wandlers 290
 -einer Pumpe 230, 234
 -eines Verdichters 277
 Kennzahlen **35**, 110, 320
 Keramikschaukel 189
 Kernkraftwerk 91
 kinematische Ähnlichkeit 33
 kinematischer Reaktionsgrad
30, 59

 kinematische Zähigkeit 133,
 318, 319
 kinetische Energie 1, 24
 Kleindampfturbine 78, **104**
 Kleingasturbine 165
 Kolbenmaschine 1, 3
 kombinierter Gas-Dampf-
 Prozess **176**
 Kompression 9
 Kondensations | stoß 124
 -turbine 98, 120
 konforme Abbildung 62, **214**
 Kontinuitätssatz 4
 Konvektionskühlung 183
 Körper gleicher Festigkeit 77,
 124
 Kort-Düse 313
 Kraft | maschine 3, 32
 -Wärme-Kopplung 98, 168
 -werksdampfturbine 95
 Kreisbogenschaukel **210**, 256
 Kreispumpe 22
 Kreisprozess 16
 - von Dampfkraftanlagen **81**
 - von Gasturbinen **162**
 Kühlung 162, 172, 183
 Kupplungswirkungsgrad 23,
 146, 202

Labyrinthdichtung 59, **147**,
 172, 201, 272
 Laminarprofil 224
 Laufrad 2
 - Francis-Turbine **59**
 - Kaplan-Turbine **71**
 - Kreispumpe 193, **201**, 222
 - Pelton-Turbine 49
 - Ventilator 254
 - Verdichter 275
 Laufschaukel 55, 59, 70, 108,
 121
 -wirkungsgrad 51
 Laufzahl **36**, 320
 Laval-Druckverhältnis 14
 -Düse 15
 -Turbine 77, 105
 Leistung 34
 Leistungs | dichte 161
 -zahl **36**, 320
 Leit | apparat 196, **217**
 -gitter 107, 225
 -kammerturbine 105
 Lichtweite 29, 218
 Ljungström-Turbine 79
 logarithmische Spirale 218,
 219
 Luft | speicherkraftwerk 186
 -überschuss 169

Mach-Zahl 127
 Mantelstromgebläse 191

 Massenstrom 5
 mechanischer Verlust 146
 - Wirkungsgrad 146
 Mehr | flutigkeit 39, 96,
 113, 182, 195
 -stufigkeit 39, 138, 195
 -wellenmaschine 191
 Mengenverlust 124
 Meridian | form 59, 195,
 201
 -komponente 19
 Minderleistung 205, **207**
 Mindest | luftmenge 169
 -reaktionsgrad 121
 Mischungsverhältnis von
 Verbrennungsgasen 169
 mittlere Meridianstromli-
 nie **213**
 - Temperatur der Wärme-
 zufuhr 82
 Modell | gesetz **33**
 -versuch 61, 64, 75
 Mollier-Programm 12
 Momenten | kennfeld einer
 Föttingerkupplung 284
 -wandlung 290
 Motordrückung 284
 Muscheldiagramm 64

Nachverbrennung 179, 191
 Nassdampf | stufe **124**
 -verlust **134**
 Nassläufermotor 201
 NPSH-Wert 239

 offener Gasturbinenprozess
 167
 offenes System 6

**Parabel gleichen Stoßzu-
 standes** 235, 243
 Parallelbetrieb 246
 Parsons-Turbine 79
 Pelton-Turbine 43, 46
 polytroper Wirkungsgrad
 139, 172
 polytrope Zustandsände-
 rung 139
 Potentialwirbel **26**, 121
 Prallkühlung 183
 Primär | luft 185
 -tröpfchen 124
 Profil | polare 225
 -verlust 127
 Programm „Mollier“ 12
 Propeller | kurve 71
 -turbine 46
 PTL-Triebwerk 191
 Pumpen | kennlinie 230,
 234
 -turbine 250

Pump | grenze 278
 -speicherwerk 197, 249
 punktweise berechnete
 Schaufel 210

Querstromventilator **263**

radiales Gleichgewicht **120**
 Radial | maschine 3, 79
 -schub 221
 -ventilator **254**
 -verdichter 253, **267**
 Radreibungsverlust 133
 Reaktions | grad 30
 -- Dampfturbinenstufe 110, 120
 -- Francis-Turbine 59
 -- Ventilatoren 254
 -- Verdichterstufe 274
 -kraft 25, 29
 -maschine 3, 30
 -moment 26
 Regelstufe 95, 134, 141, 156
 Regelung 154
 regenerative Speisewasservorwärmung **83**
 relativer Kanalwirbel **206**
 Relativ | geschwindigkeit 19
 -strömung 27
 Restverlust 127
 Reynolds-Zahl 133, 235, 241, 261
 Ring | brennkammer 185
 -kranzgenerator 70
 Röder-Turbine 101
 Rohr | gehäusepumpe 200
 -kennlinie **240**
 -turbine 67
 Rücken-an-Rücken-Bauweise 197
 Rückenschaufel 229
 Rück | führschaufel 196, 217
 -gewinn 134, **138**
 --faktor 140
 -wärts | betrieb 134, 249
 --turbine 104, 134

Sattdampf **315**

-prozess **91**
 -turbine 91, 126
 Saug | höhe 237
 -rohr 21, 57, 61, 197
 -seite 194, 206, 238, 278
 Savonius-Windrad 308
 Schachtturbine 56, 66
 Schallgeschwindigkeit 14, 148
 Schaufel | gitter 71, 106, 222, 273
 -form 62
 -kühlung 162, 183
 -verstellung 184, 191, 244, 259, 279
 -zahl 55, 70, 198

Schiffs | dampfturbine 102
 -gasturbine 189
 Schleppverlust 124
 Schluckzahl **36**, 320
 Schlupf 283
 Schmutzwasserpumpe 199
 Schnellläufigkeit **36**, 320
 Schraubenpropeller **312**
 Schreinerschnitt 62
 Schubausgleich **151**, **226**
 Sekundär | luft 185
 -tropfen 124
 Siededruck 40
 Spalt | druck 227
 -verlust 94, 130, 197, 228, 274
 Sperrdampf 93, 150
 Speicherpumpe 250
 Speisewasservorwärmung **83**
 spezifische Arbeit 17, 27, 109
 - Schaufelarbeit **27**, 54, 194
 - Stutzenarbeit **21**, 33, 290
 - Wärmekapazität **7**, 168, 315
 Spiral | gehäuse 57, 194, 199, **219**, 256
 -turbine 57, 66
 stabiler Arbeitsbereich 241, 246, 278
 stationäre Strömung 4, 25
 statisches Moment 208
 Stauaufladung **187**
 Stell | glied 155
 -wandler **292**
 stöchiometrisches Gas **168**
 Stodolasches Kegelgesetz 158
 Stopfbuchse 201
 Stoß | aufladung **187**
 -verlust 64, 232
 Strahl | ablenker 49
 -kreis 54
 -theorie **303**, **311**
 Strom | dichte 13
 -röhre 4
 Stufe 2
 Stufen | arbeit 109, 121
 -durchmesser 142
 -gruppe 141
 -theorie **106**, **272**
 -verlust **130**
 -zahl 143
 Stützschaufel 58, 221
 Synchrondrehzahl 54, 62
 Teil | beaufschlagung 32, 46, 95, 105
 -last 64, 155
 -turbine 89, 91, 96
 Teilungsverhältnis 127
 thermische Strömungsmaschine 2, 23, 31
 thermischer Wirkungsgrad 16, 81, 162

thermische Zustandsgleichung 7, 10
 Thermodynamik 6
 TL-Triebwerk 190
 Topfgehäuse 80, 98, 101, 197, 269
 Tragflügeltheorie 31, 71, 222
 Trilok-Wandler 297
 Tropfenschlagerosion 125
 Trommel | stufe 113
 -turbine 93, 147, 152
 Turbinen | Betrieb 247
 -bremsbetrieb 249
 -druckverhältnis 171

Überdruck | maschine 3, 30, 57, 93
 -stufe 111
 Umfangs | geschwindigkeit 19
 -komponente 19
 Umlenkgritter 78, 116, 127
 Undichtigkeitsverlust 145, 173
 unterer Heizwert 169
 unterkühlter Dampf 124
 Untersetzung 291

Vektorprodukt 26
 Velox-Kessel 180
 Ventilationsverlust 46, **133**
 Verbrennungs | gas 161, **168**
 -kraftmaschine 161
 Verdichter 23, 165, 184, **264**
 -stufe **272**
 Verdichtungsdruckverhältnis 163
 Verengungsfaktor 20, 109, 218
 verstellbare Schaufel 70, 184, 193, 244, 279
 verwundene Schaufel 107, **121**
 Voith-Schneider-Propeller **314**
 Volumenstrom 5, 34
 Vordrallregelung 280
 Vorleitschaufel 275
 Vortriebswirkungsgrad 191, 312
 Vorwärmung 83, 163, 179
 Wandlerwirkungsgrad 291, 297
 Wärmekraftmaschine 77
 Wasserrad 43
 Wellendichtung 59, 147,
 Widerstandskraft 74, 223
 Wilson-Linie 135

- Wirkungsgrad 21, 145
 - , aerodynamischer 110, 274-
 - , innerer 22, 52, 135, 146
 - , mechanischer 23, 146
 - aufwertung 65
- Zentrifugalkraft** 28
- Zentrifugierverlust 124
- Zentripetalturbine 184
- Zoelly-Turbine 79
- ZTL-Triebwerk 191
- Zulaufhöhe 237
- Zusatzverlust 52, **127**
- Zuschärfung 128
- Zustandsgleichung 7,10
- Zweiwellengasturbine 187
- Zwischen | erhitung 165
 - kühlung 253, **165, 264**
 - überhitzung **86, 92**